一类上限能控子语言的 N 步递推求解算法*

古天龙　　　　高衿畅　周春晖
（桂林电子工业学院计算机系·桂林，541004）（浙江大学工业控制技术研究所·杭州，310027）

摘要：本文给出了基于 $L(G)$ 的 N 步投影状态，递推求解前缀闭合语言 K 的上限能控子语言算法.讨论了算法的单调性和最优性.

关键词：离散事件系统；能控子语言；状态机

1 引　言

对于具有事件集 $\Sigma(\Sigma=\Sigma_c\cup\Sigma_u,\Sigma_c\cap\Sigma_u=\Phi,\Sigma_c$ 为能控事件集、Σ_u 为不能控事件集）和状态集 Q，始于初态 $q_0\in Q$，依据 $\delta:\Sigma\times Q\to Q$（状态转移函数，$\delta(\sigma,q)=q'$ 表示事件 σ 将状态 q 转移至状态 q'）变化至终态 $Q_m\subseteq Q$ 的离散事件问题可用自动机 $G=(\Sigma,Q,\delta,q_0,Q_m)$ 描述.若不考虑系统的终态，则描述为自动机 $G=(\Sigma,Q,\delta,q_0)$.以 Σ^* 表示事件集 Σ 上的事件串集（包括控串 ε），δ 则可扩展为 $\delta:\Sigma^*\times Q\to Q$[1,2].离散事件问题 G 的运行特性为语言

$$L(G)=\{s|s\in\Sigma^*,\delta(s,q_0)!\}\quad 或者\quad L_m(G)=\{s|s\in\Sigma^*,\delta(s,q_0)!\in Q_m\}.$$

（注：$\delta(s,q)!$表示 $\delta(s,q)$ 有定义）.

对于事件串 $s=\sigma_1\sigma_2\cdots\sigma_k\in\Sigma^*$，称事件串 $\sigma_1\sigma_2\cdots\sigma_j(j\leqslant k)$ 为事件串 s 的前缀.以 $\mathrm{pre}(s)$ 表示事件串 s 的所有前缀构成的集合.以 $|s|$ 表示事件串 s 的长度（事件串中事件出现次数），$|s|=|\sigma_1\sigma_2\cdots\sigma_k|=k$.语言 $K\subseteq\Sigma^*$ 的闭包定义为

$$\overline{K}=\{s|(\exists\,t\in\Sigma^*)t\in K\wedge s\in\mathrm{pre}(t)\}.$$

对于 $K\subseteq\Sigma^*$，如果 $\overline{K}\Sigma_u\cap L(G)\subseteq\overline{K}$，则称 K 为能控语言（对于 $L(G)$ 和 Σ_u）.对于非能控语言 K，可用其上限能控子语言 $K^{\uparrow}$ 来近似[2].对于语言 $K\subseteq\Sigma^*$，如果满足 $K=\overline{K}$，则称 K 为前缀闭合语言，简称闭合语言.

Ramadge 和 Wonham 提出的离散事件系统监控理论中，给出了求解上限能控子语言 $K^{\uparrow}$ 的迭代算法[2].如果问题的规模较大，则会出现计算困难、甚至不可能.Chung 等提出了 LLP 监控器的思想[3].本文给出了基于 $L(G)$ 的 N 步状态投影，有效求解上限能控子语言 $K^{\uparrow}$ 的递推算法.

2 N 步递推求解算法

对于 $K\subseteq\Sigma^*,s\in\Sigma^*,N\in\mathbb{Z}^+$（正整数），定义如下语言运算：

$$K/s=\{t|(\exists\,t\in\Sigma^*)st\in K\},$$
$$K|N=\{t(\exists\,t\in\Sigma^*)t\in K\wedge|t|\leqslant N\},$$
$$K/s|N=\{t|(\exists\,t\in\Sigma^*)st\in K\wedge|t|\leqslant N\}.$$

在离散事件系统 $G=(\Sigma,Q,\delta,q_0)$ 中，对于 $\forall\,q\in Q$，定义活动事件集合

$$\Sigma(q)=\{\sigma|\delta(\sigma,q)!\}.$$

* 广西自然科学基金资助项目.

本文于1995年4月10日收到.1995年10月30日收到修改稿.

进一步地，设离散事件问题 G 的期望运行特性为闭合语言 $K \subseteq L(G)$，那么指标语言 K 关于 $L(G)$ 和 Σ_u 的上限能控子语言 $K^{\uparrow}$，可由如下基于 $L(G)$ 的 N 步状态投影的递推算法求解：

1) 赋初值　$Q := Q$；　$q := q_0$；　$Q_N := \Phi$；　$Q' := \{q_0\}$；　$\Sigma_N(q) := \Phi$；

2) 计算

$$\begin{aligned}\Sigma_N(q) := \Sigma(q) &- \{\sigma \in \Sigma_c \mid (\exists\, s \in \Sigma^*) q = \delta(s,q_0) \wedge \sigma \notin K/s|1\} \\ &- \{\sigma \in \Sigma_c \mid (\exists\, s \in \Sigma^*)(\exists\, w \in \Sigma_u^*)(\exists\, \sigma' \in \Sigma_u) q \\ &\qquad = \delta(s,q_0) \wedge \sigma w \in K/s|N \wedge \sigma w \sigma' \notin K/s|N\} \\ &- \{\sigma \in \Sigma_c \mid (\exists\, s \in \Sigma^*)(\exists\, w \in \Sigma_u^*) q \\ &\qquad = \delta(s,q_0) \wedge \sigma w \in K/s|N \wedge |\sigma w| = N\};\end{aligned}$$

3) 计算　$Q_N := Q_N \cup \{q\}$；　$Q' := Q' - \{q\}$；

4) 计算　$Q' := Q' \cup \{q' \mid (\forall\, \sigma \in \Sigma_N(q)) q' = \delta(\sigma,q) \wedge q' \notin Q_N\}$；

5) 若 $Q' \neq \Phi$，选取 $q \in Q'$，并转 2)；否则，输出 Q_N 和 $\Sigma_N(q)$ 并停机.

命题 1　当且仅当 $K^{\uparrow} \neq \Phi$，$L(G_N)$ 能控且 $L(G_N) \subseteq K^{\uparrow}$. 其中，$G_N = (\Sigma_N, Q_N, \delta_N, q_{N0})$；$\Sigma_N = \bigcup_{q \in Q} \Sigma_N(q)$；$Q_N$ 和 $\Sigma_N(q)$ 为递推算法的输出结果；

$$q_{N0} = q_0;$$

$$\delta_N(\sigma,q) = \begin{cases} \delta(\sigma,q), & q \in Q_N \wedge \sigma \in \Sigma_N(q), \\ \text{undefined}, & \text{otherwise}. \end{cases}$$

证　充分性. $K^{\uparrow} \neq \Phi \Rightarrow \varepsilon \in K$. 首先用归纳法证明 $L(G_N) \subseteq K$. $t = \varepsilon, \varepsilon \in L(G_N) \Rightarrow \varepsilon \in K$；设 $(\forall\, t \in \Sigma^*)|t| = i \wedge t \in L(G_N) \Rightarrow t \in K$，则 $t' = t\sigma \wedge |t'| = i + 1 \wedge t' \in L(G_N) \Rightarrow (\exists\, q = \delta(t,q_0)) t \in L(G_N) \wedge \sigma \in \Sigma_N(q) \Rightarrow (\exists\, q = \delta(t,q_0)) t \in K \wedge \sigma \in \Sigma_N(q) \Rightarrow t \in K \wedge \sigma \in K/t \Rightarrow t\sigma \in K$，故必有 $L(G_N) \subseteq K$.

再证 $L(G_N)$ 的能控性. 设 $L(G_N)$ 不能控，则 $\overline{L(G_N)}\Sigma_u \cap L(G) \subseteq \overline{L(G_N)}$ 不成立 $\Rightarrow (\exists\, t \in \overline{L(G_N)})(\exists\, \sigma \in \Sigma_u) t\sigma \in L(G) \wedge t\sigma \notin \overline{L(G_N)} \Rightarrow (\exists\, t \in L(G))(\exists\, \sigma \in \Sigma_u)(\exists\, q = \delta(t,q_0)) t\sigma \in L(G) \wedge \sigma \notin \Sigma_N(q)$，同算法中 $\Sigma_N(q)$ 的定义相矛盾，故 $L(G_N)$ 能控. 由此，$L(G_N) \subseteq K^{\uparrow}$.

必要性. 用反证法. 设 $K^{\uparrow} = \Phi$，依算法中 G_N 各项的定义 $\varepsilon \in L(G_N)$，那么 $L(G_N) \not\subset K^{\uparrow}$，相矛盾.　证毕.

命题 2　$L(G_N) \subseteq L(G_{N+1})$.

证　用归纳法. $t = \varepsilon, t \in L(G_N) \Rightarrow t \in L(G_{N+1})$；设 $(\forall\, t \in \Sigma^*)|t| = i \wedge t \in L(G_N) \Rightarrow t \in L(G_{N+1})$，则 $t' = t\sigma \wedge |t'| = i + 1 \wedge t' \in L(G_N) \Rightarrow (\exists\, q = \delta(t,q_0)) t \in L(G_N) \wedge \sigma \in \Sigma_N(q) \Rightarrow (\exists\, q = \delta(t,q_0)) t \in L(G_{N+1}) \wedge \sigma \in \Sigma_{N+1}(q) \Rightarrow t\sigma \in L(G_{N+1})$，故 $L(G_N) \subseteq L(G_{N+1})$.

证毕.

命题 3　如果 $K^{\uparrow} \neq \Phi, N \geqslant N_u(L(G)) + 2$，则 $L(G_N) = K^{\uparrow}$. 其中，$N_u(L(G)) = \max\{|t| \mid (\exists\, t \in \Sigma_u^*)(\exists\, u,v \in \Sigma^*) utv \in L(G)\}$.

证　$N \geqslant N_u(L(G)) + 2$，则 $\{\sigma \in \Sigma_c \mid (\exists\, s \in \Sigma^*)(\exists\, w \in \Sigma_u^*\} q = \delta(s,q_0) \wedge \sigma w \in K/s|N \wedge |\sigma w| = N\} = \Phi$. 现由归纳法说明 $K^{\uparrow} \subseteq L(G_N)$. $K^{\uparrow} \neq \Phi \Rightarrow \varepsilon \in K^{\uparrow} \wedge \varepsilon \in L(G_N)$. 设 $(\forall\, t \in \Sigma^*)|t| = i \wedge t \in K^{\uparrow} \Rightarrow t \in L(G_N)$，那么 $t' = t\sigma \wedge |t'| = i + 1 \wedge t' \in K^{\uparrow} \Rightarrow t \in K^{\uparrow} \wedge \sigma \in K^{\uparrow}/t \Rightarrow t \in L(G_N) \wedge \sigma \in K/t \Rightarrow (\exists\, q = \delta(t,q_0)) \sigma \in \Sigma_N(q) \wedge t \in L(G_N) \Rightarrow t\sigma \in L(G_N)$. 所以 $K^{\uparrow} \subseteq L(G_N)$，结合命题 1 必有 $L(G_N) = K^{\uparrow}$.　证毕.

命题 4　当且仅当 $(\forall\, \sigma \in \Sigma_u \cap L(G))(\forall\, w \in \Sigma_u^*) \sigma w \in L(G) \wedge \sigma w \in K$，则 $K^{\uparrow} \neq \Phi$.

证 充分性. 上述条件成立 $\Rightarrow \varepsilon \in K^{\uparrow} \Rightarrow K^{\uparrow} \neq \Phi$.

必要性. 上述条件不成立 $\Rightarrow (\exists\, \sigma \in \Sigma_u)(\exists\, w \in \Sigma_u^*)\sigma w \in L(G) \wedge \sigma w \notin K \Rightarrow (\exists\, \sigma \in \Sigma_u)\sigma \in L(G) \wedge \sigma \notin K^{\uparrow} \Rightarrow \varepsilon \notin K^{\uparrow} \Rightarrow K^{\uparrow} = \Phi$，相矛盾. 证毕.

推论 1 当且仅当 $(\forall\, \sigma \in \Sigma_u \cap L(G))(\forall\, w \in \Sigma_u^*)\sigma w \in L(G) \wedge \sigma w \in K$，则 $L(G_N) \subseteq K^{\uparrow}$.

结合命题 1,4，推论 1 是显然的.

3 示 例

示例 1 图 1 所示离散事件系统 $G, \Sigma = \{\alpha, \theta, \beta\}, \Sigma_c = \{\alpha, \theta\}$，其指标语言为 $K = \overline{(\alpha\beta + \beta\beta)\theta\beta}$.

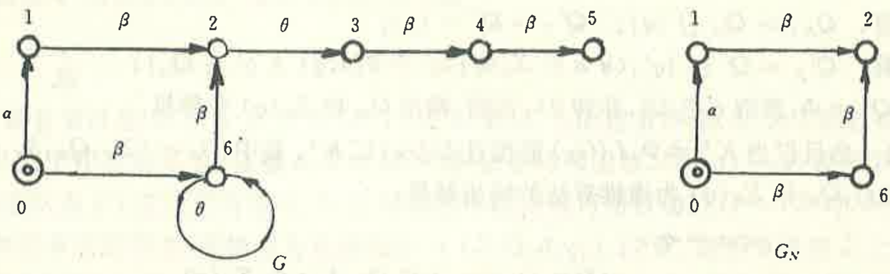

图 1 离散事件系统的例

由命题 4，由于 $\beta\beta \in K$，故 $K^{\uparrow} \neq \Phi$. 本问题中 $N_u(L(G)) = 2$，选取 $N = 4$，$K^{\uparrow}$ 可计算如下：

$$q = 0: \Sigma_4(0) = \Sigma(0) - \Phi - \Phi = \{\alpha, \beta\};\ Q_4 = Q_4 \cup \{0\} = \{0\};\ Q' = \{1,6\};$$
$$q = 1: \Sigma_4(1) = \Sigma(1) - \Phi - \Phi = \{\beta\};\ Q_4 = Q_4 \cup \{1\} = \{0,1\};\ Q' = \{2,6\};$$
$$q = 2: \Sigma_4(2) = \Sigma(2) - \Phi - \{\theta\} = \Phi;\ Q_4 = Q_4 \cup \{2\} = \{0,1,2\};\ Q' = \{6\};$$
$$q = 6: \Sigma_4(6) = \Sigma(6) - \{\theta\} - \Phi = \Phi;\ Q_4 = Q_4 \cup \{6\} = \{0,1,2,6\};\ Q' = \Phi.$$

由此，G_4 示于图 1，显然，$L(G_N) = K^{\uparrow} = \overline{(\alpha + \beta)\beta}$.

示例 2 图 2 所示二机器制造系统，机器之间有一缓存单元，要求缓存器中的工件数目不超过 1.

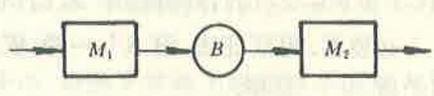

图 2 二机器制造系统

该制造系统的操作可用图 3 中 G 描述，其中，$\Sigma = \{\alpha, \theta, \beta, \gamma\}, \Sigma_c = \{\alpha, \theta\}$ 指标语言可表述为

$$K = \{s \in L(G) \mid (\forall\, t \in \mathrm{pre}(s))\, |\theta|(t) \leqslant |\beta|(t) \leqslant |\theta|(t) + 1\}.$$

其中，$|\sigma|(t)$ 为事件串 t 中事件 σ 的出现次数.

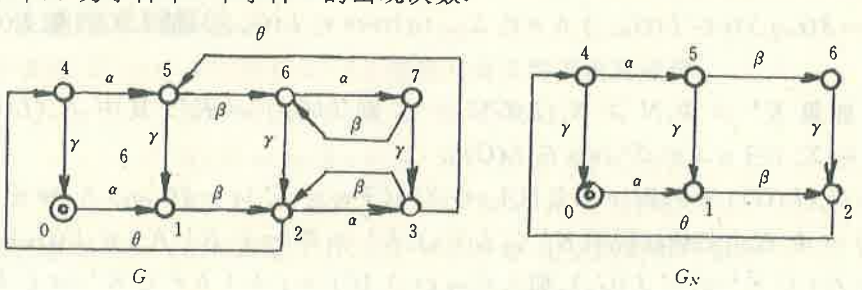

图 3 制造系统的描述及其性能指标

由命题 4，由于 $\Sigma(0) \cap \Sigma_u = \Phi$，故 $K^{\uparrow} \neq \Phi$. 本问题中 $N_u(L(G)) = 2$，选取 $N = 4$，$K^{\uparrow}$ 可计算如下：

$q=0: \Sigma_4(0)=\Sigma(0)-\Phi-\Phi=\{\alpha\};\ Q_4=Q_4\cup\{0\}=\{0\};\ Q'=\{1\};$

$q=1: \Sigma_4(1)=\Sigma(1)-\Phi-\Phi=\{\beta\};\ Q_4=Q_4\cup\{1\}=\{0,1\};\ Q'=\{2\};$

$q=2: \Sigma_4(2)=\Sigma(2)-\Phi-\{\alpha\}=\{\theta\};\ Q_4=Q_4\cup\{2\}=\{0,1,2\};\ Q'=\{4\};$

$q=4: \Sigma_4(4)=\Sigma(4)-\Phi-\Phi=\{\alpha,\gamma\};\ Q_4=Q_4\cup\{4\}=\{0,1,2,4\};\ Q'=\{5\};$

$q=5: \Sigma_4(5)=\Sigma(5)-\Phi-\Phi=\{\beta,\gamma\};\ Q_4=Q_4\cup\{5\}=\{0,1,2,4,5\};\ Q'=\{6\};$

$q=6: \Sigma_4(6)=\Sigma(6)-\Phi-\{\alpha\}=\{\gamma\};\ Q_4=Q_4\cup\{6\}=\{0,1,2,4,5,6\};\ Q'=\Phi.$

由此，G_4 示于图 3，显然，$L(G_N)=K^{\uparrow}$.

4　结　语

对于大规模复杂离散事件系统，采用 Ramadge 和 Wonham 的方法进行不能控语言的上限控子语言求解，会带来计算困难、甚至不可能. 本文提出的 N 步递推求解算法，只需在部分状态下求解，在适当选取步长 N 时可有效地求解闭合非能控语言的上限能控子语言. 关于非闭合指标语言的 N 步递推求解算法尚待进一步研究.

参 考 文 献

1　Ramadge, P. J. and Wonham, W. M.. Supervisory control of a class of discrete event processes. SIAM J. Control Optim., 1987, 25(1): 206—230

2　Wonham, W. M. and Ramadge, P. J.. On the supremal controllable sublanguage of a given language. SIAM J. Control Optim., 1987, 25(3): 637—659

3　Chung, S. L., Lafortune, S. and Lin, F.. Limited lookahead polices in supervisory control of discrete event systems. IEEE Trans. Automat. Contr., 1992, AC-37(2): 1921—1935

An N-Step Recursive Computational Algorithm for a Class of Supremal Controllable Sublanguage

GU Tianlong

(Departiment of Computer, Guilin Institute of Electronic Technology · Guilin, 541004, PRC)

GAO Jinchang　and　ZHOU Chunhui

(Institute of Industrial Control, Zhejiang University · Hangzhou, 310027, PRC)

Abstract: An N-step recursive algorithm for a class of supremal controllable sublanguage is proposed. The monotonicity and optimality of this algorithm have been discussed.

Key word: discrete event system; controllable sublanguage; state machine

本文作者简介

古天龙　1964 年生. 桂林电子工业学院计算机系副教授. 在浙江大学工业控制技术研究所攻读博士学位. 主要研究兴趣有离散事件系统理论及应用，复杂工业过程智能集成自动化等.

高衿畅　1936 年生. 现为浙江大学工业控制技术研究所教授. 长期从事工业过程模型化与计算机优化控制. 主要学术方向是建模、计算机优化系统的理论与实践.

周春晖　1922 年生. 1947 年在美国麻省理工大学获学士学位. 1950 年至 1954 年在密西根大学获硕士、博士学位. 1958 年至今为浙江大学教授、博士生导师. 主要研究方向是工业过程的建模，控制与优化. 曾获得省部级科技进步奖多项.