

基于输入输出模型广义预测控制的并行算法

慕德俊 佟明安 戴冠中

(西北工业大学自动控制系·西安, 710072)

摘要: 本文提出了脉动(systolic)算法实现基于输入输出模型的参数辨识及广义预测自校正控制,给出了相应阵列结构并行实现这些算法,时序分析表明该方法可使广义预测自校正控制的实时性得到很大提高.

关键词: systolic 算法; 阵列结构; 参数辨识; 广义预测控制

1 引言

以 Systolic 结构为代表的超大规模集成(VLSI)专用芯片,为高度并行求解大型问题提供了机会.文[1]提出了一种并行的参数辨识及基于状态空间模型的广义预测控制方法,文[2]给出了另一种参数辨识的并行算法及所需的二维阵列结构.本文提出了更有效的一维线性 Systolic 结构及算法并行实现参数辨识;提出了有效的并行方案执行基于输入输出模型的广义预测控制,以满足实时控制的要求.

2 参数辨识的平方根算法及阵列结构^[3]

对于 CARIMA 模型:

$$A(q^{-1})y(k) = B(q^{-1})u(k-1) + C(q^{-1})\zeta(k)/\Delta. \quad (1)$$

式中

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1q^{-1} + a_2q^{-2} + \dots + a_nq^{-n},$$

$$B(q^{-1}) = b_0 + b_1q^{-1} + b_2q^{-2} + \dots + b_nq^{-n},$$

$$C(q^{-1}) = 1 + c_1q^{-1} + c_2q^{-2} + \dots + c_nq^{-n}, \quad \Delta = 1 - q^{-1}.$$

(1)式还可表示为

$$\Delta y(k) = \Phi^T(k)\theta + \zeta(k). \quad (2)$$

上式中,输入-输出观测向量 Φ 和未知参数向量 θ 分别为:

$$\Phi(k) = [-\Delta y(k-1) \dots -\Delta y(k-n_a) \ \xi(k-1) \dots \xi(k-n_c) \Delta u(k-1) \dots \Delta u(k-n_b)]^T;$$

$$\theta = [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_n \ c_1 \ c_2 \ \dots \ c_n \ b_0 \ b_1 \ \dots \ b_n]^T,$$

$$\xi(k) = \Delta y(k) - \Phi^T(k)\hat{\theta}(k-1).$$

对于慢时变参数,未知参数向量估计 $\hat{\theta}$ 的渐消记忆递推算式为:

$$\hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) + K(k)[y(k) - \Phi^T(k)\hat{\theta}(k-1)], \quad (3)$$

$$K(k) = \frac{P(k-1)\Phi(k)}{\rho + \Phi^T(k)P(k-1)\Phi(k)}, \quad (4)$$

$$P(k) = \frac{1}{\rho} [I - K(k)\Phi^T(k)]P(k-1). \quad (5)$$

式中 $\rho(0 < \rho < 1)$ 称为遗忘因子.

$$P(k) = \{[\Phi(1)\Phi(2)\cdots\Phi(k-1)][\Phi(1)\Phi(2)\cdots\Phi(k-1)]^T\}^{-1}$$

将正定阵 $P(k)$ 分解为 $P(k) = S^T(k)S(k)$, 式中 $S(k)$ 为上三角矩阵. 一种新的平方根算法, 使得每次辨识时, 通过修正上三角阵 $S(k)$ 代替 $P(k)$, 该算法^[3] 如下:

$$Q \begin{bmatrix} 1 & & 0 \\ S(k-1)\Phi(k)/\sqrt{\rho} & & S(k-1)/\sqrt{\rho} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r(k) & r^{-1}(k)\Phi^T(k)P(k-1)/\rho \\ 0 & & S(k) \end{bmatrix} \quad (6)$$

式中 Q 是使(6)式初始阵三角化的正交阵,

$$\begin{aligned} r^2(k) &= 1 + \Phi^T(k)P(k-1)\Phi(k)/\rho, & K(k) &= r^{-2}(k)P(k-1)\Phi(k), \\ \hat{\theta}^T(k) &= \hat{\theta}^T(k-1) + [y(k) - \hat{\theta}^T(k-1)\Phi(k)]r^{-2}(k)\Phi^T(k)P(k-1). \end{aligned} \quad (7)$$

$(n_a + n_b + n_c + 2) \times (n_a + n_b + n_c + 2)$ 的三角阵列可实现(6)式的计算, 但由于(6)式的初始矩阵为稀疏阵, 及 $S(k-1)$ 为上三角阵, 将向量 $S(k-1)\Phi(k)$ 和上三角阵 $S(k-1)$ 的元素按行先下后上的顺序输入阵列, 则可用一个 $(n_a + n_b + n_c + 2)$ 的线性阵列(见图1的第一行)代替三角阵列完成(6)式的计算. 除最左边的单元为1外, 其他单元的初始值均为0.

第一步 输入 $S(k-1)\Phi(k), S(k-1)$ 至阵列进行 QR 分解, 在阵列中得到 $r(k), r^{-1}(k)\Phi^T(k)P(k-1)$, 输出 $S(k)$.

第二步 输入 $y(k) - \hat{\theta}^T(k-1)\Phi(k), \hat{\theta}^T(k-1)$ 到阵列进行 Gaussian 消去, 输出 $\hat{\theta}^T(k)$.

第三步 输入 $S(k), \hat{\theta}^T(k)$ 到初值为 $\Phi(k+1)$ 的第二行阵列, 计算 $S(k)\Phi(k+1)$ 和 $\hat{\theta}^T(k)\Phi(k+1)$.

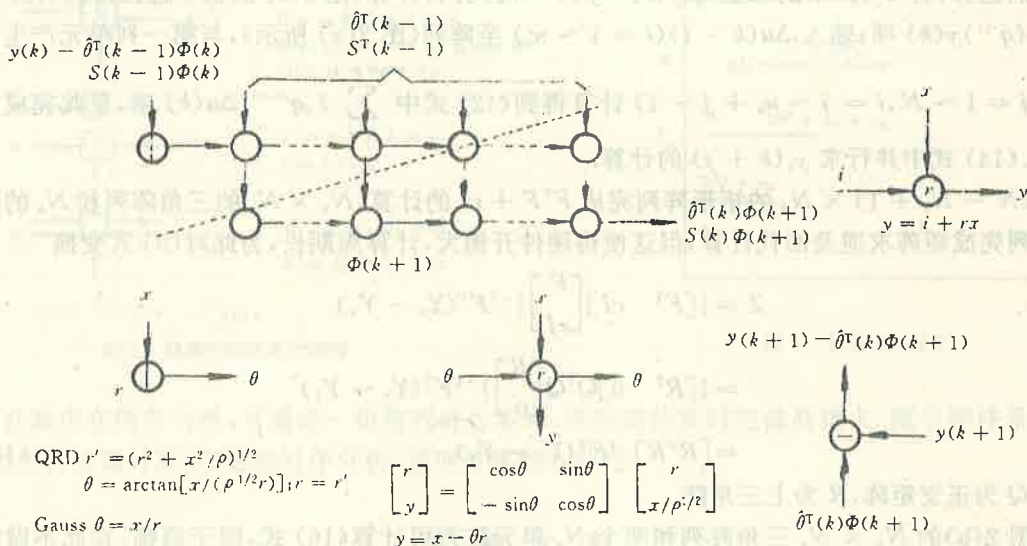


图1 线性阵列实现参数估计

3 广义预测自校正控制(GPC)的并行算法

对于(1)式的输入-输出模型, 若目标函数为

$$J(N_1, N_2, N_u) = E \left\{ \sum_{j=N_1}^{N_2} [y(k+j) - y_r(k+j)]^2 + \sum_{j=1}^{N_u} r^2(j) [\Delta u(k+j-1)]^2 \right\} \quad (8)$$

式中, N_1 : 最小性能长度; $N_1 \geq 1, N_2$: 最大性能长度; N_u : 控制长度; $N_u \leq N_2$; $r(j)$: 控制加权序列.

若过程时延 d 已知, 并取 $N_1 = d, N_2 = N, N_u < N_2$, GPC 算法如下^[4]:

$$Z = (F^T F + r^2 I)^{-1} F^T (Y_r - Y_1), \quad (9)$$

$$u(k) = u(k-1) + f^T(Y_r - Y_1). \quad (10)$$

式中 f^T 为 $(F^T F + r^2 I)^{-1} F^T$ 的第一行.

$$Y_1 = [y_1(k+N_1) \quad y_1(k+N_1+1) \quad \dots \quad y_1(k+N)]^T, \quad (11)$$

$$y_1(k+j) = G_j(q^{-1})y(k) + q^{j-1} \sum_{i=j}^{n_b+j-1} f_{ji} q^{-i} \Delta u(k), \quad (12)$$

$$Y_r = [y_r(k+N_1) \quad y_r(k+N_1+1) \quad \dots \quad y_r(k+N)]^T, \quad (13)$$

$$Z = [\Delta u(k) \quad \Delta u(k+1) \quad \dots \quad \Delta u(k+N_u-1)]^T, \quad (14)$$

$$F = \begin{bmatrix} f_{N_1-1} & f_{N_1-2} & \dots & f_0 & & & \\ f_{N_1} & f_{N_1-1} & \dots & f_1 & f_0 & & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \\ f_{N-1} & f_{N-2} & \dots & \dots & \dots & \dots & f_{N-N_u} \end{bmatrix}, \quad F_{j+1} = F'_{j+1} B.$$

上式 F'_{j+1}, G_{j+1} 可通过下列 Diophantine 方程求出

$$C(q^{-1})/A'(q^{-1}) = F'_{j+1}(q^{-1}) + q^{-(j+1)} G_{j+1}(q^{-1})/A'(q^{-1}). \quad (15)$$

从上式可得出: $C(q^{-1})/A'(q^{-1})$ 的商是 $F'_{j+1}(q^{-1})$, 余数为 $q^{-(j+1)} G_{j+1}(q^{-1})$. N 个单元组成的线性阵列(图 2(a) 的第二行), 完成(15)式中 $F'_{j+1}(q^{-1}), G_{j+1}(q^{-1})$ 系数的并行计算; 将 $F'_{j+1}(q^{-1})$ 的系数输入图 2(a) 下边的三角阵列中, 与 $B(q^{-1})$ 的系数一起执行求 $F_{j+1} = F'_{j+1} B$ 系数的运算; 将 $G_j(q^{-1})$ 的系数与 $y(k) \dots y(k-n_a)$ 并行计算(图 2(a) 的第一行), 得到(12)式中 $G_j(q^{-1})y(k)$ 项; 输入 $\Delta u(k-i)$ ($i=1 \sim n_b$) 至阵列(图 2(a) 所示), 与第一列单元产生的 f_{ji} , ($j=1 \sim N, i=j \sim n_b+j-1$) 计算得到(12)式中 $\sum_{i=j}^{n_b+j-1} f_{ji} q^{j-i-1} \Delta u(k)$ 项, 至此完成了(13)、(14)式中并行求 $y_1(k+j)$ 的计算.

$(N - N_1 + 1) \times N_u$ 的矩形阵列完成 $F^T F + rI$ 的计算, $N_u \times N_u$ 的三角阵列和 N_u 的线性阵列完成矩阵求逆及回代计算, 但这使得硬件开销大, 计算周期长, 为此对(9)式变换

$$\begin{aligned} Z &= \{ [F^T \quad rI] \begin{bmatrix} F \\ rI \end{bmatrix} \}^{-1} F^T (Y_r - Y_1) \\ &= \{ [R^T \quad 0] Q^T Q \begin{bmatrix} R \\ 0 \end{bmatrix} \}^{-1} F^T (Y_r - Y_1) \\ &= [R^T R]^{-1} F^T (Y_r - Y_1). \end{aligned} \quad (16)$$

式中 Q 为正交矩阵, R 为上三角阵.

图 2(b) 的 $N_u \times N_u$ 三角阵列和两个 N_u 单元阵列可计算(16)式, 限于篇幅, 在此不做详述.

参数估计、控制器及输出预测计算的时序见图 3, 由图可看出: 有效地组织数据流的进程, 每个点的并行计算需 $3N + 2N_u$ 个计算步, 即算法的时间复杂性为 $O(N + N_u)$. 需 $0.5N^2 + 0.5N_u^2 + 4.5N + 1.5N_u + 2(n_a + n_b + n_c)$ 个处理单元, 各个单元的计算步总和约为 $2(n_a + n_b + n_c)^2 + N(2n_a + n_b + N_u) + N_u^2 + 0.5(N+1)N_u + N_u(N_u+1)(N_u+N+1)$ 步, 处理器的利用率为 25 ~ 30%.

4 结 论

本文提出了有效的并行方法实现单输入-输出模型参数估计, 基于该思想并利用图 1 的结构, 很容易设计出多输入-多输出系统参数估计的并行化方法. 对串行预测控制算法重新改

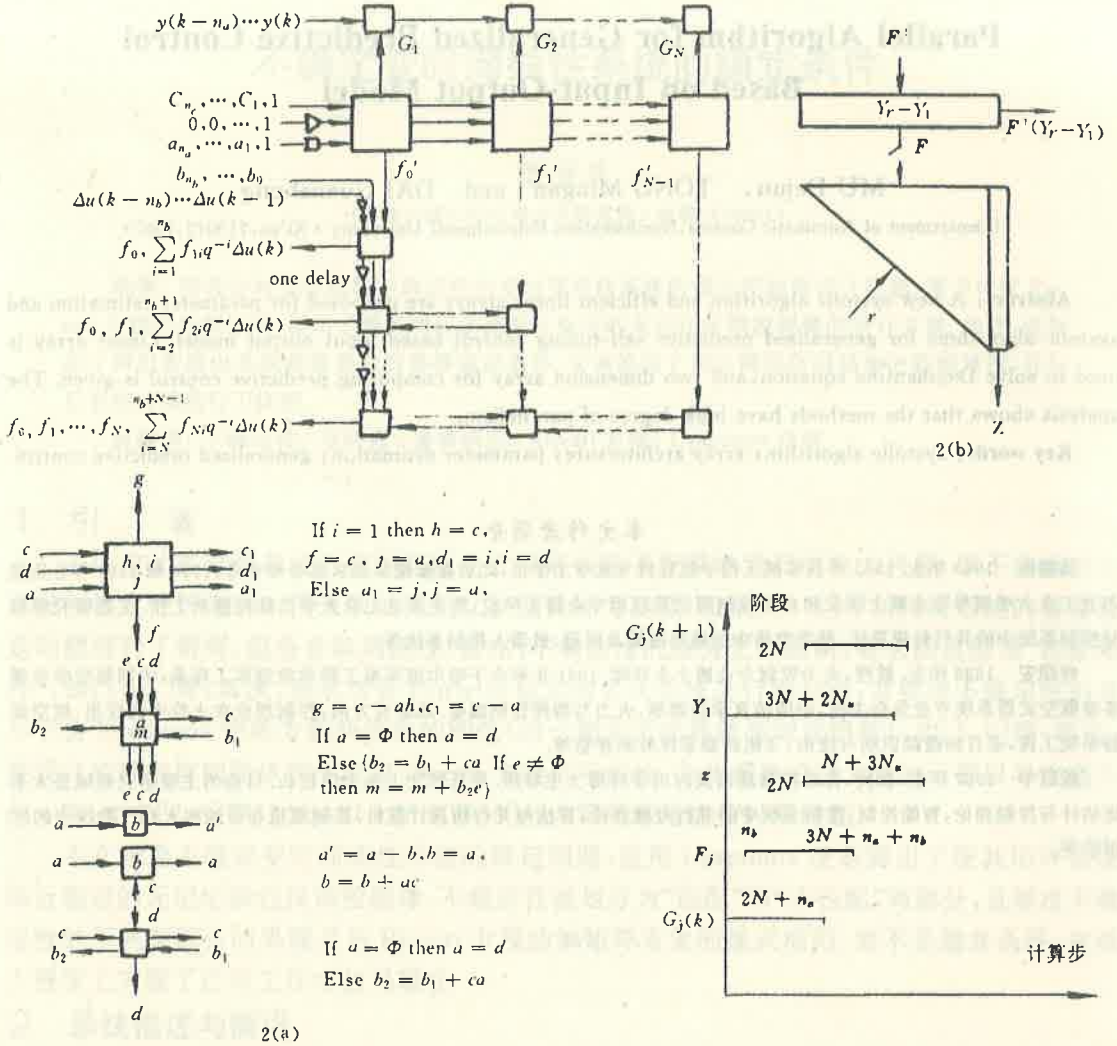


图2 预测控制的阵列结构

图3 数据流的时序

进,开发内在的并行性,可通过一组阵列并行实现,使控制的实时性提高很大.限于硬件条件,无法进行仿真计算,仅通过时序分析,说明算法的有效性.

参 考 文 献

- 1 慕德俊,戴冠中. 状态空间模型广义预测控制的并行算法. 控制理论与应用, 1995, 12(5): 646-652
- 2 葛新科,胡保生. 参数估计的 Systolic 算法. 控制理论与应用, 1994, 11(5): 527-533
- 3 慕德俊. 面向控制的并行处理算法及 Systolic 实现. 西北工业大学博士论文, 西安, 1994
- 4 李清泉. 自适应控制系统理论设计与应用. 北京: 科学出版社, 1990
- 5 陈国良, 陈凌. VLSI 计算理论与并行算法. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 1991

Parallel Algorithm for Generalized Predictive Control Based on Input-Output Model

MU Dejun, TONG Mingan and DAI Guanzhong

(Department of Automatic Control, Northwestern Polytechnical University • Xi'an, 710072, PRC)

Abstract: A new systolic algorithm and efficient linear arrays are proposed for parameter estimation and systolic algorithms for generalized predictive self-tuning control based input output model. Linear array is used to solve Diophantine equation, and two dimension array for computing predictive control is given. The analysis shows that the methods have high degree of parallelism.

Key words: systolic algorithm; array architecture; parameter estimation; generalized predictive control

本文作者简介

慕德俊 1963年生, 1983年获军械工程学院导弹专业学士学位, 此后在新疆某部从事导弹业务, 1990和1994年分别获西北工业大学惯导专业硕士学位和自动控制理论及应用专业博士学位, 现在西北工业大学自动控制系工作, 主要研究领域是控制系统中的并行处理算法, 低空突防中的地形跟随及回避, 机器人控制系统等。

佟明安 1936年生, 教授, 火力控制专业博士生导师, 1961年毕业于哈尔滨军事工程学院空军工程系, 中国航空学会理事兼航空武器系统专业分会主任, 中国仿真学会理事, 火力与指挥控制编委, 现研究方向: 控制理论在火控中的应用, 航空武器系统工程, 多目标跟踪识别与攻击, 飞机武器系统效能评估等。

戴冠中 1937年生, 教授, 自动控制理论及应用学科博士生导师, 现任西北工业大学校长, 目前的主要研究领域是大系统统计与控制理论, 智能控制, 控制系统中的并行处理理论, 算法与并行仿真计算机, 控制理论在石油和天然气勘探中的应用等等。