

基于李雅普诺夫稳定性的模糊关系模型辨识算法*

金晓明 荣 冈 王骥程

(浙江大学工业控制技术研究所, 工业控制技术国家重点实验室·杭州, 310027)

摘要: 本文在李雅普诺夫稳定性意义下, 提出了一种辨识模糊关系模型的学习算法. 仿真研究表明该算法简单易行, 效果良好; 可为模糊系统的辨识与控制提供了一条有效的途径.

关键词: 李雅普诺夫稳定性; 模糊关系模型; 过程辨识

1 引言

迄今为止, 用来估计模糊关系 R 的方法主要有两种: 其一是求解模糊关系方程的方法, 其二是语言化方法. 由于 R. M. Tong^[1]、李宝绶等^[2]的工作, 特别是在 W. Pedrycz^[3]提出了基于参考模糊集的模糊关系模型辨识算法之后, 语言化途径已成为辨识模糊关系模型的基本方法. 徐承伟等^[4]在保留了 Pedrycz 算法的直观和简单等优点的同时, 将原算法推广到多变量系统; 并给出了一种自学习算法, 其学习因子由经验设定. S. Y. Yi 等^[5]则提出了一种基于二次性能指标最优的模糊关系模型的递推辨识算法.

本文将在文[3]工作的基础上给出一种辨识模糊关系矩阵 R 的新方法. 该算法针对模型的预报误差, 在李雅普诺夫稳定性意义下实现算法的自学习, 从而使辨识得到的模型具有跟踪系统时变特性的能力.

2 问题的提法

考虑以下用模糊关系方程表述的模糊系统

$$X_{k+1} = X_{k-\tau_1} \circ U_{k-\tau_2} \circ R, \quad (1)$$

这里, $X_k \in F(\bar{X}), U_k \in F(\bar{U}), R \in F(\bar{X}, \bar{U}, \bar{X})$ 分别是定义在论域 \bar{X}, \bar{U} 上的模糊变量以及模糊关系; \circ 表示合成算子. 为推导方便起见, 可取 $\tau_1 = \tau_2 = 0$.

由于任意的模糊变量 $X_k \in F(\bar{X})$ 和 $U_k \in F(\bar{U})$ 都可以通过其属于相应参考模糊集 $A_i \in F(\bar{X}) (i = 1, \dots, m), B_j \in F(\bar{U}) (j = 1, \dots, n)$ 的程度来表示^[3], 故有

$$X_k(x_i) = \sup_{x \in \bar{X}} [A_i(x) \wedge X_k(x)], \quad (2a)$$

$$U_k(u_j) = \sup_{u \in \bar{U}} [B_j(u) \wedge U_k(u)]. \quad (2b)$$

式中, $X_k(x_i), U_k(u_j)$ 依次对应于 A_i, B_j , 分别表示 X_k 属于 A_i, U_k 属于 B_j 的可能性. 特别在 X_k, U_k 退化为单点模糊集时, 式(2)简化为

$$X_k(x_i) = A_i(x_0), \quad (3a)$$

$$U_k(u_j) = B_j(u_0). \quad (3b)$$

这样, 模糊模型(1)也可表示成

$$X_{k+1}(x_i) = \sup_{\substack{x_i \in \bar{X} \\ u_j \in \bar{U}}} [X_k(x_i) \wedge U_k(u_j) \wedge R(x_i, u_j, x_i)], \quad (4)$$

* 国家“八五”攻关和国家教委留学生基金资助项目.

本文于 1995 年 3 月 1 日收到, 1996 年 3 月 18 日收到修改稿.

它对应于如下的语义规则

$$\text{if } (x_k \text{ is } L_1) \text{ and } (u_k \text{ is } L_2) \text{ then } (x_{k+1} \text{ is } L_3)$$

模糊模型辨识的任务是:

给定性能指标 J , 根据过程输入、输出数据 $\{u_i(t), x_p(t), p = \overline{1, P}, t = \overline{1, N}\}$ 确定

- 1) 所有的参考模糊集合;
- 2) 模型的结构参数, 如阶次, 时滞等;
- 3) 模糊关系 R 的估计 \hat{R} ;

以使 J 极小化.

在获知 \hat{R} 之后, 可以根据 u_k 和 x_k 以及 \hat{R} 求出对下一时刻输出 x_{k+1} 的估计值 \hat{x}_{k+1} .

3 模糊关系模型辨识的新算法

图 1 是模糊递推辨识的示意图. 图中, x_k 是过程的实际输出; \hat{x}_k 为模糊模型的预报值; 预报误差为 $e_k \triangleq x_k - \hat{x}_k$; 而 u_k 是过程的输入.

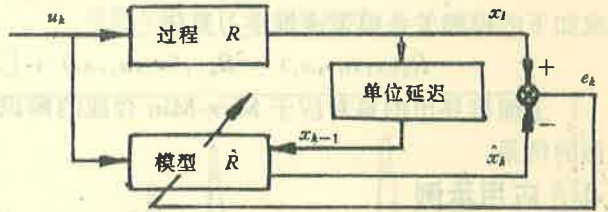


图 1 模糊辨识递推算法示意图

考虑精确域内的辨识误差系统

$$e_k = x_k - \hat{x}_k = x_k - D_\Delta[\hat{X}_k(x_i)]. \quad (5)$$

式中, D_Δ 是某种解模糊算子(如 MOM 或 COA 等), $\hat{X}_k(x_i)$ 由式(4) 不难求出. 从而式(5)可写成

$$e_{k+1} = x_{k+1} - D_\Delta\{\sup_{\substack{x_i \in X \\ u_j \in U}} [X_k(x_i) \wedge U_k(u_j) \wedge \hat{R}_k(x_i, u_j, x_i)]\}. \quad (6)$$

如果, 定义如下形式的李雅普诺夫函数

$$V(e, t) = \frac{1}{2} e^T(t) e(t) > 0, \quad (7)$$

则由李雅普诺夫稳定性定理知, 要使系统全局稳定, 需 $\dot{V}(e, t) < 0$. 对于采样系统, $\dot{e}(t)$ 可近似为 $\dot{e}(t_k) = [e(t_{k+1}) - e(t_k)]/T_s$, T_s 为采样时间; 进而有

$$\dot{V}(e, t_k) = \frac{1}{T_s} e^T(t_k) [e(t_{k+1}) - e(t_k)], \quad (8)$$

不妨, 记 $\dot{V}_k \triangleq \dot{V}(e, t_k)$, $e_k \triangleq e(t_k)$, 这样

$$\dot{V}_k = \frac{1}{T_s} [-e_k^T e_k + e_k^T (x_{k+1} - \hat{x}_{k+1})], \quad (9)$$

因此, 在 t_k 时刻, 使 $\dot{V}(e, t) < 0$ 的充分条件是

$$\hat{x}_{k+1} > x_{k+1} - e_k. \quad (10)$$

考虑到辨识的实际意义, 这里, 我们取

$$\hat{x}_{k+1} = x_{k+1} + \beta \cdot e_k, \quad \beta \in (-1, 1). \quad (11)$$

这样, 式(11)的左边为

$$\hat{x}_{k+1} = D_\Delta\{[X_k(x_i) \wedge U_k(u_j)] \circ \hat{R}_k(x_i, u_j, x_i)\},$$

而式(11)的右边为

$$x_{k+1} + \beta \cdot e_k = D_\Delta\{[X_k(x_i) \wedge U_k(u_j)] \circ R(x_i, u_j, x_i) + E_k(e_i)\}.$$

其中

$$E_k(e_i) = \mu_k(e_i) \triangleq \tilde{F}_\Delta^k(e_i).$$

这里, F_{Δ} 是模糊化算子, 从而有

$$\begin{aligned} & [X_k(x_i) \wedge U_k(u_j)] \circ \hat{R}_k(x_i, u_j, x_i) \\ & = [X_k(x_i) \wedge U_k(u_j)] \circ R(x_i, u_j, x_i) + E_k(e_i), \end{aligned} \quad (12)$$

根据文[6]给出的模糊推理合成恒等式, 我们有

$$E_k(e_i) = [X_k(x_i) \wedge U_k(u_j)] \circ \{ [X_k(x_i) \wedge U_k(u_j)] \wedge E_k(e) \}, \quad (13)$$

代入式(12), 并根据模糊合成运算的分配律, 上式可写成

$$\hat{R}_k(x_i, u_j, x_i) = R(x_i, u_j, x_i) + [X_k(x_i) \wedge U_k(u_j) \wedge E_k(e)]. \quad (14)$$

式中, $E_k(e)$ 是辨识误差的隶属度函数, 而 R 是过程的实际特性. $E_k(e)$ 体现了 \hat{R}_k 与 R 的不一致. 当 $e_k \rightarrow 0$ 时, 有 $\hat{R}_k \rightarrow R$, 亦即辨识模型收敛于实际过程特性.

如果我们用 $\hat{R}_{k-1}(x_i, u_j, x_i)$ 来代替 $R(x_i, u_j, x_i)$, 则根据一定的等价原则, 方程(14)可演化成如下的模糊关系模型递推学习算法

$$\hat{R}_k(x_i, u_j, x_i) = \hat{R}_{k-1}(x_i, u_j, x_i) + [X_k(x_i) \wedge U_k(u_j) \wedge E_k(e)]. \quad (15)$$

上面推导出的是对应于 Max-Min 合成的辨识算法. 若采用 Max-Product 合成, 可获得类似的结果.

4 应用示例

本文着重分析辨识误差系统并据此对 \hat{R} 进行修正, 有关参考模糊集选取及结构辨识的问题可参见文[4].

$\hat{R}_k(x_i, u_j, x_i)$ 的辨识及修正计算步骤如下:

1) 利用基本算法^[4], 得到初始模糊关系 \hat{R}_0 ; 并令 $k = 0$;

2) $k + 1 \rightarrow k$;

3) 利用输入 u_{pk} , 输出 x_{k-1} 以及模糊关系 \hat{R}_{k-1} , 产生本次预报值 \hat{x}_k , 并利用 $e_k = x_k - \hat{x}_k$ 求出 e_k ;

4) 利用式(15)修正 $\hat{R}_{k-1}(x_i, u_j, x_i)$, 从而获得 $\hat{R}_k(x_i, u_j, x_i)$;

5) 若 $k = N$ (N 为数据长度), 则计算结束, 否则返回 2).

在得到 \hat{R} 之后, 可利用模型(1)计算 x_k . 为便于比较, 仍选用均方误差作为性能指标 J , 亦即

$$J = \frac{1}{N - n + 1} \sum_{k=n}^N [x_k - \hat{x}_k]^2,$$

利用 G. E. P. Box 等在文[8]中给出的燃烧炉实时数据来验证本文算法. 假定模糊模型具有结构 "if $[y(k - \tau_1) \text{ and } u(k - \tau_2)]$ then $y(k)$ ", 即

$$Y_k = Y_{k-\tau_1} \circ U_{k-\tau_2} \circ R. \quad (16)$$

经过计算可知, 在 $\tau_1 = 1, \tau_2 = 4$ 的组合下, J 达到极小; 从而确定了模型的结构. 本文选用 Max-Product 合成和加权平均解模糊方法作为模糊辨识基本算法的核心^[4].

在基本算法给出的初始模糊关系 \hat{R}_0 的基础上, 采用本文的递推辨识算法学习, 可显著地降低 J . 表 1 是本文方法和其它几种方法的对比情况.

表 1 本文方法与其它方法的比较

文 献	模型类型	注 释	J
[1]	模糊模型	修正后	0.469
		$r = 5$	0.776
[3]	模糊模型	$r = 7$	0.487
		$r = 9$	0.320
[4]	模糊模型	$r = 5$ 学习前	0.4555
		学习后	0.328
[8]	普通线性模型	单输入单输出	0.71
本文方法	模糊模型	$r = 5$ 基本算法	0.5728
		递推算法	0.3568

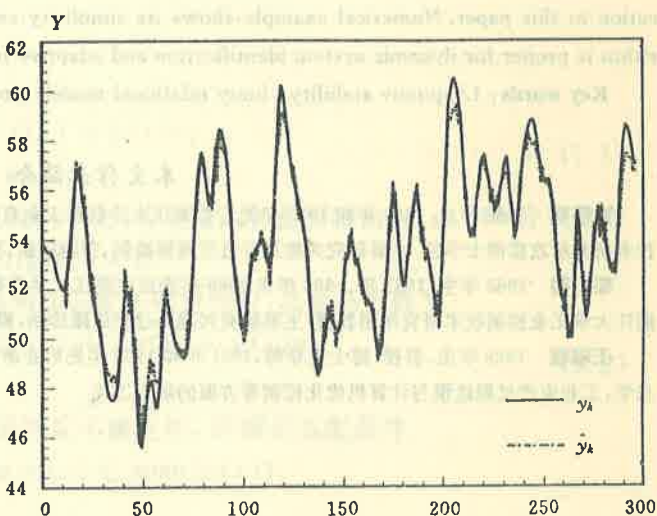
和文[4]相比,本文算法具有理论性较强,计算简单的优点.图2给出了本文方法得到的 \hat{y}_k 与过程真实值 y_k 的比较情况.

我们进一步研究了此递推辨识算法对 \hat{R}_0 的依赖情况.结论是本文方法在不同的初值下,得到的 J 相差不大,体现出较高的实用价值.

5 结束语

本文工作是将精确域处理方法和模糊集处理方法相结合的一种尝试,其结论为模糊关系模型递推辨识的自学习算法提供了一定的理论依据.仿真研究表明:本文方法在辨识精度和计算效率两方面均优于现有方法.

模糊关系模型实质上是一组描述系统特性的产生式规则,更适宜于表述含有非线性、时滞、时变特性的过程,相信有关此类模型的辨识研究会引起人们的重视.

图 2 模型估计值 \hat{y}_k 与真实值 y_k 的比较

参 考 文 献

- 1 Tong, R. M. . The evaluation of fuzzy models derived from experimental data. Fuzzy Sets and Systems, 1980, 4: 1-12
- 2 李宝锭, 刘志俊. 用模糊理论测辨系统的模型. 信息与控制, 1980, 9(3): 32-38
- 3 Pedrycz, W. . An identification algorithm in fuzzy relation systems. Fuzzy Sets and Systems, 1984, 13: 153-167
- 4 Xu, C. W. and Lu, Y. Z. . Fuzzy model identification and self-learning for dynamic systems. IEEE Trans. Syst. Man & Cybern. , 1987, 17: 683-689
- 5 Yi, S. Y. and Chung, M. J. . Identification of fuzzy relational model and its application to control. Fuzzy Sets and Systems, 1993, 59: 25-33
- 6 Kang, H. and Vachtsevanos, G. . Adaptive fuzzy logic control. in Proc. 30th American Control Conference, Chicago, Illinois, 1992: 2279-2283
- 7 Kaufmann, A. and Gupta, M. M. . Introduction to fuzzy arithmetic: theory and applications. New York, Van Nostrand

Reinhold, 1985, 14—21

8 Box, G. E. P. and Jenkins, G. M. . Time series analysis; forecasting and control, San Francisco, Holden Day, 1970; 230—259

An Algorithm Based on Lyapunov Stability to Fuzzy Relational Model Identification

JIN Xiaoming, RONG Gang and WANG Jicheng

(Institute of Industrial Process Control, State Key Laboratory of Industrial Control Technology, Zhejiang University · Hangzhou, 310027, PRC)

Abstract: A learning algorithm based on Lyapunov stability is derived to fuzzy relational model identification in this paper. Numerical example shows its simplicity and superiority over other methods. The algorithm is proper for dynamic system identification and adaptive fuzzy control.

Key words: Lyapunov stability; fuzzy relational model; process identification

本文作者简介

金晓明 1966年生, 1986年和1995年先后在浙江大学获得工业自动化学士学位和硕士学位, 现在浙江大学工业控制技术研究所攻读博士学位, 主要研究兴趣是自适应模糊控制, 预测控制, 非线性控制及其在工业生产过程中的应用。

荣冈 1963年生, 1983年、1986年和1989年先后在浙江大学获得工业自动化学士学位、硕士学位和博士学位, 现为浙江大学工业控制技术研究所副教授, 主要研究兴趣是过程故障诊断, 模糊控制, 智能控制, 系统辨识与自适应控制等。

王驎程 1928年生, 教授, 博士生导师, 1951年和1953年先后在浙江大学获得学士学位和硕士学位, 长期从事过程动态学, 工业生产过程建模与计算机优化控制等方面的研究工作。