第 14 卷第 2 期
1997 年 4 月

控制理论与应用
CONTROL THEORY AND APPLICATIONS

Vol. 14, No. 2
Apr., 1997

可部分线性化系统的鲁棒动态补偿器设计*

梅生伟　秦化淑　洪奕光　　　　陈彭年
(中国科学院系统科学研究所·北京,100080)　(中国计量学院·杭州,310034)

摘要：本文考察其标称系统的相对阶大于 1 同时含匹配和非匹配不确定性的 SISO 非线性系统的动态输出反馈镇定问题. 文中给出一个关于一类非线性系统为渐近稳定的结果. 利用此结果设计出一类输出反馈动态补偿器,该补偿器可以实现对所论非线性不确定系统的动态输出反馈渐近镇定.

关键词：动态补偿器；动态输出反馈；不确定性

1 引　言

考察如下非线性系统

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u, \\ y = h(x). \end{cases} \tag{1.1}$$

其中，$x \in \mathbb{R}^n, u \in \mathbb{R}^1, y \in \mathbb{R}^1$ 分别表示系统的状态,控制输入和量测输出；f, g,和 h 分别为光滑矢量和标准函数；$f(0_n) = 0_n, h(0_n) = 0, g(0_n) \neq 0$.

当非线性系统同时含有结构匹配和结构非匹配不确定性时,其动态方程为

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + \Delta f(x) + \Delta g(x) + g(x)u, \\ y = h(x). \end{cases} \tag{1.2}$$

其中，$\Delta f(x)$ 是非匹配不确定性，$\Delta g(x)$ 是匹配不确定性，即满足匹配条件

$$\Delta g(x) = g(x)e_1(x) \in \operatorname{span}\{g(x)\}.$$

这里，$e_1(x) \in \mathbb{R}$ 是光滑函数.

通常(1.1)叫做不确定非线性系统的标称系统.

以下我们假定系统(1.1)在原点有相对阶 $r > 1$.

近年来,不确定非线性系统的镇定问题受到愈来愈多的关注. 因为不总是能通过直接量测获取系统的全部状态,所以,利用直接量测反馈镇定系统更是实际系统设计所必需. 线性系统设计的事实表明,虽然构造静态输出反馈来镇定系统形式简单且工程上容易实现,但难度大,而构造动态输出补偿器镇定系统是一种实际可行的手段,不确定非线性系统的动态输出反馈镇定是指：

定义 1.1 称非线性不确定系统(1.2)能用动态输出反馈局部镇定,如果存在光滑函数 $\alpha(\theta)$ 及动态方程 $\dot{\theta} = \beta(\theta, y)$，使得闭环系统：

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + \Delta f(x) + \Delta g(x) + g(x)u, \\ y = h(x), \\ u = \alpha(\theta), \\ \dot{\theta} = \beta(\theta, y). \end{cases} \tag{1.3}$$

* 国家自然科学基金资助项目.
本文于 1995 年 6 月 5 日收到. 1996 年 12 月 9 日收到修改稿.

的零解渐近稳定. 这里, $\theta \in \mathbb{R}^s, \alpha \in C^1(U_1,\mathbb{R}^1), \beta \in C^1(U_2,\mathbb{R}^s), \beta(0_s,0) = 0_s$, U_1 和 U_2 分别为 $\mathbb{R}^s$ 和 $\mathbb{R}^{s+1}$ 空间原点的某一开邻域, s 是某一正整数. 特别地, 如果 $\alpha \in C^1(\mathbb{R}^s,\mathbb{R}^1), \beta \in C^1(\mathbb{R}^{s+1},\mathbb{R}^s), \beta(0_s,0) = 0_s$, 则称系统(1.2)能用动态输出反馈全局镇定.

1986年, AEEE(高峰会议)曾经指出: 非线性系统的动态补偿设计将是一个十分重要的研究方向. 自那时以来, 这一方向的结果不多, 特别对于不确定系统非线性更是如此, 文[1], [2], [3]和[6]研究了系统 $\sum(h,f,g)$ 为线性系统 $\sum(C,A,B)$ 时的鲁棒镇定问题, 其中[1], [2]用静态输出的反馈, [3]和[6]设计动态补偿器. 文[4]在系统(1.1)可以部分线性化的条件下, 构造的一类反馈控制器可使相应的闭环系统是 Lyapunov 意义下稳定的, 但其控制律中含有输出的导数, 这在工程上一般是不允许的.

本文首先证明了一个关于一类非线性系统渐近稳定的结果. 然后在文[4]的基础上, 受文[3]的启示, 具体构造出一种动态输出反馈补偿器. 在此动态补偿器的作用下, 含结构匹配和结构非匹配不确定性的非线性系统成为 Lyapunov 意义下局部渐近稳定的.

2 一类非线性系统稳定的结果

下面给出关于一类非线性系统渐近稳定的一个充分条件.

引理 2.1 考察系统

$$\begin{cases} \dot{z} = Az + F(z,y), \\ \dot{y} = q(z,y). \end{cases} \tag{2.1}$$

这里, $z \in \mathbb{R}^r, y \in \mathbb{R}^{n-r}, q(y,z)$ 和 $F(y,z)$ 二次连续可微, $F(0,0) = 0$, 且

$$\frac{\partial F}{\partial z}(0,0) = 0, \quad \frac{\partial F}{\partial y}(0,0) = 0. \tag{2.2}$$

如果 $\dot{y} = q(0,y)$ 在 $y = 0$ 是指数渐近稳定的, 且 A 是 Hurwitz 矩阵, 则系统(2.1)在 $(z,y) = (0,0)$ 的某邻域内渐近稳定.

证 因为 $\dot{y} = q(0,y)$ 在 $y = 0$ 是指数渐近稳定的, 故根据逆 Lyapunov 定理, 存在 Lyapunov 函数 $V_0(y)$ 和正常数 c_1, c_2, c_3 使得下式满足:

$$c_1 \| y \|^2 \leqslant V_0(y) \leqslant c_2 \| y \|^2, \quad \dot{V}_0(y)|_{\dot{y}=q(0,y)} \leqslant - c_3 \| y \|^2. \tag{2.3}$$

因为 V_0 和 $q(z,y)$ 都是光滑函数, 故局部存在常数 c_4 和 M_2 满足:

$$\left\| \frac{\partial V_0}{\partial y} \right\| \leqslant M_2 \| y \|, \quad \left\| \frac{\partial q(z,y)}{\partial z} \right\| \leqslant c_4. \tag{2.4}$$

同时, 根据题设条件(2.2), 在原点的某一邻域内, 存在 $k_1 > 0$ 使下式成立:

$$\| F(y,z) \| \leqslant k_1(y^2 + z^2). \tag{2.5}$$

取关于 (y,z) 的正定函数: $V(y,z) = V_0(y) + \lambda_0 z^{\mathrm{T}} P z$. 这里, $\lambda_0 = c_4\left(1 + \frac{M_2}{2\varepsilon}\right)$, ε 是区间 $\left(0, \frac{c_3}{2M_2c_4}\right)$ 内任意取定的常数, P 是 Lyapunov 方程: $PA + A^{\mathrm{T}}P = - I$ 的正定对称的解矩阵.

计算 $V_{(y,z)}$ 沿系统(2.1)的全导数 $\dot{V}(y,z)|_{(2.1)}$:

$$\begin{aligned} \dot{V}|_{(2.1)} &= \frac{\mathrm{d}V_0}{\mathrm{d}t} - \lambda z^{\mathrm{T}} z + 2\lambda z^{\mathrm{T}} PF(y,z) \\ &= \frac{\partial V_0}{\partial y} q(0,y) + \frac{\partial V_0}{\partial y}(q(z,y) - q(0,y)) - \lambda z^{\mathrm{T}} z + 2\lambda z^{\mathrm{T}} PF(y,z). \end{aligned}$$

不难验证, 利用不等式(2.3), (2.4)和(2.5)能够得到: 当 $\| z \| \leqslant \delta =$

$\min\left\{\frac{1}{4k_1\|P\|},\frac{c_3}{8\lambda_0 k_1\|P\|}\right\}$时，下列不等式$\dot{V}\mid_{(2.1)}\leqslant -\frac{c_3}{4}\|y\|^2-\frac{c_4}{2}\|z\|^2$成立. 从而说明系统(2.1)在原点是局部渐近稳定的.　　证毕.

注　比较引理 2.1 和常用的关于中心流形定理的结论[8]，后者需要假设对所有 y，$F(0,y)=0$ 这一条件.

推论 2.2　在引理 2.1 中，将条件(2.2)换为：存在正常数 k_1 使 $\|F(y,z)\|\leqslant k_1(y^{\mathrm T}y+z^{\mathrm T}z)$ 成立，结论也是成立的.

3　系统的动态输出反馈镇定

首先，根据系统(1.1)和(1.2)所设条件，我们有下述结果：

定理 3.1[7]　存在一个局部坐标变换和状态反馈，使得系统(1.2)具有如下的形式：

$$\begin{cases}\dot{z}=A_1z+\zeta_1(\cdot)+b(v+\zeta_2(\cdot)),\\ \dot{w}=q(w,z),\\ y=z_1.\end{cases}\tag{3.1}$$

其中，$z=(z_1,\cdots,z_r)^{\mathrm T}\in\mathbb{R}^r$，$w=(w_1,\cdots,w_{n-r})^{\mathrm T}\in\mathbb{R}^{n-r}$；$\zeta_1(\cdot)$ 和 $\zeta_2(\cdot)$ 是不确定性部分.

$$A_1=\begin{bmatrix}0&1&0&\cdots&0\\0&0&1&\cdots&0\\ \vdots&\vdots&\vdots&\vdots&\vdots\\0&0&0&\cdots&1\\-d_1&-d_2&-d_3&\cdots&-d_r\end{bmatrix}_{r\times r},\quad b=\begin{bmatrix}0\\0\\ \vdots\\1\end{bmatrix}_{r\times 1}.$$

A_1 是稳定矩阵，即 $l_d^{\mathrm T}=(d_1,\cdots,d_r)^{\mathrm T}$ 是 Hurwitz 向量.

从文[4]中，我们很容易得到：

定理 3.2　假设系统(3.1)满足：

1) 不确定性系统(3.1)的零动态 $\dot{w}=q(w,0)$ 指数渐近稳定；

2) $\|\xi_1\|\leqslant\psi(\|b^{\mathrm T}Pz\|)\psi_1(\|(z,w)\|)$，$\|\xi_2\|\leqslant\psi(\|z,w)\|)$；

则如下形式的控制律

$$v(z)=-\frac{1}{2\eta}b^{\mathrm T}Pz[\varphi^2(\|b^{\mathrm T}Pz\|)+1]$$

使相应的闭环系统指数渐近稳定.

这里，$\psi,\psi_1,\psi_2\in C_+^2(R^+)$，$\psi(0)=0$，$\psi_1(0)=0$，$\psi_2(0)=0$；$P$ 是矩阵方程

$$PA_1+A_1^{\mathrm T}P=-I$$

的正定对称解矩阵；$\varphi(r)$ 满足：$\psi(s)=s\varphi(s)$；η 是取定的正数，

假设已知$\left.\frac{\partial\xi_2}{\partial z}\right|_{(0_r,0_{(n-r)})}$，现对系统(3.1)构造下列动态补偿器：

$$\begin{cases}v(\theta)=-\frac{1}{2\eta}b^{\mathrm T}P\theta[\varphi^2(\|B^{\mathrm T}P\theta\|)+1],\\ \dot{\theta}=A\theta+kE_kl(y-\theta_1)+bv(\theta)-bl_d\theta+b\left.\frac{\partial\xi_2}{\partial z}\right|_{(0_r,0_{(n-r)})}\theta.\end{cases}\tag{3.2}$$

这里，k 是待定的常数，$\theta\in\mathbb{R}^r$，$l^{\mathrm T}=(l_1,\cdots,l_r)^{\mathrm T}$ 是 Hurwitz 向量，

$$A=\begin{bmatrix}0&1&0&\cdots&0\\0&0&1&\cdots&0\\ \vdots&&&\vdots&\\0&0&0&\cdots&1\\0&0&0&\cdots&0\end{bmatrix}_{r\times r},\quad E_k=\begin{bmatrix}1&0&0&\cdots&0&0&0\\0&k&0&\cdots&0&0&0\\ \vdots&&&\vdots&&&\\0&0&0&\cdots&0&k^{r-2}&0\\0&0&0&\cdots&0&0&k^{r-1}\end{bmatrix}_{r\times r}.$$

基于定理 3.1,定理 3.2 和推论 2.2,我们得到本文的主要结果:

定理 3.3 如果在定理 3.2 中,还有 $\left.\frac{\partial\xi_2}{\partial w}\right|_{(0_r,0_{(n-r)})}=0$ 成立,则系统(3.1)和动态补偿器(3.2)构成的闭环系统:

$$\begin{cases}\dot z=A_1z+\xi_1(\cdot)+b(v(\theta)+\xi_2(\cdot)),\\ \dot w=q(w,z),\\ \dot\theta=A\theta+kE_kl(y-\theta_1)+bv(\theta)-bl_d^{\mathrm T}\theta+b\left.\frac{\partial\xi_2}{\partial z}\right|_{(0_r,0_{(n-r)})}\theta.\end{cases}\tag{3.3}$$

以 $\mathbb{R}^{n+r}$ 空间的原点 0_{n+r} 为局部渐近稳定平衡点.

证 设 $e=z-\theta$, 则系统(3.3)成为:

$$\begin{cases}\dot z=A_1z+\xi_1(\cdot)+b(v(\theta)+\xi_2(\cdot)),\\ \dot w=q(w,z),\\ \dot e=A_1z-A\theta-kE_kl(y-\theta_1)+bl_d^{\mathrm T}\theta+\xi_1(\cdot)+b\left(\xi_2(\cdot)-\left.\frac{\partial\xi_2}{\partial z}\right|_{(0_r,0_{(n-r)})}z\right).\end{cases}\tag{3.4}$$

注意到 $A_1=A-bl_d^{\mathrm T},y-\theta_1=e_1$, 则系统(3.4)可以改写为:

$$\begin{cases}\dot z=A_1z+\xi_1(\cdot)+b(v(z)+\xi_2(\cdot)+b(v(z-e)-v(z)),\\ \dot w=q(w,z),\\ \dot e=A_ke+\xi_1(\cdot)+bR_2.\end{cases}\tag{3.5}$$

这里 $$A_k=A-kE_kL-bD,\quad L=l\cdot\underbrace{(1,0,\cdots,0)}_{r},$$

$$D=l_d-\left.\frac{\partial\xi_2}{\partial z}\right|_{(0_r,0_{(n-r)})},\quad R_2=\xi_2-\left.\frac{\partial\xi_2}{\partial z}\right|_{(0_r,0_{(n-r)})}z.$$

由文[3],当 k 足够大时,A_k 是稳定矩阵.

这样,对于系统(3.5),当 $e=0$ 时,根据定理 3.2,系统(3.1)是可指数渐近镇定的.又根据定理所给条件,易证:一定局部存在常数 $N_1,N_2>0$ 使

$$\|\xi_1\|\leqslant N_1(\|z\|^2+\|w\|^2\|),\quad \|bR_2\|\leqslant N_2(\|z\|^2+\|w\|^2).\tag{3.6}$$

所以由推论 2.2,可知系统(3.5)是渐近稳定的. 证毕.

依定义 1.1,系统(3.1)能用动态输出反馈镇定.

综上所述,我们给出系统(1.2)的动态输出反馈补偿器的设计步骤;

第一步 利用局部坐标变换和状态反馈,将系统(1.2)化为系统(3.1);

第二步 先求出矩阵 P;然后选择不确定性满足的上界函数 $\psi(\cdot),\psi_1(\cdot)$,和 $\psi_2(\cdot)$;

第三步 根据上界函数 $\psi(\cdot)$,求出函数 $\varphi(s)=\int_0^1\psi(rs)\mathrm{d}r$,进而求出 $v(z)$;

第四步 根据 $v(z)$ 和(3.2)式构造动态补偿器.

4 结束语

本文注意到作者们用输出及其导数镇定系统的工作在工程上难于实现的事实[4],证明了

一个关于一类非线性系统为渐近稳定的结果后，设计了动态输出反馈补偿器，该补偿器使相应闭环系统成为局部渐近稳定的，从而能镇定同时含结构匹配和结构非匹配的不确定性的非线性系统，动态补偿器所镇定的区域是由标称系统在原点存在相对阶的邻域及关于结构匹配和结构非匹配的不确定性假设条件所决定的，因而是局部的．关于这方面的结果，可以推广到多输入多输出系统．值得注意的是，定理3.2中假设2)的第一个条件不易检验，目前对非匹配不确定性的假设比该条件要强得多．如何改进，将是一件有意义的工作．

参 考 文 献

1 Dawson, D. M., Qu, Z. and Carroll, J. C.. On the observation and output feedback problems for nonlinear uncertain dynamical systems. Systems and Control Letters, 1992, 18: 217—222

2 Emelyamer, S. V. et al.. Output feedback stabilization of uncertain plants avariable structure systems approach. Int J of Control, 1992, 55: 61—81

3 陈彭年．非线性系统反馈镇定．博士论文，上海交通大学，1994，15—30

4 洪奕光，秦化淑．一类不确定非线性控制系统的镇定．控制理论及应用年会论文集，武汉，1993，157—160

5 Isidori. Nonlinear control theory. Springer-Verlag, New York, 1989

6 Praly, L., Andreanovel B. D. and Corron, J. M.. Lyapunov design of stability controllers for casceded systems. Proc 28th. IEEE Conference on Decision and Control, Tampa. Fl, Dec., 1989

7 Qin huashu and Mei shengwei Robust attraction for MIMO affine nonlinear uncertain systems. Procedings of Control Theory, Naikai University, Tianjing, 1994, 61—71

8 Carr, J.. Applications of center manifold theory. Springer-Verlag, New York, 1981

Design of Robust Dynamic Compensator for Partial Linearizable Systems

MEI Shengwei, QIN Huashu and HONG Yiguang

(Institute of Systems Science Academia Sinica • Beijing, 100080, PRC)

CHEN Pengnian

(China Institute of Metrology • Hangzhou, 310034, PRC)

Abstract: This paper studies the dynamic output feedback stabilizing problem of a class of SISO nonlinear uncertain systems. A result about a class of nonlinear system stability is introduced and using this result, a kind of dynamic compensator is designed, which stabilizes the uncertain systems exponentially.

Key words: dynamic compensator; dynamic output feedback; uncertainty

本文作者简介

梅生伟　1964年生．1989年于清华大学数学系获硕士学位，现为中科院系统所博士生．研究方向为非线性鲁棒控制，神经网络在控制中的应用．

秦化淑　1934年生．1956年毕业于南开大学数学系，1961年在波兰雅盖龙大学获博士学位．从事过常微分方程，线性与非线性系统控制及其在导弹制导和机器人控制的应用等方面的研究工作．目前对非线性系统结构性质，镇定，机器人控制，不确定系统控制等有兴趣．

洪奕光　1966年生．1987年和1990年在北京大学获学士和硕士学位，1993年在中科院系统科学研究所获博士学位，毕业后留所工作．曾从事线性系统鲁棒性、非线性几何方法、神经网络方法、机器人控制等方面的研究．现在主要从事非线性系统的鲁棒控制，机器人学习控制等方向的研究．

陈彭年　1948年生．1982年毕业于厦门大学，并获硕士学位．现为中国计量学院副教授．从事过常微分方程稳定性和控制理论的研究．目前的研究领域为常微分方程稳定性，交换环上线性系统理论和非线性系统控制等．