

软边界鲁棒控制器设计新方法*

岳红 蒋慰孙

(华东理工大学自动化所·上海, 200237)

摘要: 本文基于对系统建模误差的软边界描述, 提出了一种新的鲁棒设计方法. 采用对应不同参数摄动状态的概率加权性能指标作为优化性能指标, 对参数域进行一体化设计. 与传统的硬边界方法相比, 本文结果保守性低, 较好地兼顾了系统的鲁棒稳定性和鲁棒性能, 并使系统性能在参数域内得到良好的概率折衷.

关键词: 软边界; 概率鲁棒设计; 截尾分布; 参数摄动; 性能折衷

1 引言

针对参数摄动系统的鲁棒控制器设计大多基于硬边界描述展开, 即模型中给出参数变化的确定范围. 设计目标在于减少最坏情况的影响, 使系统在整个参数变化范围内保持稳定并具有一定的品质. 由于最坏情况通常很少发生, 这样产生的控制作用本质上便过于保守. 而软边界描述是用随机分布去近似不确定性参数的变化^[1~4], 强调了参数在取值范围内不同点出现的可能性之间的差异. 在设计过程中, 经常发生条件的影响起主要作用, 而发生概率低的条件的影响被削弱, 其结果保守性自然降低.

本文在软边界描述框架下, 在参数摄动系统模型中引入双侧截尾正态分布描述. 将参数摄动域作为一个整体来对待, 控制器设计不是根据某一点的情况, 而是根据整个参数域的综合情况进行, 从而得到了更为全面、合理的鲁棒性结果.

2 双侧截尾正态分布向量

硬边界描述给出了摄动参数变化的上下界, 从概率表达方式看, 相当于假设每个参数都服从均匀分布. 由于实际过程中参数取不同值的可能性经常是不同的, 这种描述方式不够合理, 相对地, 正态分布是一个较好的选择. 研究表明, 在很多情况下, 参数围绕标称点的变化近似服从正态分布^[1,4], 并且可以通过多种途径建立这一形式的软边界模型^[4,6].

正态分布是软边界鲁棒性研究中使用最普遍的一种随机分布. 标准正态分布变量在无穷大的区间内变化, 容易在分布尾部引入没有实际物理意义的取值. 为适应实际问题的需要, 本文在文[5]的基础上对正态分布变量进行双侧截尾处理并将结论扩展到向量情形. 截尾处理一方面考虑了实际过程参数的物理意义, 可以引入过程参数变化范围的信息; 一方面也为鲁棒稳定性的研究提供了方便.

定义 1 如果随机变量 x 的概率密度函数为如下形式

$$P(x) = \begin{cases} 0, & \text{若 } x < a \text{ 或 } x > b, \\ \frac{k}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right], & \text{若 } a \leq x \leq b, \end{cases} \quad (1)$$

则称 x 为在 $x = a$ 和 $x = b$ 双侧截尾的正态分布变量, 记作 $x \sim N[\mu, \sigma^2, (a, b)]$, 常数 k 由

* 国家自然科学基金资助项目.

本文于 1995 年 7 月 13 日收到, 1996 年 6 月 17 日收到修改稿.

条件 $\int_{-\infty}^{+\infty} P(x) dx = 1$ 决定, 所以

$$k = [\Phi(\frac{b - \mu}{\sigma}) - \Phi(\frac{a - \mu}{\sigma})]^{-1}.$$

Φ 为标准正态分布 $N(0, 1)$ 的分布函数.

在定义 1 中分别取 $a = -\infty$ 和 $b = +\infty$ 时, 可得到文[5]中单侧截尾正态分布的左侧和右侧分布. 在实际不确定性模型中, 常常要同时涉及两个或两个以上的随机变量, 这些变量可能是相关的, 也可能是相互独立的, 这样一组变量用向量形式研究更方便.

定义 2 如果随机向量 $X = (x_1, \dots, x_n)^T$ 的概率密度函数为如下形式:

$$P(X) = \begin{cases} 0, & X < A \text{ 或 } X > B, \\ \frac{k}{(2\pi)^{n/2} [\det(M)]^{1/2}} \exp[-\frac{1}{2}(X - V)^T M^{-1}(X - V)], & A \leq X \leq B. \end{cases} \quad (2)$$

则称 X 为具有在 $X = A$ 和 $X = B$ 双侧截尾的正态分布向量, 记作 $X \sim N[V, M, (A, B)]$, 其中 V, A, B 均为 n 维列向量, M 为实对称方差矩阵, $M \triangleq E[(X - V)(X - V)^T]$, 常数 k 由 $\int_{-\infty}^{+\infty} P(X) dX = 1$ 决定.

3 概率加权鲁棒控制器设计

3.1 概率加权性能指标

通常对参数摄动系统进行鲁棒优化设计时, 总是针对参数域中某一关键性的点进行, 如标称点或参数摄动的边界点等. 依据这样的设计准则, 无论选择哪一个点, 都只能获得该点意义上的最优控制, 很难兼顾系统在参数域其它点的性能. 标称设计法和极小极大法是两种典型的方法, 标称设计法以系统的标称点为依据进行设计, 极小极大法则针对参数域内可能的最坏情况进行设计. 当参数摄动范围较大时, 这两种方法都难以得到理想的控制效果. 如果设计时能够考虑到整个参数摄动范围的情况, 力求获得在整个参数域总体最优而不是某一点最优的系统性能, 则可以满足更多实际控制问题的需要. 选用如下概率加权形式的性能指标可以实现以上目的:

$$\bar{J} = \sum_{i=1}^m J_i(u, \theta_i) P(\theta_i). \quad (3)$$

式中, m 为在参数域选择的加权计算点的个数, $\theta_i, i = 1, 2, \dots, m$ 代表各个参数点, $P(\theta_i)$ 为对应参数点 θ_i 的概率密度函数值, J_i 为对应参数 θ_i 的优化性能指标. 采用形如(3)式的鲁棒优化设计指标, 一方面可以综合考虑参数域内总体系统性能, 而不是某一特定点的性能. 另一方面, 用概率密度函数作为加权因子避免了加权时的盲目性, 可以根据实际情况区别对待不同的参数点: 出现概率大参数点的性能占的权重重大, 设计时便得到了强调, 如标称点便是如此; 出现可能性小参数点占的权重小, 对设计结果的影响便比较小, 如最坏点等, 这样便降低了算法的保守性. 同时, 将最坏点或其邻近点的性能指标引入总体性能指标中, 又能较方便地考虑系统的稳定性要求. 因此, 这种形式的优化目标有利于兼顾系统的鲁棒稳定性和鲁棒性能.

3.2 概率鲁棒 PID 设计

以一阶加纯滞后系统的 PID 控制器设计为例, 讨论概率鲁棒控制问题, 系统性能指标选 ITAE 误差积分指标. 过程传递函数为

$$G(s) = \frac{K}{T_s + 1} e^{-\tau s}. \quad (4)$$

假设 K, T 为不确定性参数,可用双侧截尾正态分布来近似描述,

$$K \sim N[K_0, \sigma_K^2, (K_{\min}, K_{\max})], \quad T \sim N[T_0, \sigma_T^2, (T_{\min}, T_{\max})].$$

这里 K_0 和 T_0 近似取系统标称值, K 和 T 的联合概率密度函数为

$$P(K, T) = \begin{cases} \frac{K_K K_T}{2\pi\sigma_K\sigma_T} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{K-K_0}{\sigma_K}\right)^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{T-T_0}{\sigma_T}\right)^2\right\}, & K \in [K_{\min}, K_{\max}], T \in [T_{\min}, T_{\max}], \\ \text{其它.} \end{cases} \quad (5)$$

其中

$$K_K K_T = \frac{1}{\Phi\left(\frac{T_{\max}-T_0}{\sigma_T}\right) - \Phi\left(\frac{T_{\min}-T_0}{\sigma_T}\right)} \cdot \frac{1}{\Phi\left(\frac{K_{\max}-K_0}{\sigma_K}\right) - \Phi\left(\frac{K_{\min}-K_0}{\sigma_K}\right)}. \quad (6)$$

在参数域内均匀地选取一批有代表性的点同时引入设计中,优化性能指标为

$$\bar{J} = \sum_{i=1}^m P(K_i, T_i) f^i \text{ITAE}(K_i, T_i). \quad (7)$$

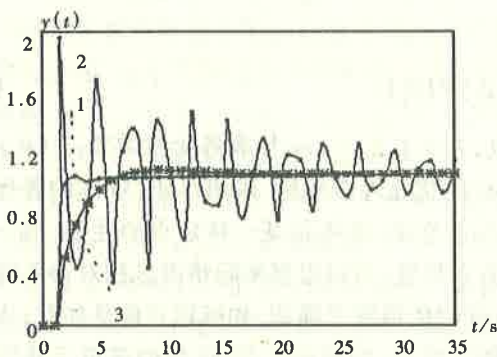
f^i_{ITAE} 为计算过程 ITAE 指标的隐函数.控制器参数寻优采用直接值搜索方法.

4 仿真分析

考虑系统(4)式,取 $K \sim N[3, 1, (1, 5)], T \sim N[5, 1, (3, 7)], m = 21$,用等高线方式选取参数点^[6].分别采用标称法、极小极大法和本文的概率鲁棒法进行设计.表 1 列出了这几种算法在参数域不同点的 ITAE 性能指标对比.*号表示系统发散.图 1 和图 2 分别给出了采用标称法与概率鲁棒设计法时,系统在三种不同参数摄动状态下的阶跃响应过渡过程曲线.

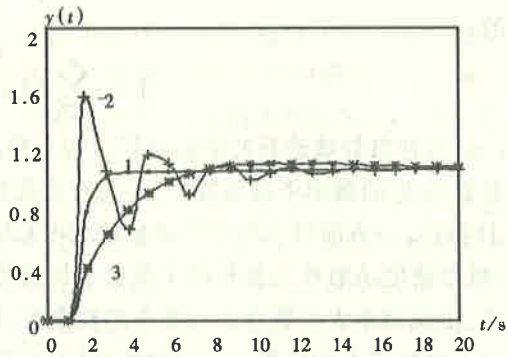
表 1 三种方法在参数域不同点的 ITAE 性能值

位置(K, T)	(3,5)	(5,7)	(4,3)	(2,7)	(1,3)	(1,7)	(5,3)
标称设计法	1.176	3.208	156.716	9.325	23.340	23.89	* * * *
概率鲁棒法	2.378	4.287	7.230	13.011	26.474	31.640	79.950
极小极大法	9.325	13.678	1.965	39.394	45.201	73.035	1.176



1: $K = 3, T = 5$; 2: $K = 4, T = 3$; 3: $K = 2, T = 7$

图 1 标称设计法的系统阶跃响应



1: $K = 3, T = 5$; 2: $K = 4, T = 3$; 3: $K = 2, T = 7$

图 2 概率鲁棒法的系统阶跃响应

采用标称法时,尽管在标称点的 ITAE 性能指标最小,但由于未考虑参数摄动的影响,无法保证系统的全局鲁棒稳定性;采用极小极大法时,虽然实现了全局稳定,但算法过于保守,导致在标称点及参数域内多数点处的 ITAE 值过大;只有采用概率鲁棒优化算法时,既保证了系统的闭环稳定性,又获得了在多数状态下较好的 ITAE 指标,并且标称状态的 ITAE 指标优于

其它参数点的 ITAE 性能指标.

这些结果体现了本算法的几个主要优点:

1) 把参数域作为一个整体考虑,选多点综合设计.与按单独一点进行设计的方法相比,尽管在个别点性能指标有所牺牲,但系统在参数域的整体性能是最理想的.

2) 依发生概率的不同调整各参数点对设计结果的影响.一般系统在标称状态发生的概率最高,于是相应标称状态的性能指标是最好的,这与实际过程对设计的要求相一致.这一结论对 SISO 系统一般是成立的,对复杂的 MIMO 系统则需视不同情况做具体分析.

3) 既强调对高概率状态的设计,也不忽略低概率状态可能产生的影响,只是将这种影响降低到与其发生概率相匹配的程度.将最坏情况也体现到性能指标中,一旦控制规律引起系统在某些参数摄动状态下发散,综合性能指标数值便会大幅度增加,寻优时只要能遇到使系统稳定的最优或次优解,便自然抛弃变化幅度大的不稳定解,从而保证了系统的稳定性.从这个意义上考虑,将最坏参数状态引入综合性能指标对寻优的影响类似于罚函数的作用.

参 考 文 献

- 1 Schaper, C. D., Seborg, D. E. and Mellichamp, D. A. . Probabilistic approach to robust control. Ind. Eng. Chem. Res., 1992, 31 (7): 1694 - 1704
- 2 Goodwin, G. C., Gevers, M. and Ninness, B. . Quantifying the error in estimated transfer functions with application to model order selection. IEEE Trans. Automat. Contr., 1992, AC-37(7): 913 - 928
- 3 Djavdan, P., Tulleken, H. J. A. F., Voetter, M. H., Verbruggen, H. B. and Olsder, G. J. . Probabilistic robust control design. Proc. 28th Conf. Deci. Contr., Tampa, Florida, 1993, 2164 - 2172
- 4 Sternad, M. and Ahlen, A. . Robust filtering and feedforward control based on probabilistic descriptions of model error. Automatica, 1993, 29(3): 661 - 679
- 5 Meyer, P. L. . 概率引论及统计应用. 北京: 高等教育出版社, 1986, 256 - 260
- 6 岳红. 复杂特性过程控制新策略的若干研究. 华东理工大学博士学位论文, 上海, 1996

A New Method of Soft-Bound Robust Controller Design

YUE Hong and JIANG Weisun

(Research Institute of Automatic Control, East China University of Science and Technology, Shanghai, 200237, PRC)

Abstract: A new method of robust controller design has been developed on the basis of soft-bound description of modeling errors. The parameter space has been designed in its entirety with probabilistic weighted cost functions as the optimization performance. Compared with the generally used hard-bound method, this new one is less conservative and compromises robust stability and robust performance better. It also makes probabilistic trade-offs for system performances in the whole parametric space.

Key words: soft-bound; probabilistic robust design; truncating distribution; parametric perturbation; performance trade-offs.

本文作者简介

岳红女, 1968年生. 分别于1990年和1993年在北京化工大学自动化系获学士学位和硕士学位, 1996年于华东理工大学自动化所获博士学位, 现在北京中国科学院自动化所工作. 主要研究方向为鲁棒控制, 复杂过程建模、控制及优化.

蒋慰孙 1926年生. 1947年毕业于上海交通大学化学系, 50年代中期起从事过程控制方面的教学科研工作. 现为华东理工大学教授, 博士生导师. 目前研究方向为过程建模, 智能控制, 新型控制系统, 容错控制等.