第 14 卷第 4 期
1997 年 8 月

Vol. 14, No. 4
Aug., 1997

一类离散事件系统的一步极大允许无冗余控制*

朱更新　郑大钟

(清华大学自动化系·北京,100084)

摘要：本文考虑用一般标识图模型描述的一类离散事件系统的禁止状态问题. 在文[1]基础上,分析了允许控制策略对观测和控制时延的鲁棒性;给出了一步极大允许无冗余反馈控制策略的判据和搜索方法;导出了系统在一个并发活动序列发射后仍保持极大允许性的条件,即对应的并发活动序列的特征.

关键词：受控标识图；禁止状态控制；极小代数；离散事件系统

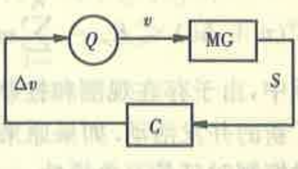
1 引　言

离散事件系统的禁止状态问题是指,对给定的受控对象综合控制器,使闭环系统避免进入禁止状态集合. 禁止状态问题最早由 Ramadge 和 Wonham 在形式语言和自动机框架下提出[2]. Krogh 将其移植到受控 Petri 网模型[3]. 受控 Petri 网模型中包含并发活动,因此其描述范围更广. 但两者在解决实际问题时都会遇到计算上的困难,这是由一般离散事件系统控制问题的复杂性所决定的. 此后,Holloway 和 Krogh 研究了一类称为受控标识图的特殊受控 Petri 网,直接根据系统的结构图综合反馈控制逻辑,避免了搜索整个状态空间带来的计算困难[4,5],但[4,5]只研究了一类特殊的标识图,即循环标识图,且假定其标识是安全的(每个位置最多含有一个令牌).

文[1]利用极小代数研究了一般标识图模型的一步允许无冗余控制,其禁止状态集合用位置集合给定. 在此框架下,本文分析了允许控制策略对观测和控制时延的鲁棒性;给出了一步极大允许无冗余控制的判据和搜索方法;导出了系统在一个并发活动序列发射后仍保持极大允许性的条件,即对应的并发活动序列的特征. 所有结果随后被推广到禁止状态集合用位置集合族给定的情况.

2 一步允许无冗余控制与鲁棒性

本文考虑用受控标识图模型描述的一类离散事件系统. 受控标识图可用五元组表示为 $\mathrm{CMG}=\{P,T,\psi,Q,\omega\}$,其中标识图 $\mathrm{MG}=\{P,T,\psi\}$ 为受控对象,P 为位置集合,$T=T_c\cup T_u$,T_c 和 T_u 分别为受控和非受控转换集合,ψ 为对象结构,Q 是外部输入位置集合,ω 为控制结构. 系统的状态用标识(m,v)表示,其中 $m:P\to\mathbb{N}$,$v:Q\to\mathbb{N}$ 分别为内部和外部标识,$\mathbb{N}$ 为非负整数集合. 本文约定:$m\in L(\mathrm{MG})$,即内部标识 m 是活的. 控制增量 Δv 表示控制器对外部标识的改变量. 闭环系统如图 1 所示.



Q:外部位置
MG:受控对象
C:控制器
S:并发活动

图 1　闭环系统

当 $\Delta v=0$ 时,称系统为自治的. 对结构完全能控的受控标识图 CMG,任给初始标识(m,v),自治系统经过有限步发射后必到达平衡点,并可用如下极小代数方程描述[1]

---

* 国家自然科学基金和国家教委博士点基金资助项目.

本文于 1994 年 11 月 16 日收到. 1997 年 1 月 17 日收到修改稿.

$$x = A \otimes' x \oplus' B \otimes' v. \tag{1}$$

禁止状态问题的提法为：控制器在标识为(m,v)时给出控制增量Δv，使得标识$(m,v+\Delta v)$下的自治系统不进入禁止状态集合.

定义 1[1] 给定禁止状态集合M，称Δv是标识(m,v)下的n步允许控制增量，如果可达标识集

$$R_I^{(n)}(m,v+\Delta v) \subseteq \widetilde{M}. \tag{2}$$

其中允许状态集合$\widetilde{M}$定义为

$$\widetilde{M} = \{m \in L(MG) \mid R_I(m,0) \cap M = \Phi\}. \tag{3}$$

设$F=\{f_1,\cdots,f_\beta\}\subset P$，$K\in \mathrm{N}$，其中$F$满足分割条件[1]，且$F^{\cdot}\subset T_u$. (F,K)对应的禁止状态集合为[5]

$$M_{(F,K)} = \{m \in L(\mathrm{MG}) \mid \sum_{i=1}^{\beta} m(f_i) > K\}. \tag{4}$$

设$y=C\otimes' x$是到达平衡点时$^{\cdot}F$的发射次数向量，于是有

引理 1[1] 设禁止状态集合为$M_{(F,K)}$，Δv是无冗余控制增量，即$v+\Delta v\leqslant\delta(m)$，则下面三个条件等价：

1° Δv是标识(m,v)下的一步允许控制增量；

2° $R_I(m,v+\Delta v)\cap M_{(F,K)}=\Phi$；

3° $\sum_{i=1}^{\beta} y_i(v+\Delta v)\leqslant K-\sum_{i=1}^{\beta} m(f_i)$.

禁止状态集合的一般形式为

$$M_J = \bigcup_{r=1}^{n} M_{(F_r,K_r)}, \quad J = \{(F_r,K_r) \in P \times N \mid r = 1,\cdots,n\}. \tag{5}$$

其中$F_r^{\cdot} \subset T_u$，F_r满足分割条件，$r=1,\cdots,n$.

设$F_r=\{f_{1r},\cdots,f_{\beta_r r}\}$，$y^{(r)}=C^{(r)}\otimes' x$是到达平衡点时$^{\cdot}F_r$发射的次数向量，$r=1,\cdots,n$. 从引理1出发，可直接得到类似结果：

定理 1 设禁止状态集合为M_J，$v+\Delta v\leqslant\delta(m)$，则下面三个条件等价：

1° Δv是标识(m,v)下的一步允许控制增量；

2° $R_I(m,v+\Delta v)\cap M_J=\Phi$；

3° $\sum_{i=1}^{\beta_r} y_i^{(r)}(v+\Delta v)\leqslant K_r-\sum_{i=1}^{\beta_r} m(f_{ir})$，$r=1,\cdots,n$.

工程实际中，由于存在观测和控制的时延，使在当前标识下的允许控制策略起作用之前，可能已发生了新的并发活动. 如果原来的控制增量在新的标识下仍是允许控制增量，则称相应的控制算法对控制时延具有鲁棒性.

定理 2 设$\Delta v\geqslant 0$，Δv是标识(m,v)下的一步允许无冗余控制增量，且$(m,v)[\sigma\Rightarrow(m',v')$，则$\Delta v$也是标识$(m',v')$下的一步允许无冗控制增量.

证 已知$(m,v)[\sigma\Rightarrow(m',v')$，由$\Delta v\geqslant 0$和状态演化方程[1]，有$(m,v+\Delta v)[\sigma\Rightarrow(m',v'+\Delta v)$，即$(m',v'+\Delta v)\in R(m,v+\Delta v)$. 于是$R(m',v'+\Delta v)\subseteq R(m,v+\Delta v)$.

由于Δv是标识(m,v)下的一步允许无冗余控制增量，根据引理1的1°⇒2°，$R(m,v+\Delta v)\cap M_J=\Phi$. 于是$R(m',v'+\Delta v)\cap M_J=\Phi$. 又由于$\Delta v$在标识$(m,v)$下无冗余，可知$\Delta v$在标识$(m',v')$下无冗余. 再应用引理1的2°⇒1°知，$\Delta v$是标识$(m',v')$下的一步允许无冗余控制增量. 证毕.

通常 $\Delta v \geqslant 0$ 的条件容易满足. 事实上,只要初始标识(m_0,v_0)满足 $R_I(m_0,v_0)\cap M_J=\Phi$,且此后的控制增量均为一步允许无冗余控制增量,据引理 1,系统的标识(m,v)始终满足 $R_I(m,v)\cap M_J=\Phi$. 根据定义 1,$\Delta v=0$ 是标识(m,v)下的一步允许控制,因此存在满足 $\Delta v\geqslant 0$ 的一步允许控制增量 Δv. 由此得

定理 3　鲁棒控制增量存在的充要条件是初始标识(m_0,v_0)满足

$$R_I(m_0,v_0)\cap M_J=\Phi.$$

3　一步极大允许无冗余控制

定理 1 给出一步允许无冗余控制增量的集合. 实际应用中,要求系统在不进入禁止状态集合的前提下具有最大限度的柔性[1]. 为此,引入一步极大允许无冗余控制.

定义 2　设 Δv 是受控标识图 CMG 在标识(m,v)下的一步允许控制增量,且$\forall\ \Delta v'>\Delta v$,当 $v+\Delta v'\leqslant\delta(m)$时,即当 $\Delta v'$ 是标识(m,v)下无冗余控制增量时,$\Delta v'$ 不是标识(m,v)下的一步允许控制增量,则称 Δv 是标识(m,v)下的一步极大允许无冗余控制增量.

下面给出一步极大允许无冗余控制增量的充要条件.

引理 2　设禁止状态集合为 $M_{(F,K)}$,次数向量 $y(m,v+\Delta v)=H(m)\otimes'(v+\Delta v)$,其中 $H(m)=[h_{ij}(m)]_{\beta\times\alpha}$. Δv 是标识(m,v)下的一步允许无冗余控制增量,则 Δv 是标识(m,v)下一步极大允许无冗余控制增量的充要条件是:

$$\forall\ j=1,\cdots,\alpha,\text{若 } v_j+\Delta v_j<\delta_j(m),\text{ 则 } |I(j)|>\Delta K. \tag{6}$$

其中$|\cdot|$表示参数集合的指数,

$$I(j)=\{i\in[1,\cdots,\beta]\,|\,h_{ik}(m)\otimes'(v_k+\Delta v_k)>h_{ij}(m)\otimes'(v_j+\Delta v_j),\ \forall\ k\neq j,1\leqslant k\leqslant\alpha\},\quad j=1,\cdots,\alpha, \tag{7}$$

$$\Delta K=K-\sum_{i=1}^{\beta}[y_i(m,v+\Delta v)+m(f_i)]. \tag{8}$$

证　充分性. 已知式(6)成立. 若存在 $\Delta v'>\Delta v,v+\Delta v'\leqslant\delta(m)$,于是存在 $j',v_{j'}+\Delta v_{j'}<v_{j'}+\Delta v'_{j'}\leqslant\delta_{j'}(m)$. 由式(6),$|I(j')|>\Delta K$. 再由

$$\begin{cases}v_{j'}+\Delta v'_{j'}\geqslant v_{j'}+\Delta v_{j'}+1,\\ v_j+\Delta v'_j\geqslant v_j+\Delta v_j,\quad\forall\ j\neq j',\quad 1\leqslant j\leqslant\alpha.\end{cases} \tag{9}$$

并注意到集合 $I(\cdot)$的定义式(7),得

$$y_i(m,v+\Delta v')\geqslant y_i(m,v+\Delta v)+1,\quad\forall\ i\in I(j'). \tag{10}$$

于是

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^{\beta}y_i(m,v+\Delta v')&\geqslant\sum_{i=1}^{\beta}y_i(m,v+\Delta v)+|I(j)|\\&>\sum_{i=1}^{\beta}y_i(m,v+\Delta v)+\Delta K\\&=K-\sum_{i=1}^{\beta}m(f_i).\end{aligned} \tag{11}$$

根据引理 1 的 $1°\Rightarrow 3°$知,$\Delta v'$ 不是标识(m,v)下的一步允许控制增量. 于是根据定义 2,Δv 是标识(m,v)下一步极大允许无冗余控制增量. 充分性得证.

必要性. 已知 Δv 是标识(m,v)下一步极大允许无冗余控制增量,欲证式(6)成立. 采用反证法. 假设式(6)不成立,即存在 $j',1\leqslant j'\leqslant\alpha,v_{j'}+\Delta v_{j'}<\delta_{j'}(m)$,但$|I(j')|\leqslant\Delta K$. 定义如下 $\Delta v'$

$$\Delta v'_j=\begin{cases}\Delta v_j+1,&j=j',\\ \Delta v_j,&\forall\ j\neq j',\quad 1\leqslant j\leqslant\alpha.\end{cases} \tag{12}$$

于是 $v_{j'}+\Delta v'_{j'}=v_{j'}+\Delta v_{j'}+1\leqslant\delta_{j'}(m)$. 再由 $v+\Delta v\leqslant\delta(m)$ 及式(12)知

$$v_j+\Delta v'_j\leqslant\delta_j(m),\quad \forall\, j\neq j',\quad 1\leqslant j\leqslant\alpha. \tag{13}$$

因此 $v+\Delta v'\leqslant\delta(m)$.

由式(12)及集合 $I(\cdot)$ 的定义式(7),有

$$y_i(m,v+\Delta v')=\begin{cases}y_i(m,v+\Delta v)+1, & \forall\, i\in I(j'),\\ y_i(m,v+\Delta v), & \forall\, i\notin I(j').\end{cases} \tag{14}$$

对上式求和,并注意到 $|I(j')|\leqslant\Delta K$ 有

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^{\beta}y_i(m,v+\Delta v')&=\sum_{i=1}^{\beta}y_i(m,v+\Delta v)+|I(j')|\\ &\leqslant\sum_{i=1}^{\beta}y_i(m,v+\Delta v)+\Delta K=K-\sum_{i=1}^{\beta}m(f_i).\end{aligned} \tag{15}$$

由 $v+\Delta v'\leqslant\delta(m)$ 及式(15),并根据引理 1 的 $3°\Rightarrow1°$ 知,$\Delta v'$ 是标识(m,v)下的一步允许无冗余控制增量. 但 $\Delta v'>\Delta v$,因此 Δv 不是标识(m,v)下一步极大允许无冗余控制增量,和已知相矛盾. 必要性得证.

一步极大允许冗余反馈控制也不唯一. 实际应用时,可按某种优先级进行选择. 实际上,在引理 2 的必要性证明过程中,已给出了一种由一步允许无冗余控制增量按指定的优先序求相应的一步极大允许无冗余控制的方法.

由引理 2,还可直接得到如下定理:

定理 4 设禁止状态集合为 M_J,次数向量 $y^{(r)}(m,v+\Delta v)=H^{(r)}(m)\otimes'(v+\Delta v)$, $r=1,\cdots,n$. Δv 是标识(m,v)下的一步允许无冗余控制增量,则 Δv 是标识(m,v)下一步极大允许无冗余控制增量的充要条件是:

$$\text{若 } v_j+\Delta v_j<\delta_j(m),\quad \text{则存在 } r\in\{1,\cdots,n\},\ |I_r(j)|>\Delta K_r,\ \forall\, j=1,\cdots,\alpha. \tag{16}$$

其中 $I_r(j)$ 和 ΔK_r 的定义类似式(7)和(8), $j=1,\cdots,\alpha$, $r=1,\cdots,n$.

一些情况下,在某些转换发生后,新状态下的一步极大允许无冗余控制增量 $\Delta v=0$,这在直观上意味着自治系统自动保持对受控对象的极大允许性. 对于这类情况,我们不加证明地给出如下的相应结果.

引理 3 设禁止状态集合为 $M_{(F,K)}$,若 Δv 是标识(m,v)下的一步极大允许无冗余控制增量,且 $(m,v+\Delta v)[\sigma\Rightarrow(m',v')$,其中 σ 满足:

1° $$k_\sigma({}^{\cdot}p)=0,\quad \forall\, p\in\bigcup_{t\leqslant T_c}{}^{(p)}t, \tag{17}$$

2° $$k_\sigma(f_i^{\cdot})=0,\quad i=1,\cdots,\beta. \tag{18}$$

则 $\Delta v'=0$ 是标识(m',v')下的一步极大允许无冗余控制增量.

定理 5 设禁止状态集合为 M_J,若 Δv 是标识(m,v)下的一步极大允许无冗余控制增量,且 $(m,v+\Delta v)[\sigma\Rightarrow(m',v')$,其中 σ 满足:

1° $$k_\sigma({}^{\cdot}p)=0,\quad \forall\, p\in\bigcup_{t\leqslant T_c}{}^{(p)}t, \tag{19}$$

2° $$k_\sigma(f_{ir}^{\cdot}),\quad i=1,\cdots,\beta;\quad \forall\, r\in E(m). \tag{20}$$

其中

$$E(m)=\{r\,|\,1\leqslant r\leqslant n \text{ 且} \sum_{i=1}^{\beta_r}y_i^{(r)}(m,\delta(m))>K_r-\sum_{i=1}^{\beta_r}m(f_{ir})\}. \tag{21}$$

则 $\Delta v'=0$ 是标识(m',v')下的一步极大允许无冗余控制增量.

4 实　　例

考虑图 2 所示由三个工作站组成的离散加工系统. 工作站 1 依次加工 A,B 两种工件，再由工作站 2 装配. 工作站 3 加工 C 工件. 设缓存库的容量为 3，即 $F=\{P_9,P_{10}\}$，$K=3$. 于是有[1]：

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} m_5(m_3\oplus' m_1m_4) & m_5(m_2m_3\oplus' m_4) & +\infty \\ +\infty & +\infty & m_7 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} v_1+\Delta v_1 \\ v_2+\Delta v_2 \\ v_3+\Delta v_3 \end{bmatrix} \tag{22}$$

对图示标识：$\delta(m)=(2,1,1)^T$，$m(F)=1$. 指定优先序为(1,2,3)，计算步骤如下：

1° 初始 $\Delta v=(0,0,0)^T$，

$$\bar{H}=\begin{bmatrix} 0 & 1 & +\infty \\ +\infty & +\infty & 1 \end{bmatrix},\quad y=\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$\Delta K=1, I(1)=\{1\}$. $|I(1)|=\Delta K$，(继续)

2° 初始 $\Delta v=(1,0,0)^T$，

$$\bar{H}=\begin{bmatrix} 1 & 1 & +\infty \\ +\infty & +\infty & 1 \end{bmatrix},\quad y=\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$\Delta K=0, I(1)=\Phi$. $|I(1)|=\Delta K$，(继续)

3° 初始 $\Delta v=(2,0,0)^T$，

$$\bar{H}=\begin{bmatrix} 2 & 1 & +\infty \\ +\infty & +\infty & 1 \end{bmatrix},\quad y=\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$\Delta K=0, I(2)=\{1\}$. $|I(3)|=\{2\}$，

$|I(2)|-|I(3)|>\Delta K$. (停止)

$\Delta v=(2,0,0)^T$ 是对应优先序(1,2,3)的一步极大允许无冗余控制.

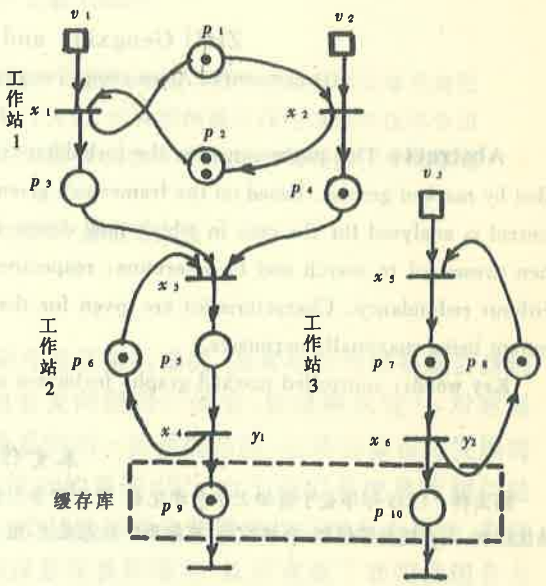


图 2　离散加工系统

若分别指定优先序为(2,3,1)和(2,1,3)，则可求得相应的一步极大允许无冗余控制为 $\Delta v=(0,1,1)^T$ 和 $\Delta v=(1,1,0)^T$.

5 结　论

本文研究了用一般标识图模型描述的一类离散事件系统的禁止状态问题. 讨论了一步允许无冗余反馈控制策略对控制时延的鲁棒性. 给出了一步极大允许无冗余控制增量的判据. 分析了不改变系统极大允许性的并发活动序列应满足的条件.

一步极大允许控制增量通常是不唯一的. 但按一个指定优先序搜索得到的一步极大允许无冗余控制增量只有一个，因此这只是一个局部最优解. 对一般的禁止状态问题，寻找全部的一步极大允许控制增量将会遇到计算复杂性问题.

参 考 文 献

1 朱更新，郑大钟. 离散加工系统反馈控制的代数综合方法. 清华大学博士学位论文，北京，1995

2 Ramadge, P. J. and Wonham, W. M.. Modular feedback logic for discrete-event systems. SIAM J. Contr. Optimiz., 1987, 25(5): 1202−1218

3 Krogh, B. H.. Controlled Petri nets and maximally permisive feedback logic. Proc. 25th Ann. Allerton Conf., Univ. Illinois, Urbana, 1987

4 Holloway, L. E. and Krogh, B. H.. Synthesis of feedback control logic for a class of controlled Petri nets. IEEE Trans.

Automat. Contr., 1990, AC-35(5):514−523

5 Krogh, B. H.. and Holloway, L. E.. Synthesis of feedback control logic for discrete manufacturing systems. Automatica, 1991, 27(4):641−651

Maximally Permissive One-Step Control without Redundancy for a Class of Discrete Event Systems

ZHU Gengxin and ZHENG Dazhong

(Department of Automation, Tsinghua University • Beijing, 100084, PRC)

Abstract: This paper concerns the forbidden-state problem for a class of discrete event systems modelled by marked graphs. Based on the framework given in our previous paper[1], robustness of the permissive control is analyzed for the case in which time delays in control and observation exist. Two approaches are then presented to search and to determine, respectively, the maximally permissive one-step control policy without redundancy. Characteristics are given for the concurrent activities' series whose fires preserve the system being maximally permisive.

Key words: controlled marked graph; forbidden state control; min algebra; discrete event systems.

本文作者简介

郑大钟 1959年毕业于清华大学自动化系. 现为清华大学自动化系教授, 博士生导师. 主要研究领域有线性系统理论, 最优控制, 大系统分散控制, 鲁棒控制, 离散事件动态系统, 混合动态系统等, 出版著作5部, 发表论文80多篇.