

## 交互式多模型滤波器及其并行实现研究\*

潘泉 戴冠中 张洪才

(西北工业大学自动控制系·西安, 710072)

**摘要:** 本文研究交互式多模型滤波器(IMMF). IMMF对于动态模式具有随机突变的一类混合系统的估值具有良好的性能. 本文首先给出IMMF的数学描述, 揭示IMMF的机理特征, 针对IMMF的结构特点, 以PD-100多机处理系统为基础, 研究了IMMF并行实现的处理器拓扑结构、IMMF任务划分、分配和IMMF并行映射实现, 给出了IMMF并行实现算法. 在PD-100系统上的仿真表明, 本文的并行算法具有加速比线性好, 并行饱和度和并行效率较高的特点, 是IMMF实时实现的一种理想的并行处理方案.

**关键词:** 交互式多模型滤波器; 并行处理

### 1 引言

近来, 对混合系统(hybrid system)最优估计的研究受到关注<sup>[1~5]</sup>. 这类混合系统的动态模式具有随机突变的特点. 如在有突发故障的系统中, 描述系统状态方程模式会在一组模式集中转换; 又如对目标机动特征的描述, 系统的运动学方程也将会在匀速、均加速、变加速等多种状态方程模式中来切换. 近来的研究表明, 这类系统可以用对系统状态空间变量的连续的评估以及基于这一评估而适当综合的一组系统状态方程模式的集合有效地描述<sup>[6]</sup>. 显然, 对混合系统的最优估计需要考虑系统的所有“历史”信息, 因此其计算复杂性将随时间增长呈指数增长. 采用“固定记忆”是抑制指数增长的一种有效方法, 这类研究的典型算法是*i*阶广义伪贝叶斯算法(GPB<sub>*i*</sub>), 它用“假设合并”合并那些具有相同“历史”的假设, 但GPB<sub>*i*</sub>算法需要*M<sup>i</sup>*个滤波器, 其*M*是系统可能具有模式的数量, *i*是GPB的阶次. 近来, 对具有马尔可夫开关参数的混合系统的次最优估计研究取得很大进展, 这一进展集中表现为对交互式多模型滤波算法(IMM)的研究<sup>[5~8]</sup>. 在交互式多模型算法中, 假设所有模式间的转换服从马尔可夫过程, 通过对系统状态空间变量的评估和模式的巧妙综合, 得到性能优于GPB<sub>2</sub>的结果, 而其计算复杂性只相当于GPB<sub>1</sub>. IMM算法已被证明是目前混合系统估计算法中, 性能——代价比最好的方法<sup>[6]</sup>.

本文在对IMM自适应能力<sup>[7,8]</sup>和IMM协方差分解<sup>[9]</sup>等研究的基础上, 进而研究IMM的并行实现. 本文安排如下, 第2节给出IMM算法的数学描述, 同时深入揭示IMM性能的机理特征, 第三节确定IMM并行实现的处理器拓扑结构, 第四节进行IMM算法分析与任务划分, 第五节采用[10]的启发式映射算法进行映射处理, 最后是性能分析和总结.

### 2 交互式多模型算法

设一个混合系统的离散化状态方程和量测方程如下:

$$X(k+1) = \Phi(k, m_k)X(k) + \Gamma(k, m_k)\omega(k, m_k), \quad (1)$$

$$Z(k) = H(k, m_k)X(k) + v(k, m_k). \quad (2)$$

式中  $X(k) \in \mathbb{R}^n$  为系统状态向量, 状态初值  $X(0) \sim N(X_0, P_0)$ ,  $\Phi(k, m_k)$  为状态转移矩阵,

\* 国家自然科学基金资助项目.

本文于1995年5月27日收到, 1996年7月1日收到修改稿.

$\omega(k, m_k)$  为均值是零、方差是  $Q(k, m_k)$  的高斯白噪声;  $z(k) \in \mathbb{R}^m$  是量测向量,  $H(k, m_k)$  是观测矩阵,  $v(k, m_k)$  为均值是零、方差是  $R(k, m_k)$  的高斯白噪声; 而  $X(0)$ 、 $\omega(k, m_k)$  和  $v(k, m_k)$  为互不相关,  $k$  为时间标量. 上述方程中,  $m_k$  是模式状态, 即系统模式标注, 它表示从时间  $k$  开始的某一采样周期内, 该模式有效. 上述方程中的所有变量均与  $m_k$  相对应.

设  $m_k$  为状态有限、时间离散的马尔可夫链,  $m_k$  构成的系统状态模式集合为  $\{m_k | m_k = i\}$ ,  $i \in M$ , 此时系统模式的马尔可夫转移概率为

$$P\{m_{k+1} = j | m_k = i\} = \pi_{ij}, \quad \forall i, j \in M, \quad (3)$$

并已知马尔可夫链的初始状态概率为

$$\mu_i = \left\{ m_0 = \frac{1}{M} | m_0 = i \right\}, \quad \forall i \in M. \quad (4)$$

图 1 给出了系统状态模式集合含有两个元素(模型)时的马尔可夫链联接示意图. 其中,  $\pi_{11}$  和  $\pi_{22}$  是模型  $m_1$  和  $m_2$  在无外来测量信息时模式不变概率, 一般认为值较大;  $\pi_{12}$  和  $\pi_{21}$  则分别是  $m_1$  和  $m_2$  在无外来测量信息时, 彼此转移(切换)的概率, 一般认为值较小. 当获得了测量信息后, 模型间的实际转移概率是基于上述  $\pi_{ij}$  和测量集合  $\{Z^k\}$  的极大后验概率. 交互式多模型滤波

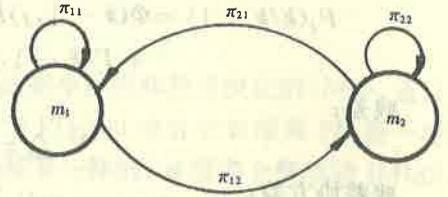


图 1 两模型马尔可夫链联接示意图

波(IMMF)算法的核心正是利用上述实际转移概率对滤波器的输入/输出进行修正. IMMF 算法通常分为 4 步: 输入交互、滤波、模型概率计算、输出综合. 图 2 给出了  $m$  模型 IMMF 算法示意图. 在每一时刻, 基于不同模型的各个滤波器的初始输入不是它们各自上一时刻的滤波输出, 而是由实际模型转移概率修正后的交互值作为输入, 接下来采用标准 Kalman 滤波公式作预测和滤波(各滤波器并行工作), 在此基础上, 由获得的此刻的量测和各滤波器的滤波输出更新计算模型(转移)概率, 最后, 利用模型概率完成滤波输出综合计算. IMMF 与过去广泛采用的多模型算法的不同点是多模型算法只用模型后验概率对滤波器的

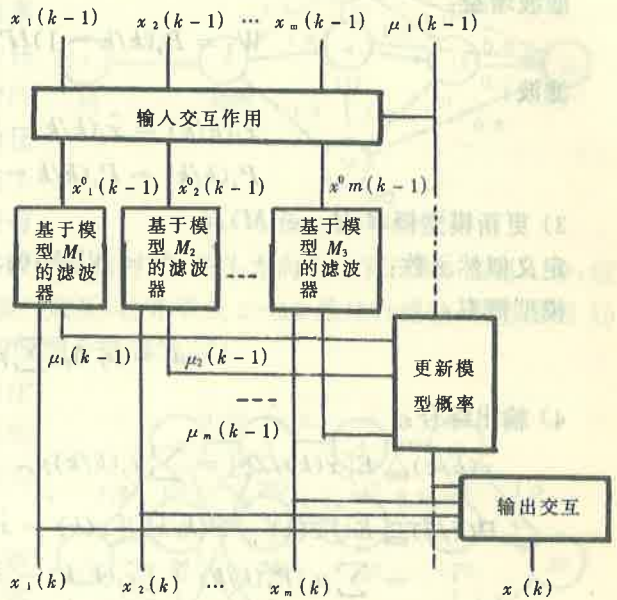


图 2 两模型 IMMF 算法框图

的输出进行加权综合计算, 而 IMMF 对滤波器的输入和输出均进行了加权综合计算. 这样做的好处是保证所有滤波器的输入与实际系统状态模式匹配, 不至造成状态模式集合中不匹配模型滤波器长期处于不匹配状态, 以致滤波发散. 这种发散对滤波切换后的再启动性能影响很大. IMMF 算法的计算公式如下:

1) 输入交互( $\forall j \in M$ ):

$$\text{模型预测概率: } \mu_j^- \triangleq P\{M_j(k) | Z^{k-1}\} = \sum_i \pi_{ij} \mu_i(k-1). \quad (5)$$

输入交互概率:

$$\mu_{ij} \triangleq P\{M_i(k-1) | M_j(k), Z^{k-1}\} = \frac{1}{\mu_j} \pi_{ij} \mu_i(k-1), \quad (6)$$

$$\hat{x}_{oj}(k-1/k-1) \triangleq E[x(k-1) | M_j(k), Z^{k-1}] = \sum_i \hat{x}_i(k-1/k-1) \mu_{ij}, \quad (7)$$

$$P_{oj}(k-1/k-1) = \sum_i P_i(k-1/k-1) \mu_{ij} + \sum_{(i,l)} x_{ilj}, \quad (8)$$

$$x_{ilj} \triangleq [\hat{x}_l(k-1/k-1) - \hat{x}_i(k-1/k-1)] [\hat{x}_i(k-1/k-1) - \hat{x}_j(k-1/k-1)]^T \mu_{ij} \mu_{lj}. \quad (9)$$

2) 滤波 ( $\forall j \in M$ ):

$$\hat{x}_j(k/k-1) = \Phi(k-1, j) \hat{x}_{oj}(k-1/k-1) + \Gamma(k-1, j) \bar{w}(k-1, j), \quad (10)$$

$$P_j(k/k-1) = \Phi(k-1, j) P_{oj}(k-1/k-1) \Phi^T(k-1, j) + \Gamma(k-1, j) Q(k-1, j) \Gamma^T(k-1, j). \quad (11)$$

残差:

$$V_j \triangleq z - H(k, j) \hat{x}_j(k/k-1). \quad (12)$$

残差协方差:

$$S_j = H(k, j) P_j(k/k-1) H^T(k, j) + R(k, j). \quad (13)$$

滤波增益:

$$W_j = P_j(k/k-1) H^T(k, j) S_j^{-1}. \quad (14)$$

滤波:

$$\hat{x}_j(k/k) = \hat{x}_j(k/k-1) + W_j V_j, \quad (15)$$

$$P_j(k/k) = P_j(k/k-1) - W_j S_j W_j^T. \quad (16)$$

3) 更新模型概率 ( $\forall j \in M$ ):

$$\text{定义似然函数: } \Lambda_j = N[V_j; 0; S_j]. \quad (17)$$

模型概率:

$$\mu_j = \mu_j^- \Lambda_j / \sum_i \mu_i^- \Lambda_i. \quad (18)$$

4) 输出综合:

$$\hat{x}(k/k) \triangleq E[x(k) | Z^k] = \sum_j \hat{x}_j(k/k) \mu_j, \quad (19)$$

$$P(k/k) \triangleq E\{[x(k) - \hat{x}(k/k)][x(k) - \hat{x}(k/k)]^T | Z^k\} \\ = \sum_j \mu_j \{P_j(k/k) + [\hat{x}_j(k/k) - \hat{x}(k/k)][\hat{x}_j(k/k) - \hat{x}(k/k)]^T\}. \quad (20)$$

IMMF 算法的证明和性能的理论分析可参见[2,3].

### 3 IMMFF 并行实现的处理器拓扑结构

IMMF 可以给出很好的估计性能<sup>[7]</sup>,但当模型较多时,所有模型并行工作,需要较大的计算量.所幸的是,IMMF 的结构非常适宜于并行处理,基于不同模型的计算任务可以同时由不同的处理器并行完成,从而大大缩短了处理时间.本文研究 IMMFF 基于 PD-100 多机处理系统的并行实现. PD-100<sup>[11]</sup>并行仿真计算机是由 Transputer-T800 组成的同构型体系结构多机处理系统,具有积木式优点,它用 IMS-C004 芯片作为纵横交叉开关,以便实现各 T800 间的各种互连拓扑结构.

根据 IMM 算法的特点,恰当设计 PD-100 的互连拓扑结构,是影响算法并行计算的加速比性能的重要因素.由于 PD-100 中,只有 PE0 可与宿主机直接通信,凡是需要与宿主机交换数据的任务必须通过 PE0 来实现与宿主机的通讯.考虑到各并行工作滤波器都要接收来自宿主机的量测数据,当 PE 数目为 3 或 4 时,考虑任务处理器 PE 间传送的数据最多通过一次中转即可传送到目的地 PE,相应的处理器通信链拓扑图如图 3 所示.

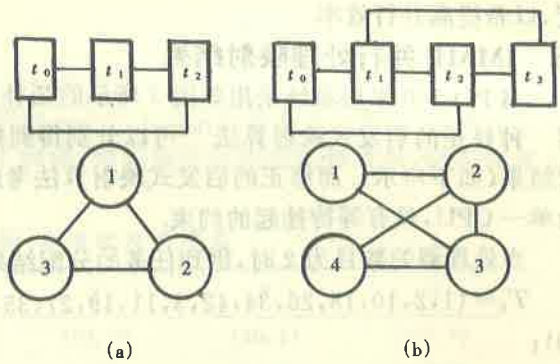


图 3 处理器 PE 为 3 或 4 个时的通信链拓扑图

### 4 IMM 的任务划分

一个算法的工作量是由该算法在计算机上需要执行的指令种类和数目决定的;同样,通信量是由算法的各个子任务间需要传送字节数决定的.由于 PD-100 中各个处理器 PE 是一样的,同时任意相连的两个处理器间传送数据的速率也是基本一样的.采用多个模型的 IMM 算法,可直接在任务图上标记每个任务的处理时间和任务间数据的通信时间.

IMM 算法的计算步骤如第 2 节所述分为 4 步,即:①输入交互;②并行滤波;③概率更新;④输出综合.若按算法 4 个步骤划分任务,通过在 PD-100 上对各个任务的计算时间和任务间的通信时间测试得到图 4 所示的任务图.图中节点中的数目为任务编号,节点下方标记的数字为任务的处理时间,任务图带箭头线段上面标记的数字为相连任务间的数据通信时间,箭头方向为计算流向.在图 4 中,任务节点 1 是接收量测数据;任务节点 2 为输入交互;任务节点 3~14 是并行滤波;任务节点 15 是概率更新;任务节点 16 是输出综合(此时模型个数设为 12).

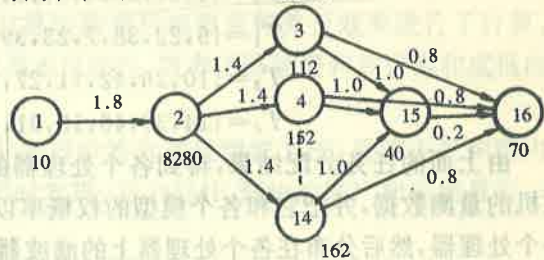


图 4 IMM 算法任务图①

由任务图可以看出,任务 2 的计算量在算法中占主导地位,对后面任务的执行形成“瓶颈”.按图 4 进行任务划分及任务分配实现算法并行处理,加速比和效率都很低.

为了提高算法并行化的效率,我们重新划分任务.首先把输入交互分解与输入状态交互和输入方差交互两部分,把输出综合也分解为相应的两部分,其中第一部分为最终的输出交互作准备,另一部分是输出最终的交互结果.通过测试,得到图 5 所示任务图.

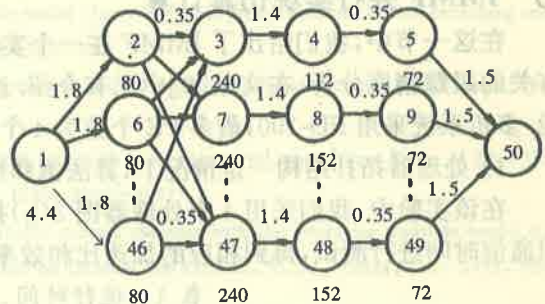


图 5 IMM 算法任务图②

图 5 中,任务节点 1 是接收量测数据;任务节点 2,6,⋯,46 是输入状态交互;任务节点 3,7,⋯,47 是输入方差交互;任务节点 4,8,⋯,48 是并行卡尔曼滤波;任务 5,9,⋯,49 是模型概率更新的部分工作和最终的输出交互的部分工作;任务节点 50 是模型概率更新的剩余工作和最终的输出交互.上述重新划分任务的基本思想是在考虑通讯负荷的因素下,细化并行任务粒

度,以希提高并行效率.

## 5 IMMFF 并行处理映射结果

当 PD-100 多机系统采用如图 3 所示的拓扑连接时,IMMF 算法任务划分如图 5 所示,采用一种修正的启发式映射算法<sup>[10]</sup>可以分别得到把图 5 任务图分配到 2,3 或 4 个处理器的映射结果(如下所示).而修正的启发式映射算法考虑了 PD-100 等一类多机系统中,通讯和计算为单一 CPU,具有等待挂起的约束.

当处理器的数目为 2 时,得到任务的分配结果为:

$$T_0 = \{1, 2, 10, 18, 26, 34, 42, 3, 11, 19, 27, 35, 43, 4, 12, 20, 28, 36, 44, 5, 13, 21, 29, 37, 45, 50\};$$

$$T_1 = \{6, 14, 22, 30, 38, 46, 7, 15, 23, 31, 39, 47, 8, 16, 24, 32, 40, 48, 9, 17, 25, 33, 41, 49\};$$

当处理器的数目为 3 时,得到任务的分配结果为:

$$T_0 = \{1, 2, 14, 26, 38, 3, 15, 27, 39, 4, 16, 28, 40, 5, 17, 29, 41, 50\};$$

$$T_1 = \{6, 18, 30, 42, 7, 19, 31, 43, 8, 20, 32, 44, 9, 21, 33, 45\};$$

$$T_2 = \{10, 22, 34, 46, 11, 23, 35, 47, 12, 24, 36, 48, 13, 25, 37, 49\};$$

当处理器的数目为 4 时,得到任务的分配结果为:

$$T_0 = \{1, 2, 18, 34, 3, 19, 35, 4, 20, 36, 5, 21, 37, 50\};$$

$$T_1 = \{6, 22, 38, 7, 23, 39, 8, 24, 40, 9, 25, 41\};$$

$$T_2 = \{10, 26, 42, 11, 27, 43, 12, 28, 44, 13, 29, 45\};$$

$$T_3 = \{14, 30, 46, 15, 31, 47, 16, 32, 48, 17, 33, 49\};$$

由上面的任务分配结果,得到各个处理器的任务如下:首先处理器  $T_0$  (PE0) 接收来自宿主机的量测数据,并把它和各个模型的权概率以及上一拍的交互状态估值通过通信链传送给各个处理器,然后分布在各个处理器上的滤波器产生各自的输入状态交互,同在其他处理器上的滤波器输入状态交互值进行交换,计算输入方差交互,并进行滤波计算;再完成输出交互和概率更新中可在各个处理机上并行处理的部分工作,并把有关数据传送给处理器.在处理器上再完成概率更新,输出综合的剩余工作,得到最后的估计结果.至此,一次量测数据的处理工作完成.

## 6 IMMFF 并行实现仿真计算

在这一节中,我们给出了 IMMFF 在一个实际机动目标跟踪处理系统中的并行实现性能.有关的跟踪精度分析.在文献[8]中已有介绍.这里主要给出并行处理算法饱和性能和并行性能.多机系统采用 PD-100,最多 PE 个数为 4 个.

1) 处理器拓扑结构一定情况下,算法饱和和性能实验.

在该实验中,我们采用 4 个处理器图 3(b) 拓扑结构,分别对 2~5 个模型交互的计算时间和通信时间进行测试,得到相应的加速比和效率.结果如表 1 所示.

表 1 运行时间、加速比及效率表.

模型数	2	3	4	5
串行运行时间(mδ)	20.80	37.76	58.11	81.73
并行运行时间(mδ)	13.25	16.57	19.39	22.40
加速比	1.570	2.280	3.000	3.650
效率	0.785	0.760	0.750	0.730

由实验结果可以看出,随着模型个数的增加,加速比基本呈线性增加,效率基本保持不变,

算法并行实现的饱和度小.

2) 任务拓扑结构一定情况下,算法并行性能实验.

在该实验中,采用 12 个模型的交互,分别在 2,3 或 4 个处理器上实现算法(任务分配采用上节的结果),对计算时间和通信时间进行了测试,得到相应的加速比和效率,结果如表 2 所示.

表 2 运行时间、加速比及效率表

处 理 器 数	1	2	3	4
运行时间(ms)	340.23	203.26	140.23	107.90
加 速 比	—	1.674	2.424	3.153
效 率	—	0.837	0.808	0.788

可以看到,本文给出的 IMM 并行实现,加速比基本呈线性,效率基本保持不变,并行性能是理想的.

## 7 结 论

本文首先给出了 IMM 的数学描述,深入揭示了 IMM 的性能机理,在此基础上,确定 IMM 并行实现的拓扑结构,针对 PD-100 多机处理系统的特点,进行了 IMM 算法分析和任务划分,采用启发式映射算法进行映射处理,对算法的并行饱和度和并行效率进行了计算,仿真结果表明,本文给出的并行实现具有加速比基本呈线性、效率下降缓慢和并行饱和度低的特点,并行性能是理想的.

IMM 算法是一种性能十分优良、设计十分巧妙的自适应滤波方法,目前正受到国内外的广泛关注,本文从并行实现角度研究它的实时实现,对 IMM 算法的推广和应用具有一定的意义.

## 参 考 文 献

- Blom H. A. P. . An efficient filter for abruptly changing systems. Proc. of 23rd IEEE Conference on Decision and Control, U. S. , 1984, 656—658
- Blom H. A. P. and Bar-Shalom Y. . The interacting multiple model algorithm for systems with markovian switching coefficients. IEEE, Trans. Automat. Contr. , 1988, AC-33(8):780—783
- Li X. Rong and Bar-Shalom Y. . Performance prediction of the interacting multiple model algorithm. IEEE Trans. 1993, AES-29(3):755—771
- Helmick R. E. and Blair, W. D. . Interacting multiple model approach to fixed-interval smoothing. Proc. of 32nd IEEE Conference on Decision and Control, U. S. , Texas, Dec. 1993, 3052—3057
- Li, X. Rong and Bar-Shalom Y. . Target tracking in air traffic control systems with the interacting multiple model algorithm; a new refined design. Proc. of 32nd IEEE Conference on Decision and Control, U. S. , Texas, Dec. 1993, 906—911
- Bar-Shalom Y. , Chang, K. C. and Blom, H. A. P. . Tracking a maneuvering target using input estimation versus the interacting multiple model algorithm. IEEE Trans. 1989, AES-25(2):296—300
- 潘泉,王培德,张洪才,周宏仁. 一种有效的交互式多模型自适应跟踪算法. 西北工业大学学报,1993,11(2):211—217
- Pan Quan, Wang Peide and Zhou Hongren. Innovation filter and its application to the IMM algorithm using zhou model. Proc. of 1991 International Conference on Circuit and Systems, Shenzhen, China, June, 1991, 801—804
- 高嵩,潘泉和张洪才. 完全平方根解交互式多模型计算. 中国自动化学会第十届青年学术年会论文集,西安,1994,377—380

- 10 潘泉,戴冠中和张洪才. 并行映射及启发式映射算法研究. 西北工业大学学报, 1996, 14(增刊): 177-181
- 11 康继昌, 洪远麟. PD-100 并行处理仿真计算机使用手册. 西北工业大学科技资料, 1991

## Parallel Implementation of Interacting Multiple Model Algorithm

PAN Quan, DAI Guangzhong and ZHANG Hongcai

(Department of Automatic Control Northwestern Polytechnical University · Xi'an, 710072, PRC)

**Abstract:** In this paper, we develop the Interacting Multiple Model algorithm. We map the IMM algorithm onto PD-100 parallel simulation Computer. The problems of topologic structure, task assignment and mapping algorithms are studied. The simulation results show that the new parallel IMM algorithm has satisfactory speedup and efficiency.

**Key words:** interacting multiple model algorithm; parallel processing

### 本文作者简介

**潘泉** 1961年生. 副教授. 1982年毕业于华中工学院自控系, 获学士学位, 1982年至1988年在重庆1534信箱从事数字通讯的设计制造, 任工程师, 1991年毕业于西北工业大学自控系, 获硕士学位. 现为控制工程技术研究所副所长、多目标跟踪研究中心副主任. 近年来发表论著20余篇. 目前主要研究方向有: 随机最优估计与控制、数据融合、多目标跟踪、智能信息处理、智能控制等.

**戴冠中** 见本刊1997年第1期第84页.

**张洪才** 1938年生. 教授. 自动控制理论及应用学科博士生导师. 西北工业大学目标跟踪研究中心主任. 1961年毕业于西北工业大学自动控制系, 1964年西北工业大学研究生毕业. 1981年~1983年去美国威康星-麦迪逊大学电气计算机工程系作访问学者, 主要研究方向为估计理论, 系统辨识, 随机控制等.