

# 一种快速有效的多模态函数寻优方法 ——双群体遗传算法

郝 翔 李人厚

(西安交通大学系统工程研究所·西安, 710049)

**摘要:** 为了解决多模态函数优化问题中全局搜索和局部优化的矛盾, 本文提出一种模仿社会分工现象的双群体遗传算法, 该算法用一个群体搜索, 另一个群体优化. 仿真结果表明: 和现有方法相比, 该算法不仅不会陷入局部极小点, 而且收敛速度极快, 是一种多模态函数寻优的有效方法.

**关键词:** 函数优化; 优化算法; 遗传算法

## 1 引 言

多模态函数的优化问题在实践中大量存在, 如神经网络的结构及权值的优化问题, 最优控制律的设计, 复杂系统参数及结构辨识问题等归根结底都可化为多模态函数的求极值问题. 因此, 研究有效、快速的多模态函数的寻优算法具有重要的应用价值.

遗传算法是一种有指导的随机优化方法, 有很强的鲁棒性, 是解决多模态函数的优化问题的有力工具. 然而遗传算法用于多模态函数的寻优要同时具有广泛搜索探索解空间中的未知区域的能力和在一定含有最优点的区域后能迅速收敛到最优点的能力. 这两个能力有时是矛盾的: 探索能力强则易造成群体的分散度高, 不易收敛; 收敛能力强则群体处理模式的能力强, 但易陷入局部极小点. 因此性能优良的遗传算法要在这两个问题上取得平衡. 这种平衡可通过交换率和变异率的自适应变化来取得<sup>[1~3]</sup>, 也可通过改变群体的构成方式取得<sup>[4~5]</sup>.

本文受人类社会分工与协作的工作方式的启发, 用两个群体分工协作来取得这种平衡. 一个群体是全局群体, 主要任务是寻找可能存在最优点的区域; 另一个群体是局部群体, 主要任务是仔细搜索全局群体划定的区域, 找到最优点. 这就是本文提出的双群体遗传算法 (Dual Population Genetic Algorithms, DPGA) 的基本思想.

## 2 双群体遗传算法

### 2.1 DPGA 算法的设计

全局群体和局部群体的任务不同, 对两者的遗传算法的要求也不一样. 因此要根据不同要求, 对每个群体采用适合其特点的适应度评价指标和遗传算子 (交换和变异) 策略. 全局搜索群体注重搜索未知区域, 要求处理的信息量多, 处理速度快而对精度要求不高, 为了不使搜索陷入局部极小点, 要求全局群体的算法不能陷入局部极小点; 局部群体注重搜索有局部最优点的区域, 要求搜索精度高, 搜索速度快, 一般情况下这也属于多模态寻优问题, 只是搜索范围较小罢了. 因此局部搜索方法也要有优化多模态函数的能力.

由上述要求, 可采用小群体遗传算法 (micro-Genetic Algorithm,  $\mu$ GA)<sup>[6]</sup> 作为全局群体的搜索方法和局部群体的优化方法.  $\mu$ GA 的群体规模固定为 5. 为了避免因信息不足而导致的

成熟前收敛 (premature convergence),  $\mu$ GA 有周期性的引入新模式的机制. 和其他串行实现的遗传算法相比, 在计算量同时, 该算法处理的模式最多. 因此该算法收敛速度很快而且不易陷入局部极小点, 适用于多模态函数寻优, 因此  $\mu$ GA 符合 DPGA 全局群体和局部群体对遗传算法的要求.

全局群体采用  $\mu$ GA 是很自然的, 因为它能够很快的找到近似最优的区域, 而且不会陷入局部极小点; 局部群体在含最优点的领域内收敛到最优点的过程也可看成是小范围的多模态函数寻优, 它和全局群体的算法只是搜索范围和编码长度的不同, 没有本质上的差别, 因此也可采用  $\mu$ GA. 然而, DPGA 比单纯使用  $\mu$ GA 的搜索速度快, 这是因为 DPGA 能将寻优范围局限在含有最优点的较小的区域而不用搜索其他无关的区域, 因此算法搜索的效率大大的提高了.

## 2.2 DPGA 的优化过程和算法步骤

以图 1 为例来说明 DPGA 的搜索过程, 搜索开始时, 局部群体的搜索中心随机确定的, 当全局群体找到的当前最优点优于当前局部群体的最优点时, 则局部群体便在以全局群体中的最优点为中心的领域内搜索, 如图 1 中, 搜索中心及范围从  $k=0$  处移动到  $k=1$  处; 若全局群体的最优值次于局部群体中的最优值时, 则局部群体的搜索中心及宽度不变, 继续在其原来的搜索区域内搜索. 若局部搜索一定步数

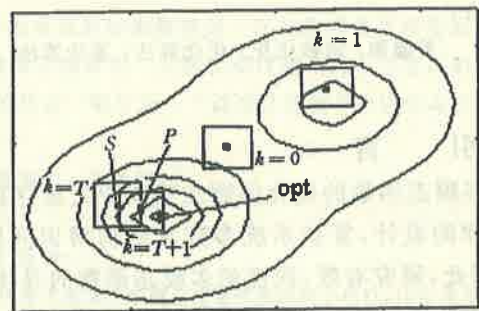


图 1 DPGA 的搜索过程

后, 仍无最优点信息从全局群体中传来, 则协调机构将局部群体将要搜索的区域移动到以新得到的局部最优点为中心的领域内继续搜索, 这样可保证当局部搜索进入最优点的领域后, 即使没有全局群体的指导也可以自行搜索到最优点. 如图 1 中,  $k=T$  时, 局部群体的搜索中心在  $S$  点. 局部群体找到的最大点为  $P$  点, 若没有比  $P$  点更好的点传来时, 局部群体便以  $P$  点为中心继续搜索, 于是在  $k=T+1$  时, 找到最优点  $opt$ .

综上所述得到 DPGA 的算法步骤:

Step 1 初始化: 设置参数, 随机产生全局群体  $G_{global}$ , 令局部最优值  $lopt=0$ .

Step 2 在全局群体  $G_{global}$  搜索若干代得到当前最优点  $x_{gopt}$  和最优值  $gopt$ , 其中  $f(x_{gopt}) = gopt$ .

Step 3 若  $gopt > lopt$ , 则局部群体的搜索中心  $x = x_{gopt}$ ; 否则局部群体的搜索中心  $x = x_{lopt}$ .

Step 4 局部搜索.

1) 在搜索中心为  $x$ , 宽度为  $w$  的范围内随机产生初始群体  $G_{local}$ .

2) 在群体  $G_{local}$  进行遗传搜索若干代, 得到当前最优点  $X_{lopt}$  和最优值  $lopt$ .

Step 5 令  $opt = \max[gopt, lopt]$ , 若  $opt$  满足结束条件或进化代数超过限定值则进化结束; 否则, 转向 Step 2.

## 3 双群体遗传算法的实验研究

### 3.1 性能度量

1) 计算量: 定义为解的适应度超过某个阈值所需要的适应度评价次数 (number of fitness evaluation), 因为在遗传算法的应用中最费时间的是评价每个解的适应度, 它比进化代数

(number of generation)更能反映计算量的大小. 2) 全局优化的能力: 由遗传算法受困于局部极值点的次数来表征. 当 DPGA 经过充分长时间的进化仍然找不到全局最优点, 就可认为它受阻于局部极值点.

### 3.2 优化函数

本文按照函数局部极值点分布的疏密, 个数的多少, 各局部极值的相近程度及其变化速率的快慢等因素选择如下四个优化函数:

$$f1 = 100(x_1^2 - x_2)^2 + (1 - x_1)^2, \quad -2.048 \leq x_1, \quad x_2 \leq 2.048;$$

$$f2 = 0.002 + \sum_{j=1}^{25} \frac{1}{j + \sum_{i=1}^2 (x_i - \alpha_{ij})^6}, \quad -65.536 \leq x_1, \quad x_2 \leq 65.536;$$

$$f3 = 0.5 + \frac{\sin \sqrt{x_1^2 + x_2^2} - 0.5}{[1.0 + 0.001(x_1^2 + x_2^2)]^2}, \quad -100 \leq x_1, \quad x_2 \leq 100;$$

$$f4 = (x_1^2 + x_2^2)^{0.25} [\sin^2(50(x_1^2 + x_2^2)^{0.1}) + 1.0], \quad -100 \leq x_1, \quad x_2 \leq 100;$$

试验函数  $f2, f3$  求极大值,  $f1, f4$  求极小值.  $f1$  是连续的凹函数, 又称 Rosonbrock 马鞍函数, 许多算法难求其全局最小值.  $f2$  是具有 25 个稀疏尖峰的多模态函数.  $f3$  是快速变化的多模态函数, 形状相对原点对称, 越接近最优点, 变化越剧烈.  $f4$  和  $f3$  类似, 只是接近最优点时, 变化幅度较小; 远离最优点时, 变化幅度较大.

### 3.3 实验结果及分析

为了检验 DPGA 的性能, 将 DPGA 和 AGA<sup>[1]</sup>,  $\mu$ GA<sup>[6]</sup>做了比较, 试验条件如表 1 所示. 需要说明的是, 为了使比较结果客观、公正. 应使 AGA,  $\mu$ GA 和 DPGA 都工作在各自方法的最佳状态, 而不必强求群体大小和编码长度的一致. 表 1 所示的实验条件都是针对各自的较好的实验条件.

表 1 各优化算法的实验条件

函数	群体大小/编码长度			DPGA 局部搜索范围	适应度 阈值	最大评 价次数
	AGA	$\mu$ GA	DPGA			
$f1$	40/24	5/24	5/24* 5/24**	2.0	$\leq 0.001$	60000
$f2$	100/34	5/34	5/10 5/12	1.0	$\geq 1.0$	40000
$f3$	100/44	5/44	5/44 5/34	6.0	$\geq 0.997$	60000
$f4$	100/44	5/44	5/44 5/30	0.005	$\leq 0.01$	100000

\* 这是全局群体的数据. \*\*这是局部群体的数据.

实验结果见表 2. 由于 DPGA 为随机优化方法, 为保证统计数据的准确性, 表 2 中的运算量和阻滞次数是通过 9 个不同的初始群体重复寻优 60 次, 即对每个函数寻优  $9 \times 60 = 540$  次求平均值所得到的.

表 2 各优化算法的性能比较

函数	AGA		$\mu$ GA		DPGA	
	运算量	阻滞次数*	运算量	阻滞次数*	运算量	阻滞次数*
$f1$	11698.00	0	10061.00	0	3911.15	0
$f2$	5905.53	3	4510.70	0	4079.49	0
$f3$	9478.52	7	9811.2	0	1510.95	0
$f4$	42816.00	19	17462.00	0	16071.00	0

\* 阻滞次数是指群体受困于局部极小点的次数.

观察表 2 结果可得出结论:DPGA 不仅运算量小,而且几乎不陷入局部极小点,确实做到了全局搜索和局部优化的平衡.这是因为:

1)  $f_1$  是二维凹函数,函数性态较好.此时三种方法均不陷入局部极小点,但 DPGA 运算量最小,分别是 AGA 和  $\mu$ GA 的三分之一和二分之一.

2)  $f_2$  是各局部极值点较稀疏且最优点领域很小的情形,找寻该函数的最优点被称之为“大海捞针”.DPGA 对该函数的优化的成功表明 DPGA 有较强的搜索未知区域的能力.

3)  $f_3, f_4$  的各局部极值点较近,在最优点附近有很多局部极值点.因此通常的寻优算法很容易陷入局部极值点,如 AGA 平均每 60 次寻优中就分别有 7 次和 19 次陷入局部极值点,即通过 10 万次适应度评价仍然找不到最优解.DPGA 对该函数的优化的成功表明 DPGA 有较强的找到全局最优点的收敛能力.

#### 4 结 论

本文提出的双群体遗传算法对多种类型的多模态函数都能够提高搜索速度,而且不会陷入局部极小点.在单纯模仿生物群体的遗传算法模仿社会行为将会大大提高遗传算法的性能,这应是遗传算法发展的一个方向.

#### 参 考 文 献

- 1 Srinivas, M. and Patnaik, L. M. Adaptive probabilities of crossover and mutation in genetic algorithms. *IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics*, 1994, 24(4): 656-667
- 2 Hesser, J. and Manner, R. Towards an optimal mutation probability for genetic algorithms. In: Schwefel, H. P. and Manner, R. ed. *Proc. of the first international workshop on Parallel Problem Solving from Nature*. Heidelberg, Berlin: Springer-Verlag, 1990, 23-32
- 3 Schaffer, J. D. et al. A study of control parameters affecting online performance of genetic algorithms for function optimization. In: Schaffer, J. D. ed. *Genetic algorithms and their applications: Proceedings of the third International Conference on Genetic Algorithms*. San Mateo, CA: Morgan Kaufmann, 1989, 51-60
- 4 Goldberg, D. E. and Richardson, J. Genetic algorithms with sharing for multimodal function optimization. In: Grefenstette J. J. ed. *Genetic algorithms and their applications: Proceedings of the second international conference on genetic algorithms*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 1987, 41-49
- 5 Goldberg, D. E. A note on boltzmann tournament selection for genetic algorithms and population-oriented simulated annealing. *Complex System*, 1990, 4: 445-460
- 6 KrishnaKumar, K. Micro-genetic algorithms for stationary and non-stationary function optimization. In: Rodriguez, G. ed. *Intelligent control and adaptive systems: Proc. SPIE 1196*. Bellingham, WA: SPIE, 1990, 289-296

## An Effective and Rapid Optimization Algorithm for Multimodal Function —— Dual Population Genetic Algorithm

HAO Xiang and LI Renhou

(Institute of System Engineering, Xi'an Jiaotong University · Xi'an, 710049, RPC)

**Abstract:** The ambivalence between global search and local optimization exists in most traditional optimization algorithms for multimodal function. To solve this problem, a dual population genetic algorithm simulating the cooperation phenomenon in human society is presented in this paper. The key idea lies on that one population is used for global search while the other is used for local optimization. From the result of simula-

tion, the conclusion can be drawn that compared with other methods, this algorithm will converge to the global optimum more quickly, and hardly gets stuck at a local optimum.

**Key words:** function optimization; optimization algorithms; genetic algorithm

### 本文作者简介

**郝翔** 1966年生, 1987年毕业于哈尔滨工业大学控制工程系, 获工学学士学位, 1993年于西安交通大学系统工程研究所获系统工程硕士学位。目前在西安交通大学系统工程研究所攻读博士学位。研究方向为基于遗传算法的智能控制理论及应用。

**李人厚** 1935年生, 1957年毕业于上海交通大学, 1979年至1981年在英国曼彻斯特理工学院进修和工作。1986年晋升为教授, 博士生导师, 现为陕西省自动化学会理事长。目前主要从事大系统理论和应用, 分布式计算机控制系统和复杂系统智能控制的教学和研究工作。

## 中国智能机器人'98研讨会(CSIR'98)

### 征文通知

主办单位: 中国人工智能学会智能机器人专业委员会

承办单位: 浙江大学

协办单位: 中南工业大学

时 间: 1998年5月30日—6月3日

地 点: 杭州—千岛湖

#### 一、征文范围

- |                      |                                |
|----------------------|--------------------------------|
| 1. 机器人技术的发展趋势及社会经济论题 | 11. 人-机器人-机器交互技术及接口            |
| 2. 智能机器人体系结构及系统技术    | 12. 机器人装配                      |
| 3. 机器人新型机构及驱动装置      | 13. 机器人语言及编程                   |
| 4. 机器人智能控制理论及算法      | 14. 工业机器人的新设计方法和新应用            |
| 5. 机器人规划与导航          | 15. CAD, CAM, FMS 和 CIMS 系统    |
| 6. 神经网络在机器人控制和识别中的应用 | 16. 其它智能系统、自动化装置或系统            |
| 7. 虚拟现实技术在机器人系统中的应用  | 17. 遗传算法, 进化计算及软计算在<br>机器人中的应用 |
| 8. 机器人系统中的其它智能技术     | 18. 机器人学的教育与培训                 |
| 9. 机器人视觉及非视觉传感技术     |                                |
| 10. 多媒体技术和多传感融合集成技术  |                                |

#### 二、征文要求

1. 未在其他会议或刊物上发表过。
2. 反映智能机器人, 工业机器人, 智能自动化系统或其他智能系统的理论及应用研究成果。
3. 文稿必须正式打印; 录用论文将要求寄文稿软盘。
4. 每篇论文篇幅不超过 7000 字(含中英文摘要和关键词)并附作者简介(100 字以内)。
5. 来稿请寄 410083 长沙中南工业大学信息工程学院 中国智能机器人专业委员会办公室 刘明罗安。

#### 三、关键日期

1. 收文截止: 1997 年 12 月 31 日
2. 录用通知: 1998 年 1 月 31 日
3. 清样截止: 1998 年 3 月 1 日

#### 四、录用论文将在核心刊物上以专辑正式出版

中国智能机器人'98研讨会