第 14 卷第 6 期
1997 年 12 月

控制理论与应用
CONTROL THEORY AND APPLICATIONS

Vol. 14, No. 6
Dec., 1997

# 菱形对象族的鲁棒镇定*

王恩平　耿志勇

(中国科学院系统科学研究所・北京,100080)

**摘要**:本文研究了菱形对象族的鲁棒镇定问题,证明了控制器鲁棒镇定菱形对象族的充分必要条件是它同时镇定六十四条棱边对象.在此基础上,利用凸方向的概念讨论了控制器分子、分母的选择,并给出了菱形对象族的顶点镇定结果.

**关键词**:鲁棒镇定;菱形对象族

## 1 引言

关于结构不确定系统的鲁棒镇定,目前大部分结果都只局限于区间对象族的鲁棒镇定[1~8].如果说区间多项式族的不确定系数域是由 $l^{\infty}$ 范数界给定的,则菱形多项式族的不确定系数域便是由 $l^{1}$ 范数界给定的.菱形多项式族的 Hurwitz 稳定问题,作为区间多项式族 Hurwitz 稳定的对偶问题,已由 Tempo[9] 和 Barmish[10] 等人进行了研究.对于菱形对象族的鲁棒镇定问题,郭磊和赵克友[11] 给出了控制器鲁棒镇定菱形对象族的充分必要条件是它同时镇定六十四条棱边对象.本文研究了菱形对象族的鲁棒镇定问题,首先对[11]的结果给出了独立的证明,在此基础上,利用凸方向的概念讨论了控制器分子、分母多项式的选择,并给出了菱形对象族的顶点镇定结果.

## 2 定义及符号

考虑真的(严格真的)菱形对象族 $\mathscr{P}$

$$P(s;\boldsymbol{q},\boldsymbol{r})=\frac{N(s,\boldsymbol{q})}{D(s,\boldsymbol{r})}\in\mathscr{P}. \tag{2.1}$$

其中 $N(s,\boldsymbol{q}),D(s,\boldsymbol{r})$ 是菱形多项式族中的不确定多项式:

$$N(s,Q)=\Big\{N(s,\boldsymbol{q})=\sum_{i=0}^{m}\boldsymbol{q}_i s^i,\boldsymbol{q}\in Q\Big\}, \tag{2.2}$$

$$Q=\Big\{\boldsymbol{q}\in\mathbb{R}^m:\sum_{i=0}^{m}|q_i-q_i^*|\leqslant b,q_i^*>0,q_i>0,i=0,1,\cdots,m\Big\},$$

$$D(s,R)=\Big\{D(s,\boldsymbol{r})=\sum_{i=0}^{n}r_i s^i,\quad \boldsymbol{r}\in R\Big\}, \tag{2.3}$$

$$R=\Big\{\boldsymbol{r}\in\mathbb{R}^n:\sum_{i=1}^{n}|r_i-r_i^*|\leqslant a,r_i^*>0,r_i>0,i=0,1,\cdots,n\Big\}.$$

(2.2)(2.3)都是菱形多项式族.

设 $N_0(s)=\sum_{i=0}^{m}q_i^* s^i$ 及 $D_0(s)=\sum_{i=0}^{n}r_i^* s^i$,则对于族 $N(s,Q)$ 及 $D(s,R)$ 可分别定义八个顶点多项式:

* 国家自然科学基金资助项目.
本文于 1996 年 3 月 4 日收到. 1996 年 12 月 30 日收到修改稿.

$$N_1(s)=N_0(s)+b;\quad N_2(s)=N_0(s)-b;$$
$$N_3(s)=N_0(s)+bs;\quad N_4(s)=N_0(s)-bs;$$
$$N_5(s)=N_0(s)+bs^{m-1};\quad N_6(s)=N_0(s)-bs^{m-1};\tag{2.4}$$
$$N_7(s)=N_0(s)+bs^m;\quad N_8(s)=N_0(s)-bs^m.$$

及

$$D_1(s)=D_0(s)+a;\quad D_2(s)=D_0(s)-a;$$
$$D_3(s)=D_0(s)+as;\quad D_4(s)=D_0(s)-as;$$
$$D_5(s)=D_0(s)+as^{n-1};\quad D_6(s)=D_0(s)-as^{n-1};\tag{2.5}$$
$$D_7(s)=D_0(s)+as^n;\quad D_8(s)=D_0(s)-as^n;$$

定义：

$$Q_1=\{\boldsymbol{q}\in Q:|q_0-q_0^*|+|q_1-q_1^*|\leqslant b\},\tag{2.6}$$
$$R_1=\{\boldsymbol{r}\in R:|r_0-r_0^*|+|r_1-r_1^*|\leqslant a\},\tag{2.7}$$
$$Q_2=\{\boldsymbol{q}\in Q:|q_{m-1}-q_{m-1}^*|+|q_m-q_m^*|\leqslant b\},\tag{2.8}$$
$$R_2=\{\boldsymbol{r}\in R:|r_{n-1}-r_{n-1}^*|+|r_n-r_n^*|\leqslant a\}.\tag{2.9}$$

则 $Q_1$ 是以 $N_1(s),N_2(s),N_3(s),N_4(s)$ 的系数向量为顶点的菱形. 此时有：

$$N(s,Q_1)=\mathrm{conv}\{N_1(s),N_2(s),N_3(s),N_4(s)\}.\tag{2.10}$$

同理有：

$$N(s,Q_2)=\mathrm{conv}\{N_5(s),N_6(s),N_7(s),N_8(s)\},\tag{2.11}$$
$$D(s,R_1)=\mathrm{conv}\{R_1(s),R_2(s),R_3(s),R_4(s)\},\tag{2.12}$$
$$D(s,R_2)=\mathrm{conv}\{R_5(s),R_6(s),R_7(s),R_8(s)\}.\tag{2.13}$$

定义：

$$S_N(i,j)=\{\lambda N_i(s)+(1-\lambda)N_j(s):\lambda\in[0,1]\},\tag{2.14}$$
$$S_D(i,j)=\{\lambda D_i(s)+(1-\lambda)D_j(s):\lambda\in[0,1]\}.\tag{2.15}$$

则：

$N(s,Q_1)$ 的四条棱边为：$S_N(1,3),S_N(2,3),S_N(2,4),S_N(1,4)$，

$N(s,Q_2)$ 的四条棱边为：$S_N(5,7),S_N(6,7),S_N(6,8),S_N(5,8)$，

$D(s,R_1)$ 的四条棱边为：$S_D(1,3),S_D(2,3),S_D(2,4),S_D(1,4)$，

$D(s,R_2)$ 的四条棱边为：$S_D(5,7),S_D(6,7),S_D(6,8),S_D(5,8)$.

考虑对象族(2.1)的镇定问题，取控制器为如下的严格真(真)的有理公式：

$$C(s)=n(s)/d(s).\tag{2.16}$$

从而可得闭环系统不确定多项式为

$$\delta(s;\boldsymbol{q},\boldsymbol{r})=n(s)N(s,\boldsymbol{q})+d(s)D(s,\boldsymbol{r}),\quad \boldsymbol{q}\in Q,\boldsymbol{r}\in R.\tag{2.17}$$

由此构成的多项式族为

$$\Delta(s;Q,R)=\{\delta(s;\boldsymbol{q},\boldsymbol{r}):\boldsymbol{q}\in Q,\boldsymbol{r}\in R\}.\tag{2.18}$$

**定义 1** 对于给定的控制器 $C(s)$，若多项式 $\Delta(s;Q,R)$ 是 Hurwitz 稳定的，则称该控制器 $C(s)$ 鲁棒镇定对象族(2.1).

## 3 主要结果

**引理 1** 多项式族 $\Delta(s;Q,R)$ Hurwitz 稳定，当且仅当多项式族

$$\Delta(s;Q_i,R_i)=\{\delta(s;\boldsymbol{q},\boldsymbol{r}):\boldsymbol{q}\in Q_i,\boldsymbol{r}\in R_i\},\quad i=1,2$$

Hurwitz 稳定.

证　我们考虑 $\omega > 0$ 时，族 $\Delta(s;Q,R)$ 在复平面中的值集

$$\Delta(j\omega;Q,R) = n(j\omega)N(j\omega,Q) + d(j\omega)D(j\omega,R).$$

由文献[9]知：

$$N(j\omega,Q) = N(j\omega,Q_1),\quad D(j\omega,R) = D(j\omega,R_1),\quad 0 < \omega \leqslant 1, \tag{3.1}$$

$$N(j\omega,Q) = N(j\omega,Q_2),\quad D(j\omega,R) = D(j\omega,R_2),\quad 1 \leqslant \omega < \infty. \tag{3.2}$$

从而有

$$\Delta(j\omega;Q,R) = \Delta(j\omega;Q_1,R_1),\quad 0 < \omega \leqslant 1, \tag{3.3}$$

$$\Delta(j\omega;Q,R) = \Delta(j\omega;Q_2,R_2),\quad 1 \leqslant \omega < \infty. \tag{3.4}$$

由 $H$ 等价的概念[12] 知，族 $\Delta(s;Q,R)$Hurwitz 稳定，当且仅当 $\Delta(s;Q_1,R_1)$，$\Delta(s;Q_2,R_2)$ Hurwitz 稳定.　　证毕.

定义

$$\begin{aligned}&E_D^k(i,j) = n(s)N_k(s) + d(s)S_D(i,j),\\ &E_N^k(i,j) = n(s)S_N(i,j) + d(s)D_k(s),\\ &k = 1,2,3,4,\quad (i,j) = (1,3),(2,3),(2,4),(1,4),\\ &k = 5,6,7,8,\quad (i,j) = (5,7),(6,7),(6,8),(5,8).\end{aligned} \tag{3.5}$$

**定理 1**　多项式族 $\Delta(s;Q,R)$ 稳定，当且仅当 $E_D^k(i,j)$，$E_N^k(i,j)$，$k = 1,2,3,4$，$(i,j) = (1,3),(2,3),(2,4),(1,4)$ 及 $k = 5,6,7,8$，$(i,j) = (5,7),(6,7),(6,8),(5,8)$ 稳定.

证　由引理 1，多项式族 $\Delta(s;Q,R)$Hurwitz 稳定，当且仅当对每一 $\boldsymbol{q}_1 \in Q_1$，$\boldsymbol{q}_2 \in Q_2$，多项式族 $\Delta(s,\boldsymbol{q}_i,R_i)$，$i = 1,2$ Hurwitz 稳定，由棱边定理[13]，当且仅当对每一 $\boldsymbol{q}_i \in Q_i$，$i = 1,2$.

$$n(s)N(s,\boldsymbol{q}_1) + d(s)S_D(i,j),\quad (i,j) = (1,3),(2,3),(2,4),(1,4),$$

$$n(s)N(s,\boldsymbol{q}_2) + d(s)S_D(i,j),\quad (i,j) = (5,7),(6,7),(6,8),(5,8)$$

Hurwitz 稳定. 即当且仅当

$$n(s)N(s,Q_1) + d(s)S_D(i,j),\quad (i,j) = (1,3),(2,3),(2,4),(1,4),$$

$$n(s)N(s,Q_2) + d(s)S_D(i,j),\quad (i,j) = (5,7),(6,7),(6,8),(5,8)$$

Hurwitz 稳定. 同理，当且仅当

$$n(s)S_N(k,l) + d(s)S_D(i,j),\quad (k,l),(i,j) = (1,3),(2,3),(2,4),(1,4),$$

$$n(s)S_N(k,l) + d(s)S_D(i,j),\quad (k,l),(i,j) = (5,7),(6,7),(6,8),(5,8)$$

Hurwitz 稳定. 注意到 $n(s)S_N(k,l) + d(s)S_D(i,j)$ 是定义在$[0,1]\times[0,1]$上的多项式族，它的四条棱边为：

$$E_D^k(i,j) = n(s)N_k(s) + d(s)S_D(i,j),\quad E_D^l(i,j) = n(s)N_l(s) + d(s)S_D(i,j),$$

$$E_N^i(k,l) = n(s)S_N(k,l) + d(s)D_i(s),\quad E_N^j(k,l) = n(s)S_N(k,l) + d(s)D_j(s).$$

注意到 $k,l,i,j$ 的取值范围，并再次应用棱边定理，定理得证.

**注 1**　该定理说明，控制器鲁棒镇定菱形对象族的充分必要条件是它同时镇定六十四条棱边对象. 该定理与文献[1]所给出的关于区间对象族的 Box 定理类似，所得结果与对象族的阶次无关. 文献[11]也得到了该定理的结果，但没有给出定理的证明. 本文独立地证明了这一结果.

以下，我们研究如何利用凸方向来确定控制器的分子、分母多项式，从而给出菱形对象族鲁棒镇定的顶点结果.

**定义 2**　任给一 Hurwitz 稳定的多项式 $f(s)$，若存在多项式 $g(s)$，使得 $f(s) + g(s)$ 为

Hurwitz 稳定的，且对任意的 $\lambda \in [0,1]$，$\deg[f(s)+\lambda g(s)]=n$，便有对任意的 $\lambda \in [0,1]$，$f(s)+\lambda g(s)$ 为 Hurwitz 稳定，则称 $g(s)$ 的系数向量为 Hurwitz 稳定多项式系数空间的凸方向.

关于凸方向的判断有如下引理.

**引理 2**[14] 多项式 $g(s)$ 的系数向量是 $n$ 阶实系数 Hurwitz 稳定多项式空间的凸方向，当且仅当，对任意使得 $g(j\omega)\neq 0$ 的 $\omega > 0$；有

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\omega}[\arg g(j\omega)] \leqslant \left|\frac{\sin 2[\arg g(j\omega)]}{2\omega}\right|.$$

现已证明，当 $g(s)$ 为如下几种形式时，$g(s)$ 为凸方向[14].

1) 反 Hurwitz 多项式.

2) 仅含奇次项或仅含偶次项的多项式.

3) 单项式 $s^t, t \geqslant 0$.

4) 一次式 $(\alpha s+\beta)$，$\alpha, \beta$ 为实数.

5) 上述四种形式的乘积.

考虑仿射线性参数化多项式族：

$$P(s,Q)=\left\{p(s,\boldsymbol{q})=\sum_{i=0}^{n} a_i(\boldsymbol{q})s^i : \boldsymbol{q}\in Q\right\}, \tag{3.6}$$

$$Q=\{\boldsymbol{q}\in\mathbb{R}^m : q_k^- \leqslant q_k \leqslant q_k^+, k=1,2,\cdots,m\}.$$

设多项式 $p(s,\boldsymbol{q})$ 的系数向量为：

$$\boldsymbol{a}(\boldsymbol{q})=A\boldsymbol{q}+\boldsymbol{c}=[\boldsymbol{a}_1,\boldsymbol{a}_2,\cdots,\boldsymbol{a}_m]\boldsymbol{q}+\boldsymbol{c}, \tag{3.7}$$

$$G(s)=[1 \quad s \quad \cdots \quad s^n]. \tag{3.8}$$

则多项式 $p(s,\boldsymbol{q})$ 可以写成：

$$p(s,\boldsymbol{q})=G(s)\boldsymbol{a}(\boldsymbol{q})=G(s)[\boldsymbol{a}_1,\boldsymbol{a}_2,\cdots,\boldsymbol{a}_m]\boldsymbol{q}+G(s)\boldsymbol{c}.$$

令

$$\phi_0(s)=G(s)\boldsymbol{c}, \quad \phi_k(s)=G(s)\boldsymbol{a}_k, \quad k=1,2,\cdots,m.$$

则

$$p(s,\boldsymbol{q})=\phi_0(s)+q_1\phi_1(s)+\cdots+q_m\phi_m(s), \tag{3.9}$$

进一步，令

$$\lambda_k=\frac{q_k-q_k^-}{q_k^+-q_k^-}=\frac{q_k-q_k^-}{\Delta q_k}\in[0,1], \quad k=1,2,\cdots,m.$$

则

$$q_k=\lambda_k\Delta q_k+q_k^-, \quad k=1,2,\cdots,m. \tag{3.10}$$

将其代入(3.9)，并令：

$$p_0(s)=\phi_0(s)+\sum_{k=1}^{m} q_k^-\phi_k(s), \quad p_k(s)=\Delta q_k\phi_k(s), \quad k=1,2,\cdots,m.$$

则 $p(s,\boldsymbol{q})$ 最终可以写成

$$p(s,\boldsymbol{q})=p_0(s)+\sum_{k=1}^{m}\lambda_k p_k(s). \tag{3.11}$$

从而

$$P(s,Q)=\left\{p_0(s)+\sum_{k=1}^{m}\lambda_k p_k(s) : \lambda_k\in[0,1], k=1,2,\cdots,m\right\}. \tag{3.12}$$

顶点多项式集可表示为

$$P(s,Q^*)=\left\{p_0(s)+\sum_{k=1}^{m}\delta_k p_k(s):\delta_k\in\{0,1\},k=1,2,\cdots,m\right\}. \tag{3.13}$$

多项式族 $P(s,Q)$ 的一维凸出棱边具有如下形式：

$$E(s,[0,1])=\left\{p_0(s)+\sum_{\substack{k=0\\k\neq i}}^{m}\delta_k p_k(s)+\lambda_i p_i(s):\lambda_i\in[0,1]\right\}, \tag{3.14}$$

$$\delta_k\in\{0,1\},\quad k\neq i.$$

**引理 3**　若由(3.12)定义的多项式族 $P(s,Q)$ 中，$p_i(s),i=1,2,\cdots,m$ 为凸方向，则 $P(s,Q)$Hurwitz 稳定，当且仅当顶点多项式集 $P(s,Q^*)$Hurwitz 稳定.

证　由棱边定理及凸方向的定义，定理显然.

我们现在讨论菱形对象族的顶点镇定问题.

设

$$\delta_{i,j}^1(s)=n(s)N_i(s)+d(s)D_j(s),\quad i,j=1,2,3,4, \tag{3.15}$$

$$\delta_{i,j}^2(s)=n(s)N_i(s)+d(s)D_j(s),\quad i,j=5,6,7,8. \tag{3.16}$$

**定理 2**　若 $b(1\pm s)n(s),a(1\pm s)d(s)$ 为凸方向，则多项式族 $\Delta(s;Q,R)$Hurwitz稳定，当且仅当 $\delta_{i,j}^1(s),i,j=1,2,3,4$，$\delta_{i,j}^2(s),i,j=5,6,7,8$，Hurwitz 稳定.

证　由引理 1，多项式族 $\Delta(s;Q,R)$Hurwitz 稳定，当且仅当 $\Delta(s;Q_1,R_1)\cup\Delta(s;Q_2,R_2)$Hurwitz 稳定.

当 $\boldsymbol{q}\in Q_1,\boldsymbol{r}\in R_1$ 时，存在 $\lambda_1,\lambda_2\in[0,1]$，$\gamma_1,\gamma_2\in[0,1]$，使得

$$N(s,\boldsymbol{q})=N_0(s)-bs-\lambda_1 b(1-s)+\lambda_2 b(1+s), \tag{3.17}$$

$$D(s,\boldsymbol{r})=D_0(s)-as-\gamma_1 a(1-s)+\gamma_2 a(1+s), \tag{3.18}$$

从而

$$\begin{aligned}\delta(s;\boldsymbol{q},\boldsymbol{r})=&n(s)[N_0(s)-bs]+d(s)[D_0(s)-as]\\&-\lambda_1 b(1-s)n(s)+\lambda_2 b(1+s)n(s)\\&-\gamma_1 a(1-s)d(s)+\gamma_2 a(1+s)d(s).\end{aligned} \tag{3.19}$$

由已知，$b(1\pm s)n(s),a(1\pm s)d(s)$ 为凸方向，根据引理 3 知，$\Delta(s;Q_1,R_1)$ Hurwitz 稳定，当且仅当

$$\begin{aligned}\delta(s;\boldsymbol{q}^*,\boldsymbol{r}^*)=&n(s)[N_0(s)-bs]+d(s)[D_0(s)-as]\\&-\delta_1 b(1-s)n(s)+\delta_2 b(1+s)n(s)\\&-\delta_3 a(1-s)d(s)+\delta_4 a(1+s)d(s),\end{aligned} \tag{3.20}$$

$$\delta\in\{0,1\},\quad k=1,2,3,4$$

Hurwitz 稳定，即，当且仅当 $\delta_{i,j}^1(s),i,j=1,2,3,4$，Hurwitz 稳定.

当 $\boldsymbol{q}\in Q_2,\boldsymbol{r}\in R_2$ 时，存在 $\lambda_1,\lambda_2\in[0,1]$，$\gamma_1,\gamma_2\in[0,1]$，使得

$$N(s,\boldsymbol{q})=N_0(s)-bs^m-\lambda_1 bs^{m-1}(1-s)+\lambda_2 bs^{m-1}(1+s), \tag{3.21}$$

$$D(s,\boldsymbol{r})=D_0(s)-as^n-\gamma_1 as^{n-1}(1-s)+\gamma_2 as^{n-1}(1+s), \tag{3.22}$$

从而

$$\begin{aligned}\delta(s;\boldsymbol{q},\boldsymbol{r})=&n(s)[N_0(s)-bs^m]+d(s)[D_0(s)-as^n]\\&-\lambda_1 bs^{m-1}(1-s)n(s)+\lambda_2 bs^{m-1}(1+s)n(s)\\&-\gamma_1 as^{n-1}(1-s)d(s)+\gamma_2 as^{n-1}(1+s)d(s).\end{aligned} \tag{3.23}$$

由已知,显然 $bs^{m-1}(1\pm s)n(s)$,$as^{n-1}(1\pm s)d(s)$ 为凸方向.类似可得,$\Delta(s;Q_2,R_2)$Hurwitz 稳定,当且仅当 $\delta^2_{i,l}(s)$,$i,j=5,6,7,8$, Hurwitz 稳定,从而定理得证.

由前面讨论易知:

$$b(1\pm s),\quad a(1\pm s),\quad b(1\pm s)s^{m-1},\ a(1\pm s)s^{n-1}$$

都是凸方向.只要我们选择 $n(s)$,$d(s)$ 使得

$$b(1\pm s)n(s),\quad a(1\pm s)d(s),\quad b(1\pm s)s^{m-1}n(s),\quad a(1\pm s)s^{n-1}d(s)$$

为凸方向,则由定理 2,即可有顶点检验结果.从而我们易得如下推论.

**推论 1** 当控制器的分母、分子多项式取如下形式时,

1) 反 Hurwitz 多项式,

2) 仅含奇次项或仅含偶次项的多项式,

3) 单项式 $s^t$,$t\geqslant 0$,

4) 上述三种形式的乘积.

则多项式族 $\Delta(s;Q,R)$Hurwitz稳定,当且仅当 $\delta^1_{i,j}(s)$,$i,j=1,2,3,4$,$\delta^2_{i,j}(s)$,$i,j=5,6,7,8$, Hurwitz 稳定.

## 4 结 论

控制器鲁棒镇定菱形对象族的充分必要条件是它同时镇定六十四条棱边对象.

若控制器的分子、分母多项式取为反 Hurwitz 多项式,或仅含有偶次项,或仅含有奇次项的多项式,或单项式 $s^t$,$t\geqslant 0$, 以及上述形式的乘积时,则控制器鲁棒镇定菱形对象族的充分必要条件是它同时镇定三十二个顶点对象.

上述结果与对象族的阶次无关.

## 参 考 文 献


1 Chapellat, H. and Bhattacharyya, S. P.. A generalization of Kharitonov's theorem: robust stability of interval plants. IEEE Trans. Automat. Contr., 1989, AC-34(3):306—311

2 Hollot, C. V. and Yang, F.. Robust stabilization of interval plants using lead or lag compensator. Systems and Control Letter, 1990, 14(1):9—12

3 Barmish, B. R., Hollot, C. V. et al.. Extreme point results for robust stabilization of interval plants with first order compensators. IEEE Trans. Automat. Contr., 1992, AC-37(6):701—714

4 Barmish, B. R. and Kang, H. I.. Extreme point results for robust stability of interval plants: beyond first order compensator. Procceedings of IFAC Symposium on Design Methods for control Systems, Zurich, Swizerland, 1991

5 Barmish, B. R. and Kang, H. I.. New extreme point results for robust stability. Control of Uncertain Dynamic Systems, (L. H. Keel and S. P. Bhattacharyya, eds), Littleton, MA: CRC Press, 1991, 461—469

6 田玉平,冯纯伯.区间系统鲁棒稳定性的有限检验.控制理论及应用年会论文集,武汉,1993

7 田玉平,冯纯伯.区间系统在反馈控制下的性能鲁棒性.决策与控制,1994,9(4):296—300

8 Djaferis, T. E.. To stabilize an interval plant family it suffice to simultaneously stabilize sixty-four polynomials. IEEE Trans. Automat. Contr., 1993, AC-38(5):760—764

9 Tempo, B.. A dual result to Khritonov's Theorem. IEEE Trans. Automat. Contr. 1990, AC-35(2):195—198

10 Barmish, B. R. and Tempo, R. et al.. An extreme point result for robust stability of a diamond of real polynomial. Proc. of IEEE Conf. on Decision and Control, 1990

11 郭磊,赵克友.具有补偿器的菱形对象族的鲁棒稳定性.控制理论与应用,1994,11(4):472—476

12 Huang Lin and Wang Long. Value mapping and parameterization approach to robust stability. Science in China (A), 1991, 34(10):1122—1232

13 Bartlett, A.C., Hollot, C.V. and Huang Lin. Root location of an entire polytope of polynomials: it suffices to check the edges. Math. Control Signals Systems, 1988(1):61—71

14 Rantzer, A. Stability conditions for polytopes of polynomials. IEEE Trans. Automat. Contr., 1992,AC-37(1):79—89

# Robust Stabilization for Diamond Plant Family

WANG Enping and GENG Zhiyong

(Institute of Systems Science, Academia Sinica · Beijing, 100080,PRC)

**Abstract**: In this paper, the problem of robust stabilization for diamond plant family is studied. It is proved that the necessary and the sufficient condition for a compensator to robustly stabilize the diamond plant family is that it simultaneouly stabilizes sixty-four exposed edges of plants of the family. Based on this, the selection of the numerator and the denominator of the compesator is discussed by use of the concept of convex direction, and finally the extreme point result of robust stabilization for the plant family is presented.

**Key words**: robust stabilization; diamond plant family

## 本文作者简介

**王恩平** 1941 年生. 1965 年 8 月毕业于北京大学数学力学系，现在中国科学院系统科学研究所工作，研究员. 曾经从事过导航系统的设计和卡尔曼滤波理论的应用工作. 自 70 年代以来，主要从事线性系统理论，最优控制，广义系统控制，分散系统控制等领域的研究工作. 现在主要从事系统鲁棒控制和 $H_\infty$ 控制理论的研究.

**耿志勇** 1957 年生. 1995 年 7 月于中国科学院系统科学研究所博士毕业，现在北京大学力学与工程科学系从事博士后研究工作. 当前研究方向为系统的鲁棒控制.