第 14 卷第 6 期
1997 年 12 月

控制理论与应用
CONTROL THEORY AND APPLICATIONS

Vol. 14, No. 6
Dec., 1997

伪对角化方法的扩展及其实现

毛维杰　孙优贤
（浙江大学工业控制技术研究所・杭州，310027）

摘要：本文考虑 Nyquist 阵列法中的对角优势问题，提出了扩展的伪对角化方法，即把单频率点上的伪对角化方法扩展到某一频段上．该方法保守性小，算法实现简单，且完全能满足工程需要．最后，给出了计算方法和实例．

关键词：多变量系统；Nyquist 阵列法；对角优势

1　引　言

Rosenbrock 提出的 Nyquist 阵列方法（包括 NA 和 INA），是多变量系统频率域设计方法中提出最早也是最为重要的一种方法．这一方法的一个关键步骤是如何用预补偿器把传递函数阵变成对角优势矩阵．从理论上讲，如果把预补偿器设计得相当复杂，则总可以实现对角优势，但工程上总希望预补偿器阵尽可能简单，最好是常数矩阵．伪对角化方法正是这一思想的体现．

有关常数补偿器阵的求解，已有不少讨论[1~9]．其中，最引人注目的当推文[6]．该文不仅提出了用常数补偿器实现对角优势的充分必要条件，而且还讨论了某一频段上的对角优势的实现问题．遗憾的是，该方法所依赖的充分条件，比较保守，所给实例，其结果也有错误．而且，该文把其算法与同一频率点上的伪对角化结果作比较，本身就不够合理．本文在上述文献的基础上，提出把单频率点上的伪对角化方法扩展到某一频段上，并称之为扩展的伪对角化方法．该方法保守性小，算法实现简单，所给实例，其结果优于文[6]．

2　扩展伪对角化方法的基本思想

考虑到扩展的伪对角化方法的基础仍然是单频率点上的伪对角化方法，故首先引入单频率点可对角优势化的充分必要条件．令正交投影阵

$$P_j = \left[\begin{array}{ccccccccccc}
0 &&&&&&&&&& \\
& \ddots &&&&&&&&& \\
&& 0 &&&&&& \text{\Large 0} && \\
&&& 1 &&&&&&& \\
&&&& 0 &&&&&& \\
&&&&& \ddots &&&&& \\
&&&&&& 0 &&&& \\
&&&&&&& 1 &&& \\
&& \text{\Large 0} &&&&&& 0 && \\
&&&&&&&&& \ddots & \\
&&&&&&&&&& 0
\end{array}\right]
\begin{array}{l}
\\ \\ \\ \text{第 } j \text{ 行} \\ \\ \\ \\ \text{第 } j+m \text{ 行} \\ \\ \\ \\
\end{array}$$

P_j 为 $2m \times 2m$ 阵，并且 i) $P_j^{\mathrm{T}} = P_j$；　ii) $P_j^2 = P_j$；　iii) $\sum_{j=1}^{m} P_j = I_{2m}$．

本文于 1995 年 7 月 7 日收到．1996 年 2 月 13 日收到修改稿．

定理 1 设实对称阵 $Z_j = W[\alpha_j P_j - I_{2m}]W^{\mathrm{T}}$，其中 $\alpha_j \in [\frac{m}{m-1}, 2]$ 为常数，$W = [\mathrm{Re}\{G^{\mathrm{T}}(S_i)\} \quad \mathrm{Im}\{G^{\mathrm{T}}(S_i)\}]_{m\times 2m}$. 则开环系统 $G(S)$ 在 S_i 点可用伪对角化方法实现列对角优势的充分必要条件是

$$\lambda_{\max}[Z_j] > 0, \quad j = 1,2,\cdots,m. \tag{1}$$

定理 1 是针对单频率点的对角优势问题. 而实际应用时，往往需要考虑在一段频率 $[S_0, S_n]$ 上的对角优势. 由于 Z_j 阵连续，在单频率点上的对角优势化也能使在一段频率上对角优势，从而把传统的伪对角化方法扩展到某一频段上.

定理 2 开环系统 $G(S)$ 在频段 $[S_0, S_n]$ 上可由常数补偿器阵实现列对角优势的必要条件是，$G(S)$ 在所有 $S_i \in [S_0, S_n]$ 点上均能用伪对角化方法实现列对角优势.

定理 3 设开环系统 $G(S)$ 在所有 $S_i \in [S_0, S_n]$ 点上均能用伪对角化方法实现列对角优势，即有 $\lambda_{\max}[Z_j] > 0$.

令

$$\gamma_j^i = \lambda_{\max}[Z_j^i] + \min_{h\neq i}\{\lambda_{\min}[Z_j^h - Z_j^i]\}, \quad i = 0,1,\cdots,n; \quad j = 1,2,\cdots,m. \tag{2}$$

若有 $\max\limits_{0\leqslant i\leqslant n}\gamma_j^i = \gamma_j^l > 0$ 成立，则系统可通过在 $S_l \in [S_0, S_n]$ 点用伪对角化方法实现列对角优势，实现在频段 $[S_0, S_n]$ 上的列对角优势.

注 这里对于不同的列，l 的取值可以是不同的.

定理 3 给出了在频段 $[S_0, S_n]$ 上由常数补偿器阵实现对角优势的充分条件. 事实上，对于满足定理 2 所给必要条件而不满足定理 3 所给充分条件的开环系统，只要求得 $\gamma_j^l = \max\limits_{0\leqslant i\leqslant n}\gamma_j^i$，并通过在 $S_l \in [S_0, S_n]$ 点用伪对角化方法实现列对角优势，仍有可能在频段 $[S_0, S_n]$ 上实现列对角优势，从而减少定理 3 所给充分条件的保守性. 而且，即使 $G(S)$ 不满足定理 2 所给必要条件，即不能在所有 $S_i \in [S_0, S_n]$ 点上用伪对角化方法实现对角优势，用上述方法求得的也是频段 $[S_0, S_n]$ 上的最佳优势度曲线.

3 算法与实例

定理 3 从理论上给出了一种求解常数补偿器阵 K 的算法，即通过在某一频率点 S_l 上的伪对角化求取相应的常数补偿器阵 $k_{\cdot j}^l$. 由定理 3，只要选择合适的 S_l，所求 $k_{\cdot j}^l$ 不仅能使该列在 S_l 点处对角优势，还可使该列在 $[S_0, S_n]$ 上对角优势. 当然，由定理 3 来构造实现算法，首先必须求取 Z_j，具有一定困难，但我们可以把问题作相应的转化.

设开环系统 $G(s)$ 在 $S_i \in [S_0, S_n]$ 点伪对角化后求得其常数补偿器阵为 $k_{\cdot j}^i$，相应的 $G(S)k_{\cdot j}^i$ 的优势度曲线为 $f_j^i(S)$.

令

$$E = \{i \mid \max_{0\leqslant i\leqslant n}\sum_{k=0}^{n}\mathrm{sgn}[1 - f_j^i(S_k)]\}, \tag{3}$$

则可选取 $S_l \in [S_0, S_n]$，使得

$$\sum_{k=0}^{n} f_j^l(S_k) = \min_{i\in E}\sum_{k=0}^{n} f_j^i(S_k). \tag{4}$$

这样，即可用相应的 $k_{\cdot j}^l$ 实现频段 $[S_0, S_n]$ 上的最佳优势度曲线 $f_j^l(S)$.

上述算法不但实现简单，而且正如上文所述，还能减少定理 3 所给充分条件的保守性，当然也适用于不满足定理 2 所给必要条件的开环系统.

设开环系统 $G(S)=\begin{bmatrix}\dfrac{s+1}{s^2+10s+100} & \dfrac{2}{2s+1}\\ \dfrac{s+4}{s^2+6s+5} & \dfrac{1}{5s+1}\end{bmatrix}$,文[6]分别在 $s=0$ 和 $s=j10$ 处求得 $k_{\cdot 1}$ 和 $k_{\cdot 2}$,即

$$K=\begin{bmatrix}-0.20107 & -0.9924\\ 0.9796 & 0.1229\end{bmatrix}.$$

本文按上述算法分别在 $s=j5.2$ 和 $s=j3.1$ 处求得 $k_{\cdot 1}$ 和 $k_{\cdot 2}$,即

$$K=\begin{bmatrix}-1.0836 & -3.6913\\ 4.9978 & -0.2795\end{bmatrix}.$$

令 $J_j(S)=\sum_{\substack{h=1\\h\neq j}}^{m}|q_{hj}(S)|/|q_{jj}(S)|$ 为第 j 列的优势度. 图 1 给出了 $Q(S)=G(S)K$ 的优势度曲线. 由图可见,上述算法(曲线 A)稍优于文[6](曲线 B). 顺便指出,文[6]所画优势度曲线有误,$G(S)$ 并不能由常数补偿器阵在所有 $S_i\in[0,j10]$ 点上实现对角优势.

4 结 语

本文提出了把单频率点上的伪对角化方法扩展到某一频段上,即通过在适当选取的频率点 $S_l\in[S_0,S_n]$ 上伪对角化,实现在频段 $[S_0,S_n]$ 上的对角优势,即使 $G(S)$ 不满足在频段 $[S_0,S_n]$ 上由常数补偿器阵实现对角优势的充分条件,所给算法也能求得最佳的优势度曲线. 因此,我们相信,本文提出的扩展伪对角化方法对解决工程实际问题将会有指导意义.

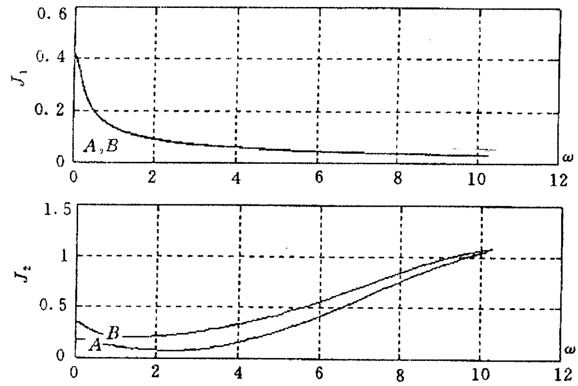

图 1 实例优势度曲线

参 考 文 献

1 Rosenbrock, H. H.. Computer aided control system design. New York: Academic Press, 1974
2 Haukino, D. J.. Pseudodiagonalization and the inverse Nyquist array method. Proc. IEE, 1972, 119(3): 337−342
3 Jonhson, M. A.. Diagonal dominance and the method of pseudodiagonalization. Proc. IEE, 1979, 126(10): 1011−1017
4 Wang, S. L. and Kai, P. G.. Design of diagonal dominance by compensator. Int. J. Control, 1983, 38(1): 221−227
5 聂为清. 对角优势的可实现性. 信息与控制, 1984, 13(2): 1−5
6 江青茵. 对角优势的常数阵实现. 控制理论与应用, 1988, 5(1): 84−89
7 古孝鸿. 用常数阵实现对角优势的条件和算法. 控制理论与应用, 1990, 7(3): 87−91
8 鲍远律. 对"用常数阵实现对角优势的条件和算法"一文的商榷. 控制理论与应用, 1992, 9(5): 566−567
9 古孝鸿. 关于"对'用常数阵实现对角优势的条件和算法'一文的商榷"的答复. 控制理论与应用, 1992, 9(5): 567−568

Extension and Related Realization of the Pseudo-Diagonalization Method

MAO Weijie and SUN Youxian

(Institute of Industrial Process Control, Zhejiang University · Hangzhou, 310027, PRC)

Abstract: The problem of pseudo-diagonalization in Nyquist array methd is considered and the extended pseudo-diagonalization is proposed in this paper. This method is less conservative, easily realized and suitable for engineering applications. In final, the algorithm and example are also provided to demonstrate the effectiveness of the proposed method.

Key words: multivariable system; Nyquist array method; diagonal dominance

本文作者简介

毛维杰 见本刊1997年第4期第578页.

孙优贤 见本刊1997年第1期第41页.

会议简讯

1997年8月27—29日,在圣比得堡召开了世界第一次"振荡控制和混沌"大会(COC97)。会议由俄罗斯科学院力学工程问题研究所,IEEE控制系统学会等单位组织。有35个国家170人参加,论文150篇收入到三本会议录中。会议主题是复杂振荡动力系统的控制。会议主席是查诺斯科(俄罗斯),副主席有陈关荣(美),胡刚(C。HU,中国)等。大会宣读论文多篇,包括:

V.S. Anishchendo and G.I. Strelkova (Attractors of dynarmical systems),

G. Chen (Control and anti-control of chaos),

A.S. Dmitriev (Application maps with stored information in CDMA communication systems),

G. Feichtinger (Cyclical and chaotic solutions of dynamic optimization models in economics),

M. Hasler (Current problems for the transmission of information using a chaotic signal),

G. Hu (Controlling spiral waves in spatiotemporal systems),

A.A. Krasovsky (Control by means of bifurcations and the asteriod danger),

G.A. Leonov and A. L. Fradkov (Lyapunov techniques in analysis and control of chaotic systems),

A. Lindquist and V.A. Yakubovich (Universal regulators for optimal damping and tracking in discrete-time systems with harmonic external disturbances.),

H. Nijmeijer, I.I. Blekhman, A.L., Fradkov, and A. Yu. Pogromsky (Synchronization and controlled synchronization of dynamical systems),

M. Ogorzalek (Implementation issues for electronic chaos controllers),

F. Pfeiffer (Control of a tube-crawling robot),

A.N. sharkovsky and E. Yu. Romanenko, M. B. Verikina (Structural turbulence in some boundary-value problems),

F. Ziegler, H. Irshik, and M. Krommer (Green's function method applied to vibrations of piezoeletric plates and shells),

35岁以下的青年科学家论文奖第一名是台湾学者C.C.Chu,他的论文题目是"Chaotic motions of simple power system models."

会议显示了大家对非线性动力系统(电路,电力系统,神经网络,流体,机械仪表)中如何控制不规则振荡方面的兴趣,不少人特别注意到受控混沌同步事件,他们对振荡技术,通信和分布系统有重要的影响。

下一次的会议将在2000年举行。

(本刊编委,美国休士顿大学陈关荣教授供稿。本刊翻译,有删节)