第 14 卷第 6 期
1997 年 12 月

控制理论与应用
CONTROL THEORY AND APPLICATIONS

Vol. 14, No. 6
Dec., 1997

非线性系统鲁棒自校正控制间接算法

马 孜
(东北大学信息科学与工程学院·沈阳,110006)

朱全民
(Brighton 大学,英国)

摘要:提出一种非线性系统鲁棒自校正控制间接算法.借助于神经网的作用,有效地辨识系统的建模误差,其辨识结果在控制算法中加以补偿,于是,使基于低阶线性模型的自校正控制算法有效地应用于复杂的非线性系统.文中给出了算法的鲁棒性分析和仿真结果.

关键词:非线性系统;神经元网络;鲁棒性和自校正控制

1 引 言

近年来,对非线性系统自适应控制的研究已经开始引起重视.一些研究结果已经发表[1~3].自从文[4]提出 Back-Propagation(BP)算法以来,神经网已经被作为非线性系统建模和控制的有力工具[5~7].但是,由于神经网的收敛速度较慢,这些神经网自适应控制算法不能适应强非线性系统工作点的快速变化.

为了解决上述问题,本文结合神经网同广义最小方差控制策略,提出一种非线性系统建模和控制的新思想.在本文提出的算法中,非线性系统用一个等价模型来表示,这个等价模型由线性和非线性两部分所组成.神经网用来检测非线性部分,检测结果在基于线性系统设计的控制器中加以补偿.在该算法中,由于等价线性模型已在一定程度上反映了系统特性,同单纯使用神经网直接辨识和控制非线性系统的算法相比,神经网的负担被极大地减轻.所以,神经网的收敛速度与实际非线性系统工作点的快速变化不相匹配的问题得到了有效的克服.

2 控制器设计

被控对象由下列模型描述:

$$y(k+d) = f[Y(k), U(k)], \tag{1}$$

$f(Y,U) \to R$;$Y(k) \in \mathbb{R}^{n_y} = [y(k+d-1), \cdots, y(k+n_y)]$;$U(k) \in \mathbb{R}^{n_u} = [u(k-d), \cdots, u(k-d+n_u)]$,假设 $f(\cdot,\cdot)$ 可微.为使问题简化,假设 $d=1$.我们的兴趣在于控制具有下面结构的非线性系统.

$$A(z^{-1})y(k+1) = B(z^{-1})u(k) + f_0(Y,U). \tag{2}$$

$A(z^{-1})$ 和 $B(z^{-1})$ 是未知的 n 阶多项式,这里,n 可以被选为 $n \geqslant 1$.由于(1)有限可微,所以,$f_0(\cdot,\cdot)$ 可以被视为将(1)线性化后的建模误差.且 $f_0(\cdot,\cdot) \to \mathbb{R}$.

性能指标:

$$J = |e(k+1)| = |P(z^{-1})y(k+1) - Rd(k) - Q(z^{-1})u(k) - Hf_0(\cdot,\cdot)|^2. \tag{3}$$

其中 $d(k)$ 是有界参考输入.$P(z^{-1})$,$Q(z^{-1})$,R 和 H 是加权多项式.定义系统辅助输出 $\phi(k+1) = P(z^{-1})y(k+1)$,它的最优预报由下列引理给出.

引理 1 $\phi(k+1)$ 的最优预报 $\phi^*(k+1/k)$ 为

$$\phi^*(k+1/k) = G(z^{-1})y(k) + E(z^{-1})B(z^{-1})u(k) + E(z^{-1})f_0(\cdot,\cdot). \tag{4}$$

其中 $G(z^{-1})$ 和 $E(z^{-1})$ 满足下式

$$P(z^{-1}) = A(z^{-1})E(z^{-1} + z^{-1}G(z^{-1}); \quad n_e = 0; \quad n_g = n-1. \tag{5}$$

本文于 1995 年 1 月 14 日收到.1996 年 11 月 7 日收到修改稿.

证　用$E(z^{-1})$乘(2)式,再由(5)式可得(4)式.

定理 1　使性能指标极小的控制律方程为

$$\phi^*(k+1/k) = Rd(k) + Q(z^{-1})u(k) + Hf_0(\cdot,\cdot). \tag{6}$$

系统的闭环方程为

$$[B(z^{-1})P(z^{-1}) + Q(z^{-1})A(z^{-1})]y(k+1) = Rd(k) + [Q(z^{-1}) - B(z^{-1})H]f_0(\cdot,\cdot). \tag{7}$$

证　方程(3)表明方程(6)是正确的. 由方程(4)和(6),可得控制输入$u(k)$的表达式如下

$$u(k) = \frac{Rd(k) + Hf_0(\cdot,\cdot) - G(z^{-1})y(k) - E(z^{-1})f_0(\cdot,\cdot)}{Q(z^{-1}) - E(z^{-1})B(z^{-1})}. \tag{8}$$

将方程(8)代入(2)式,经整理可得系统闭环方程(7).

为得到满意的系统闭环特性,预先选取下面稳定多项式

$$T(z^{-1}) = t_0 + t_1z^{-1} + \cdots + t_{nt}z^{-nt};\quad n_t \leqslant 2n-1. \tag{9}$$

下面方程必须得到满足

$$B(z^{-1})P(z^{-1}) + Q(z^{-1})A(z^{-1}) = T(z^{-1});\quad n_p = n_q = n-1. \tag{10}$$

为消除系统静差,加权项R由下式选取

$$R = \frac{T(1)}{B(1)};\quad T(1) = \sum_{i=0}^{nt} t_i;\quad B(1) = \sum_{i=0}^{n} b_i. \tag{11}$$

为消除非线性,加权项H由下式选取

$$H = \frac{Q(1)}{B(1)};\quad Q(1) = \sum_{i=0}^{nq} q_i;\quad B(1) = \sum_{i=0}^{nu} b_i. \tag{12}$$

3 自校正控制算法

系统(2)可以由递推算法和神经网建模

$$\hat{y}(k+1) = x(k)^{\mathrm{T}}\hat{\theta}(k) + \hat{f}_0(\cdot,\cdot). \tag{13}$$

这里

$$\hat{\theta}(k) = [\hat{a}_1,\cdots,\hat{a}_n;\hat{b}_0,\cdots,\hat{b}_n], \tag{14}$$

$$x(k) = [y(k),\cdots,y(k-n);u(k),\cdots,u(k-n)], \tag{15}$$

$$\hat{\theta}(k+1) = \hat{\theta}(k) + \frac{P(k)x(k)H_s(z^{-1})}{1 + x(k)^{\mathrm{T}}P(k)x(k)}v_0(k+1), \tag{16}$$

$$P(k+1) = \frac{P(k)}{\lambda_1(k)} - \frac{P(k)x(k)x(k)^{\mathrm{T}}P(k)}{\lambda_1(k) + \lambda_2(k)x(k)^{\mathrm{T}}P(k)x(k)}. \tag{17}$$

这里$0 < \lambda_1(k) \leqslant 1; 0 \leqslant \lambda_2(k) \leqslant 2$,

$$\begin{aligned} v_0(k+1) &= H_s(z^{-1})[y(k+1) - x(k)^{\mathrm{T}}\hat{\theta}(k) - \hat{f}_0(\cdot,\cdot)] \\ &= H_s(z^{-1})\{[\theta - \hat{\theta}(k)]^{\mathrm{T}}x(k) + [f_0(\cdot,\cdot) - \hat{f}_0(\cdot,\cdot)]\}. \end{aligned} \tag{18}$$

在式(18)中$H_s(z^{-1})$是为保证参数收敛而设置的滤波器,且

$$H_s(z^{-1}) = H_{s1}(z^{-1})/H_{s2}(z^{-1}). \tag{19}$$

这里$H_{s1}(z^{-1})$和$H_{S2}(z^{-1})$是稳定的首一多项式. 在上述递推算法中$\hat{f}_0(\cdot,\cdot)$是神经网算法的输出. 系统(2)可以由下式描述,

$$y(k+1) = x(k)^{\mathrm{T}}\theta + f_0(\cdot,\cdot). \tag{20}$$

模型(20)是与实际非线性系统具有相同特性的等价模型,它不是唯一的. 所以,在每个采样周期,根据等价线性参数的辨识值,非线性函数$f_0(\cdot,\cdot)$为

$$f_0(\cdot,\cdot) = y(k+1) - x(k)^{\mathrm{T}}\hat{\theta}(k). \tag{21}$$

采用文[4]类似的方法,通过BP网可以得到$f_0(\cdot,\cdot)$的估计值$\hat{f}_0(\cdot,\cdot)$.

自校正控制算法可以综合如下：

1) 测量系统输出，为参数辨识和 BP 网建立数据向量.

2) 使用递推算法(16) 和(17)，辨识等价系统线性参数.

3) 由(5) 和(10) ～ (12)，计算控制器参数.

4) 由(21) 式为 BP 网计算下一步的教师信号.

5) 为得到建模误差，对 BP 网训练 S 次.

6) 由(8) 式计算控制输入.

在每个采样周期重复上述步骤.

4　控制算法的稳定性分析

该算法的稳定性分析基于下面假设.

假设 A　对于具有一个隐层的神经网，给定一任意常数 ε 和一个紧集 $S\subset\mathbb{R}^{n\times n}$，具有权值 W 使下式成立.

$$\supseteq W,\text{s.t.}\max|\hat{f}(x,W)-f(x)|\leqslant\varepsilon<\infty;\quad x\in S. \tag{22}$$

注　该假设已在一些重要文章中得到了验证[8].

假设 B　$f_0(\cdot,\cdot)$ 是一个有界量.

定理 2　当下面传递函数 $H_s(z^{-1})$ 为严正实

$$H_s'(z^{-1})=H_s(z^{-1})-\frac{\lambda}{2};\quad 2>\lambda\geqslant\max\lambda_2(k). \tag{23}$$

对任意有界的 $v(0)$ 和 $\hat{\theta}(0)$ 有

$$\lim_{k\to\infty}[\hat{\theta}(k+d)-\hat{\theta}(k)]=0;\quad d<\infty, \tag{24}$$

$$\lim_{k\to\infty}P(k)x(k)v(k+1)=0;\quad p^{-1}(k)\geqslant\varepsilon' P_0^{-1};\quad \varepsilon'>0, \tag{25}$$

$$\lim_{k\to\infty}[\theta-\hat{\theta}(k+1)+\delta(\cdot,\cdot)]^{\mathrm{T}}x(k)=0, \tag{26}$$

$$\lim_{k\to\infty}[\theta-\hat{\theta}(k+1)+\delta(\cdot,\cdot)]^{\mathrm{T}}P^{-1}(k)[\theta-\hat{\theta}(k+1)+\delta(\cdot,\cdot)]=\text{const};\quad\forall\, t. \tag{27}$$

这里 $\delta(\cdot,\cdot)$ 是一个辅助量，它是一类 $Y\in\mathbb{R}^{n_y}$ 和 $U\in\mathbb{R}^{n_u}$ 的非线性函数，它被定义如下

$$\delta(\cdot,\cdot)x(k)=f_0(\cdot,\cdot)-\hat{f}_0(\cdot,\cdot). \tag{28}$$

根据神经网逼近非线性关系的能力，随着 $k\to\infty$，$\delta(\cdot,\cdot)\to 0$ 是完全可能的. 根据假设 A，将 $\delta(\cdot,\cdot)$ 作为一个足够小的有界干扰是完全真实的. 通过 $v(k)$ 的定义有

$$v(k+1)=\frac{v_0(k+1)}{1+x(k)^{\mathrm{T}}P(k)X(k)}=H_s(z^{-1})\{[\theta-\hat{\theta}(k+1)+\delta(\cdot,\cdot)]^{\mathrm{T}}x(k)\}. \tag{29}$$

通过(16)，(17)，(28)和(29)，可得类似于[9]的等价系统如下：

$$r(k+1)=r(k)+P(k)x(k)v(k+1), \tag{30}$$

$$\omega(k)=x(k)^{\mathrm{T}}r(k)+x(k)^{\mathrm{T}}P(k)x(k)v(k+1). \tag{31}$$

这里

$$r(k+1)=\hat{\theta}(k+1)-\theta+\delta(\cdot,\cdot). \tag{32}$$

根据 Landau 的论文[9]的引理 3.1 可以判定(23)式成立，(27)式意味着下式成立

$$\lim_{k\to\infty}[\hat{\theta}(k+1)-\hat{\theta}(k)]=\lim_{k\to\infty}P(k)x(k)v(k+1)=0. \tag{33}$$

(33)意味着(24)和(25)成立. 文[9]中的引理 3.1 还表明下式成立

$$\lim_{k\to\infty}-\omega(k)=0. \tag{34}$$

(34)表明(26)成立.

定理 3　如果假设 A 和 B 得到满足，该文算法具有下面稳定性和收敛性.

$$\lim_{k\to\infty}|y(k)|<\infty;\quad \lim_{k\to\infty}|u(k)|<\infty, \tag{35}$$

$$\lim_{k\to\infty}|e(k+d)|^2\leqslant\sigma^2<\infty. \tag{36}$$

证　基于定理 2 及假设 B，并且采用文[10]类似方法，定理 2 可证.

5　仿真结果

该仿真实验针对下面非最小相位非线性系统

$$y(k)=\frac{1.5\sin[\pi y(k-1)/60]y(k-1)}{1+y(k-1)^2+y(k)}+1.1y(k-1)+1.2u(k-1)+2u(k-2),$$

系统等价模型如下

$$(1+az^{-1})y(k+1)=(b_0+b_1z^{-1})u(k)+f_0(\cdot,\cdot).$$

这里 $T(z^{-1})=1+0.5z^{-1}$；网络学习率 $\eta=0.02$，BP 网输入层有 8 个节点，隐层有 9 个节点，在每个采样周期网络被训练 4 次. 图 1 给出了系统输出 $y(k)$ 和参考输入 $d(k)$. 图 2 是系统的非线性函数和神经网对此函数的辨识曲线. 图 3 给出系统线性参数收敛曲线. 系统的控制输入在图 4 给出.

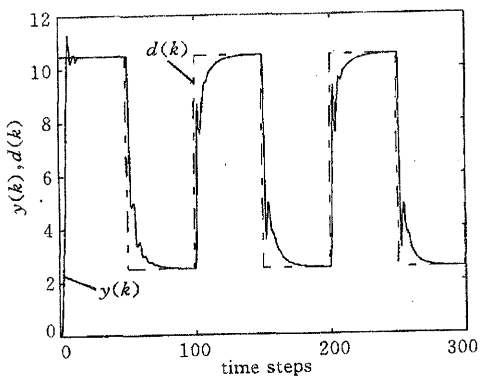

图 1　跟踪曲线

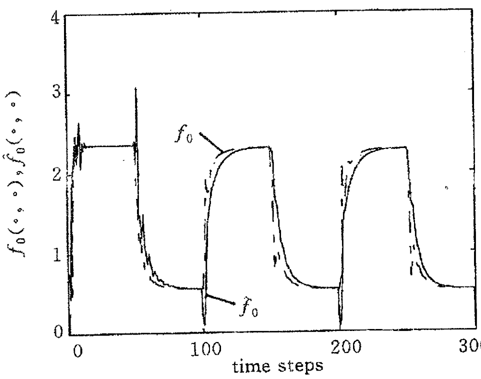

图 2　建模误差跟踪曲线

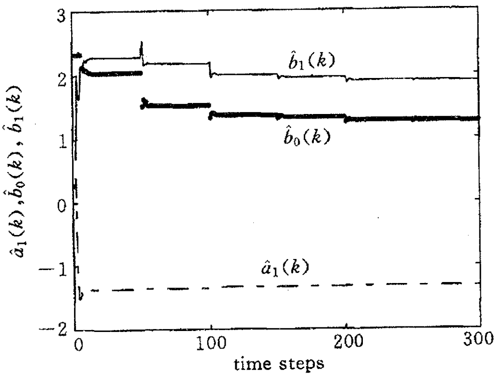

图 3　等价线性参数收敛曲线

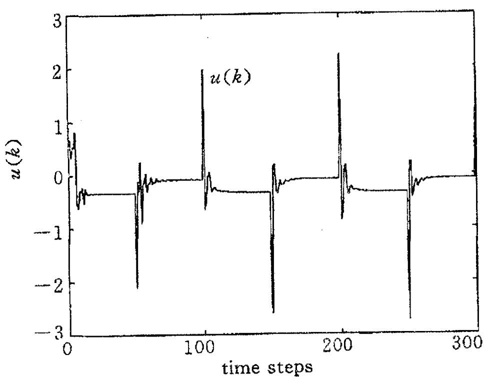

图 4　控制输入

6　结　　论

在该文中提出了一种对具有未知结构的非线性系统建模的新思想. 由于该算法结合了广义最小方差控制策略和神经网辨识技术，所以它实现了对具有非最小相位的非线性系统的自校正控制. 由于所有未建模动态也包括在等价非线性模型之中，它可以由神经网加以辨识并且在控制算法中加以补偿，所以，该系统的鲁棒性问题也可得到充分的保障.

参 考 文 献

1 Talyor, D. G. , Kokotovic, P. V. , Marino, R. and Kanellakopoulos, I. . Auaptive regulation of nonlinear systems with unmodelled dynamics. IEEE Trans. Automat. Contr. , 1989, AC-34(4):405－412

2 Satry, S. S. and Isidori, A. . Adaptive control for nonlinearizable systems. IEEE Trans. Automat. Contr. , 1989, AC-34 (11):1123－1131

3 Kanella Kopoulos I. , Kokotovic, P. , V. and Morse, A. S. . Adaptive output feedback control of a system with output nonlinearities. IEEE Trans. Automat. Contr, 1992, AC-37(11);1666－1682

4 Rumelhart, D. Hinton, G. E. and Williams R. J. . Learning Internal Representations by Error Propagation in Paralle Distributed Processing. Vol. 1, Rumelhart and MeClelland Ed. Cambridge, MA: MIT, Press, 1989

5 Nerendra, K. S. and Parthasarathy, K. . Identification and control of dynamical systems using neural networks. IEEE Trans. Neural Networks, 1990, 1(1):4－27

6 Chen, F. C. . Back propagation neural networks for nonlinear self-tuning control. IEEE Contr. Syst. mag. Special Issue on neural networks for Control Systems, Apr. , 1990

7 Chen, F. C. and Khalil, H. K. . Adaptive control of a class of nonlinear discrete time systems using neural networks. Int. J. Control, 1992, 55:1299－1317

8 Hecht-Nielsen. Theory of the back-prapagation neural network. Proc. IEEE Int. Conf. Neural Networks, 1989, 1:593－605

9 Landau, I. D. and Lozano, R. . Unification of discrete time explicit model reference adaptive control designs. Automatica, 1981, (4):593－611

10 马孜，柴天佑. 具有加权项在线选择的广义自校正前馈控制器. 控制与决策，1993, 8(4):278－283

Robust Self-Tuning Control Explicit Algorithm for Nonlinear Systems

MA Zi

(School of Information Science and Engineering, Northeastern University · Shenyang, 110006, PRC)

ZHU Quanmin

(University of Brighton, UK)

Abstract: A robust self-tuning control explicit algorithm for nonlinear systems is developed. By means of the effect of neural network, the system modelling error is identified effectively, and the identified results are accommodated in control law design. Therefore, the self-tuning control algorithm based on low order linear model is applied to complicated nonlinear systems. The stability analysis and simulation results are also given.

Key words: nonlinearity; neural network; robustness; self-tuning control

本文作者简介

马　孜　女. 1982 年毕业于东北工学院，1993 年在东北大学获得博士学位，而后进行了为期两年的博士后研究，现为东北大学信息科学与工程学院副教授. 主要研究方向为自适应控制理论.

朱全民　1983 年在哈尔滨工业大学获硕士学位，1989 年在英国 Warwick 大学获博士学位，同年在英国 Sheffield 大学从事博士后研究，现为英国 Brighton 大学高级讲师，并担任旅英中国自动化协会理事长. 主要研究方向为非线性系统辨识及控制等.