第 15 卷第 2 期
1998 年 4 月

控制理论与应用
CONTROL THEORY AND APPLICATIONS

Vol. 15, No. 2
Apr., 1998

时滞不确定系统的鲁棒容错控制

孙金生　李　军　王执铨

(南京理工大学自控系·南京,210094)

摘要: 本文考虑了线性时滞系统的容错控制问题,给出了时滞系统对传感器失效具有完整性的一个充分条件,并推广到执行器失效的情况,进而考虑了参数不确定系统的鲁棒容错控制问题,给出了鲁棒容错控制时滞系统的设计方法及步骤,并用设计实例及仿真结果验证了这种方法的有效性.

关键词: 容错控制; 完整性; 时滞; 鲁棒性; 不确定性

1 引　言

系统的可靠性是系统能投入运行的关键,若一个系统的可靠性差,则不论其性能如何好,都是没有实用价值的. 因此,作为提高控制系统可靠性重要手段的容错控制,日益得到广泛的重视和研究,在可靠镇定[1]、系统重构[2]和完整性设计[3]等方面都取得了不少成果. 所谓完整性是指当系统中有传感器或执行器失效时,系统仍能保持渐近稳定的特性. 近年来,关于一般线性系统的完整性设计方面的成果很多,但有关时滞系统的完整性设计方面的研究尚未见报道. 在实际系统中,由于测量的不灵敏性、元件老化及传输延时等原因,系统中就会产生时滞,而由于建模误差、线性化近似及环境变化等因素,不确定性是不可避免的. 因此,时滞不确定系统是更接近实际系统的模型,研究时滞不确定系统的鲁棒容错控制问题具有重要的现实意义.

2 问题的描述

考虑线性时滞系统

$$\dot{x}(t) = A_1x(t) + A_2x(t-h) + Bu(t), \tag{1}$$

其中, $x(t) \in \mathbb{R}^n$ 为状态变量, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ 为控制变量, $h > 0$ 是常数时滞, A_1, A_2 和 B 为适维矩阵. 系统的初始条件为

$$x(t) = \varphi(t), \quad t \in [-h, 0], \tag{2}$$

其中, $\varphi(t)$ 在 $[-h, 0]$ 上是连续函数. 假定 (A_1, B) 可控, 若采用状态反馈控制

$$u(t) = Kx(t), \tag{3}$$

则闭环系统为

$$\dot{x}(t) = (A_1 + BK)x(t) + A_2x(t-h). \tag{4}$$

考虑到传感器的可能失效,引入开关阵 F,并把它放在反馈增益阵 K 和状态 $x(t)$ 之间,其形式为

$$F = \mathrm{diag}(f_1, f_2, \cdots, f_n), \tag{5}$$

其中

$$f_i = \begin{cases} 1, & \text{第 } i \text{ 个传感器正常.} \\ 0, & \text{第 } i \text{ 个传感器失效.} \end{cases} \quad i = 1, 2, \cdots, n.$$

则闭环故障系统可表示为

$$\dot{x}(t) = (A_1 + BKF)x(t) + A_2x(t-h). \tag{6}$$

本文于 1995 年 8 月 30 日收到. 1996 年 10 月 3 日收到修改稿.

完整性设计的要求可描述如下：寻求状态反馈增益阵 K，使闭环故障系统(6)对任意 $F \in \Omega$ 均保持渐近稳定. 其中 Ω 为传感器故障开关阵 F 各种可能故障的集合.

3 主要结果

引理[4] 对任意适维矩阵 X,Y 和 $\gamma > 0$，有

$$X^{\mathrm{T}}Y + Y^{\mathrm{T}}X \leqslant \gamma X^{\mathrm{T}}X + \gamma^{-1}Y^{\mathrm{T}}Y. \tag{7}$$

定理 1 若取控制为

$$u(t) = Kx(t) = -R^{-1}B^{\mathrm{T}}Px(t), \tag{8}$$

其中 P 为代数 Riccati 方程

$$A_1^{\mathrm{T}}P + PA_1 + 2\delta P - PBR^{-1}B^{\mathrm{T}}P + Q = 0 \tag{9}$$

的正定解. 式中 $\delta \geqslant 0, Q \geqslant 0, R > 0$. 则闭环系统(6)对传感器失效具有完整性的条件为

$$\min_{F\in\Omega}\lambda_m(M) > 0, \tag{10}$$

其中 $\lambda_m(\cdot)$ 为求最小特征值运算，而

$$M = Q + 2\delta P - PBR^{-1}B^{\mathrm{T}}P + FPBR^{-1}B^{\mathrm{T}}P + PBR^{-1}B^{\mathrm{T}}PF - \gamma PP - \gamma^{-1}A_2^{\mathrm{T}}A_2. \tag{11}$$

证　取闭环系统的 Lyapunov 函数为

$$V(x,h) = x^{\mathrm{T}}(t)Px(t) + \gamma^{-1}\int_{t-h}^{t} x^{\mathrm{T}}(\tau)A_2^{\mathrm{T}}A_2x(\tau)\mathrm{d}\tau, \tag{12}$$

其中，P 为 Riccati 方程(9)的正定解，$\gamma > 0$. 则沿方程(6)的轨线对 t 求导数，有

$$\begin{aligned}
\dot{V}(x,h) &= \dot{x}^{\mathrm{T}}(t)Px(t) + x^{\mathrm{T}}(t)P\dot{x}(t) + \gamma^{-1}x^{\mathrm{T}}(t)A_2^{\mathrm{T}}A_2x(t) - \gamma^{-1}x^{\mathrm{T}}(t-h)A_2^{\mathrm{T}}A_2x(t-h) \\
&= [(A_1 + BKF)x(t) + A_2x(t-h)]^{\mathrm{T}}Px(t) + x^{\mathrm{T}}(t)P[(A_1 + BKF)x(t) \\
&\quad + A_2x(t-h)] + \gamma^{-1}x^{\mathrm{T}}(t)A_2^{\mathrm{T}}A_2x(t) - \gamma^{-1}x^{\mathrm{T}}(t-h)A_2^{\mathrm{T}}A_2x(t-h) \\
&= x^{\mathrm{T}}(t)[A_1^{\mathrm{T}}P + PA_1 + (BKF)^{\mathrm{T}}P + PBKF + \gamma^{-1}A_2^{\mathrm{T}}A_2]x(t) + x^{\mathrm{T}}PA_2x(t-h) \\
&\quad + x^{\mathrm{T}}(t-h)A_2^{\mathrm{T}}Px(t) - \gamma^{-1}x^{\mathrm{T}}(t-h)A_2^{\mathrm{T}}A_2x(t-h) \\
&= x^{\mathrm{T}}(t)[-Q - 2\delta P + PBR^{-1}B^{\mathrm{T}}P - FPBR^{-1}B^{\mathrm{T}}P - PBR^{-1}B^{\mathrm{T}}PF + \gamma^{-1}A_2^{\mathrm{T}}A_2 \\
&\quad + \gamma PP]x(t) - [\gamma^{\frac{1}{2}}x^{\mathrm{T}}(t)P - \gamma^{-\frac{1}{2}}x^{\mathrm{T}}(t-h)A_2^{\mathrm{T}}][\gamma^{\frac{1}{2}}x^{\mathrm{T}}(t)P - \gamma^{-\frac{1}{2}}x^{\mathrm{T}}(t-h)A_2^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}} \\
&\leqslant -x^{\mathrm{T}}(t)Mx(t) \\
&\leqslant -\lambda_m(M)x^{\mathrm{T}}(t)x(t).
\end{aligned}$$

故若满足条件(10)，则有

$$\dot{V}(x,h) \leqslant 0.$$

根据 Lyapunov 稳定性理论可知，传感器失效下的闭环系统仍是渐近稳定的，故系统对传感器失效具有完整性.

在系统中，除传感器外，执行器也是故障的主要来源之一，为了表示执行器的可能失效，引入开关阵 E，并将其放在 B 阵和增益阵 K 之间，其形式为

$$E = \mathrm{diag}(e_1, e_2, \cdots, e_m), \tag{13}$$

其中

$$e_i = \begin{cases} 1, & \text{第 } i \text{ 个执行器正常.} \\ 0, & \text{第 } i \text{ 个执行器失效.} \end{cases} \quad i = 1,2,\cdots,m.$$

则执行器失效时闭环故障系统可表示为

$$\dot{x}(t) = (A_1 + BEK)x(t) + A_2x(t-h). \tag{14}$$

定理 2　若取状态反馈控制为(8)，则当存在 $\gamma > 0$ 使满足条件

$$\min_{E\in\Phi}\lambda_m(N) > 0 \tag{15}$$

时，闭环系统(14)对执行器失效具有完整性. 其中 Φ 为执行器各种可能故障的开关阵集合，而

$$N = Q + 2\delta P - PBR^{-1}B^{\mathrm{T}}P + PBR^{-1}EB^{\mathrm{T}}P + PBER^{-1}B^{\mathrm{T}}P - \gamma PP - \gamma^{-1}A_2^{\mathrm{T}}A_2. \tag{16}$$

对一个实际系统而言，由于环境的变化、元件的老化及建模误差等原因，系统的不确定性是不可避免的，而不确定性会破坏系统的性能，甚至导致系统失去稳定性，因此，应使系统对参数不确定性具有鲁棒性.

考虑线性时滞不确定系统

$$\dot{x}(t) = [A_1 + \Delta A_1(\sigma(t))]x(t) + [A_2 + \Delta A_2(\sigma(t))]x(t-h) + [B + \Delta B(\sigma(t))]u(t). \tag{17}$$

其中，$x(t)$ 为 n 维状态变量，$u(t)$ 为 m 维控制变量，$\sigma(t)$ 为 p 维不确定参数向量，各矩阵维数适当. 假定 (A_1,B) 可控，参数不确定性未知但范数有界. 若仍采用状态反馈控制(3)，则闭环系统为：

$$\dot{x}(t) = [A_1 + BK + \Delta A_1(\sigma(t)) + \Delta B(\sigma(t))K]x(t) + [A_2 + \Delta A_2(\sigma(t))]x(t-h). \tag{18}$$

定理 3　若时滞不确定系统(17)的参数不确定性满足

$$\|\Delta A_1\| \leqslant a_1,\quad \|\Delta A_2\| \leqslant a_2,\quad \|\Delta B\| \leqslant b, \tag{19}$$

其中，$\|\cdot\|$ 为矩阵的谱范数，若取状态反馈控制为(8)，则当存在 $\alpha > 0, \beta > 0, \gamma > 0$ 使

$$\min_{F\in\Omega}\lambda_m(S) > 0 \tag{20}$$

成立时，闭环系统(18)对传感器失效具有完整性且对参数不确定性具有鲁棒性. 其中

$$S = Q + 2\delta P - PBR^{-1}B^{\mathrm{T}}P + FPBR^{-1}B^{\mathrm{T}}P + PBR^{-1}B^{\mathrm{T}}PF - [\alpha^{-1}(a_1 + b\|K\|)^2 + \beta^{-1}a_2^2]I - (\alpha+\beta+\gamma)PP - \gamma^{-1}A_2^{\mathrm{T}}A_2. \tag{21}$$

同理，执行器失效时有如下结论：

定理 4　若系统(17)的参数不确定性满足(19)，则当存在 $\alpha > 0, \beta > 0, \gamma > 0$ 使

$$\min_{E\in\Phi}\lambda_m(T) > 0 \tag{22}$$

成立时，闭环系统(18)对执行器失效具有完整性且对参数不确定性具有鲁棒性. 其中

$$T = Q + 2\delta P - PBR^{-1}B^{\mathrm{T}}P + PBR^{-1}EB^{\mathrm{T}}P + PBER^{-1}B^{\mathrm{T}}P - [\alpha^{-1}(a_1 + b\|K\|)^2 + \beta^{-1}a_2^2]I - (\alpha+\beta+\gamma)PP - \gamma^{-1}A_2^{\mathrm{T}}A_2. \tag{23}$$

上述三个定理的证明与定理 1 类似，限于篇幅，不再赘述.

根据前面的定理，对于一个可控的时滞不确定系统(17)，可按如下步骤设计其对传感器失效具有完整性的鲁棒容错控制器.

1) 确定参数摄动的范数界，即求 a_1, a_2 和 b，使其满足(19) 式.

2) 根据对系统的性能要求，适当选取 δ, Q 和 R，解 Riccati 方程(9) 求出 P，得到状态反馈控制(8).

3) 验证条件(20) 式是否满足，若不满足，适当修正 δ, Q 和 R，重复步骤 2)，直至满足条件(20) 式为止，则所得的就是系统对传感器失效具有完整性的鲁棒容错控制器.

注 1　α, β 和 γ 可按使其相应元素之和为最小来选取适当的值.

注 2　δ, Q 和 R 的修正可按如下方法之一或同时进行.

i) 维持 Q,R 不变,按 $\delta_{i+1}=(1+\varepsilon)\delta_i,(\varepsilon>0)$ 来修正 δ.

ii) 维持 δ,R 不变,按 $Q_{i+1}=(1+\varepsilon)Q_i,(\varepsilon>0)$ 来修正 Q.

iii) 维持 δ,Q 不变,按 $R_{i+1}=(1+\varepsilon)^{-1}R_i,(\varepsilon>0)$ 来修正 R.

注 3 对执行器失效具有完整性的鲁棒容错控制器可按同样的方法进行设计,只需把条件(20)换为条件(22)式即可.

4 设计实例

考虑时滞不确定线性系统(17),其中

$$A_1=\begin{bmatrix}-1.3 & -0.5\\ 0.7 & -1.8\end{bmatrix},\quad A_2=\begin{bmatrix}0.7 & 0.3\\ -0.5 & 0.6\end{bmatrix},\quad B=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix};$$

$$\Delta A_1=\begin{bmatrix}0.1\sin t & 0\\ 0 & 0.1\cos t\end{bmatrix},\quad \Delta A_2=\begin{bmatrix}0.1\sin t & 0\\ 0 & 0.1\cos t\end{bmatrix},\quad \Delta B=\begin{bmatrix}0 & 0.1\sin t\\ 0.1\cos t & 0\end{bmatrix}.$$

易知 (A_1,B) 可控,采用文中给出的方法设计对传感器失效具有完整性的鲁棒容错控制器.

取 $\delta=0,Q=4I,R=I$,可以求得控制器

$$u(t)=\begin{bmatrix}-1.0900 & -0.0151\\ -0.0151 & -0.8879\end{bmatrix}x(t).$$

经验证,对传感器失效故障 $F_1=\mathrm{diag}(0,1)$ 和 $F_2=\mathrm{diag}(1,0)$,条件(20) 满足,故该控制器是上述系统的一个对传感器失效具有完整性的鲁棒容错控制器.

图 1 和图 2 是系统初始条件为 $x(0)=[4\quad 2]^{\mathrm{T}}$,时滞 $h=1S$,初始 $\varphi(t)=0$ 时的零输入响应,仿真结果表明,系统在有传感器失效时仍是渐近稳定的,说明本文提出的方法是有效的.

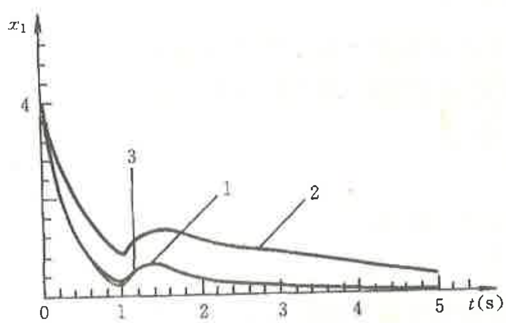

图 1 状态 x_1 的零输入响应

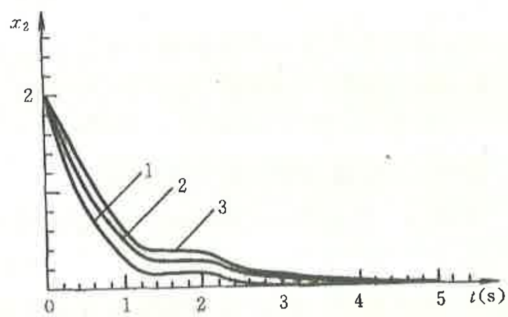

图 2 状态 x_2 的零输入响应

图中: 1— 正常系统; 2— 传感器 x_1 失效; 3— 传感器 x_2 失效

5 结束语

本文讨论了时滞不确定系统的鲁棒容错控制问题,提出了一种鲁棒容错控制器设计方法,给出了设计步骤.设计实例及仿真结果表明,该方法计算简便,可用软件方便地求得鲁棒容错控制且控制器有很好的鲁棒性和容错性.

参 考 文 献

1 Siljak, D. D.. Reliable control using multiple control systems. Int. J. Control. 1980, 31(2): 303--329

2 Jiang, J.. Design of reconfigurable control system using eigenstructure assignments. Int, J. Control. 1994, 59(2): 395-410

3 Shieh, L. S. et al.. Optimal pole-placement for state-feedback systems possessing integrity. Int. J. Systems Sci.. 1988, 19 (8): 1419—1435

4 Zhou, K. and Khargonekar, P. P.. Robust stabilization of linear systems with norm-bounded time-varying uncertainty. Systems and Control Letters. 1988, 10(1): 17—20

Robust Fault-Tolerant Control of Uncertain Time-Delay Systems

SUN Jinsheng, LI Jun and WANG Zhiquan
(Nanjing University of Science and Technology · Nanjing, 210094, PRC)

Abstract: In this paper, the problem of fault-tolerant control for linear time-delay systems is considered. The sufficient conditions of time-delay systems possessing integrity against sensor and actuator failures were given. Moreover, robust fault-tolerant control of uncertain time-delay systems is discussed, design methods were given. An illustrative example and simulation results were given to demonstrate the effectiveness of the proposed design method.

Key words: fault-tolerant control; integrity; time-delay; robustness; uncertainty

本文作者简介

孙金生 1967 年生. 分别于 1992 年和 1995 年在南京理工大学自动控制系获工学硕士和工学博士学位，现任教于南京理工大学. 感兴趣的研究方向为多变量系统的容错控制，大系统的分散鲁棒控制，分散容错控制等.

李 军 1970 年生. 1991 年和 1994 年于华东工学院分别获工学学士和工学硕士学位，1997 年于南京理工大学获工学博士学位后留校任教. 目前主要研究方向为容错控制，神经网络等.

王执铨 1939 年生. 1962 年毕业于哈尔滨军事工程学院，现为南京理工大学自控系教授，博士生导师. 目前研究兴趣为高精度数字伺服系统，智能控制，容错控制等.