

非线性离散系统的迭代学习控制方法及其应用*

史忠科

(西北工业大学自动控制系·西安, 710072)

摘要: 本文根据误差收敛准则, 提出了非线性离散系统的迭代学习算法, 给出了 PID 型学习控制的收敛条件, 并证明了 PID 型学习控制对预定轨线的逼近特性. 在交流变频电机起动过程控制中应用表明, 使用本文方法可以得到实用的结果.

关键词: 学习控制; 收敛性; 智能控制

1 引言

学习控制是智能控制的重要组成部分, 它可用极为简单的学习算法, 在给定的时间区间上实现未知被控对象输出逼近期望轨迹. 在实现学习控制时, 只须构造系统的输入输出系数矩阵, 而不需要了解系统模型和参数^[1]. 因此, 自从 Arimoto 提出迭代学习控制算法以来^[2], 很多学者致力于这一问题研究, 已取得了一系列研究成果^[3,4]. 然而, 对于一般非线性系统的迭代学习控制, 至今仍然没有给出通用的结果. 为此, 本文将重点讨论一般学习控制规律.

2 问题描述

设非线性离散系统的模型为

$$\begin{aligned}x(k+1) &= f[x(k), u(k), k], \\y(k+1) &= g[x(k+1), u(k+1), k+1].\end{aligned}\quad (1)$$

式中, $x \in \mathbb{R}^n, u \in \mathbb{R}^p, y \in \mathbb{R}^m$.

若要求系统在时间 $t \in [0, NT]$ 内输出序列 $y(k)$ 跟踪期望输出序列 $y^*(k)$, 则要给出 $u^*(k)$, 使系统的输出满足工程需要.

如果系统的模型已知, 则可用模型参考自适应方法实现该系统的控制, 但当系统的模型信息不完全时, 而且系统又可重复多次运行(不断进行轨线控制尝试)时, 可采用如下的学习控制.

假定每次学习的初值 $x(0)$ 相同(即被控对象可恢复初态), 系统第 i 次运行的输入为 $u_i(k)$, 状态和输出为

$$\begin{aligned}x_i(k+1) &= f[x_i(k), u_i(k), k], \\y_i(k+1) &= g[x_i(k+1), u_i(k+1), k+1].\end{aligned}\quad (2)$$

学习控制的目标就是要通过对控制量的多次迭代, 使输出误差

$$e_i(k) = y^*(k) - y_i(k)$$

的范数趋于零.

一般学习控制规律可表示为

$$u_{i+1}(k) = h[u_i(k), e_i(k)].$$

3 PID 学习算法的收敛条件

假定(1)式中 f, g 关于 x, u 的偏导数存在, 且满足 Lipschitz 条件, 则

* 国家自然科学基金、博士点基金、国防基金资助项目(69674040).

本文于 1996 年 7 月 9 日收到, 1997 年 1 月 14 日收到修改稿.

$$\begin{aligned}
e_{i+1}(k+1) &= y^*(k+1) - y_i(k+1) + y_i(k+1) - y_{i+1}(k+1) \\
&= e_i(k+1) - \{g[x_{i+1}(k+1), u_{i+1}(k+1), k+1] \\
&\quad - g[x_i(k+1), u_i(k+1), k+1]\} \\
&= e_i(k+1) - C[\xi_{i1}(k+1), \eta_{i1}(k+1), k+1][x_{i+1}(k+1) - x_i(k+1)] \\
&\quad - D[\xi_{i1}(k+1), \eta_{i1}(k+1), k+1][u_{i+1}(k+1) - u_i(k+1)]. \quad (4)
\end{aligned}$$

式中

$$C[\xi_{i1}(k+1), \eta_{i1}(k+1), k+1] = \left. \frac{\partial g}{\partial x} \right|_{\substack{x=\xi_{i1} \\ u=\eta_{i1}}}, \quad D[\xi_{i1}(k+1), \eta_{i1}(k+1), k+1] = \left. \frac{\partial g}{\partial u} \right|_{\substack{x=\xi_{i1} \\ u=\eta_{i1}}},$$

且 ξ_{i1} 介于 x_i 与 x_{i+1} 之间, η_{i1} 介于 u_i 与 u_{i+1} 之间.

再将第 $i+1$ 次学习的状态向量 x_{i+1} 在第 i 次学习的状态向量 $x_i(k+1)$ 附近展开, 有

$$\begin{aligned}
e_{i+1}(k+1) &= e_i(k+1) - C[\xi_{i1}(k+1), \eta_{i1}(k+1), k+1]\{A[\xi_{i2}(k), \eta_{i2}(k), k] \\
&\quad \cdot [x_{i+1}(k) - x_i(k)] + B[\xi_{i2}(k), \eta_{i2}(k), k][u_{i+1}(k) - u_i(k)]\} \\
&\quad - D[\xi_{i1}(k+1), \eta_{i1}(k+1), k+1][u_{i+1}(k+1) - u_i(k+1)]. \quad (5)
\end{aligned}$$

式中 $A[\xi_{i2}(k), \eta_{i2}(k), k] = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{\substack{x=\xi_{i2} \\ u=\eta_{i2}}}, \quad B[\xi_{i2}(k), \eta_{i2}(k), k] = \left. \frac{\partial f}{\partial u} \right|_{\substack{x=\xi_{i2} \\ u=\eta_{i2}}},$

且 ξ_{i2} 介于 x_i 与 x_{i+1} 之间, η_{i2} 介于 u_i 与 u_{i+1} 之间.

当迭代学习的次数足够多时, $\xi_{i1} = \xi_{i2} = x_i$.

为了便于书写, 将 $C[\cdot], D[\cdot], A[\cdot], B[\cdot]$ 简写成 $C_i(k+1), D_i(k+1), A_i(k), B_i(k)$.

当 $\text{rank}[D_i(k)] \geq \min(m, p)$ 时, PID 型学习规律可表示为:

$$u_{i+1}(k) = u_i(k) + G_p(k)e_i(k) + G_d(k)[e_i(k) - e_i(k-1)] + G_I(k) \sum_{l=0}^k e_i(l). \quad (6)$$

将(6)式代入(5)式中, 得

$$\begin{aligned}
&e_{i+1}(k+1) \\
&= e_i(k+1) - C_i(k+1)A_i(k)[x_{i+1}(k) - x_i(k)] \\
&\quad - C_i(k+1)B_i(k) \cdot \{G_p(k)e_i(k) + G_d(k)[e_i(k) - e_i(k-1)] \\
&\quad + G_I(k) \sum_{l=0}^k e_i(l)\} - D_i(k+1)\{G_p(k+1)e_i(k+1) \\
&\quad + G_d(k+1)[e_i(k+1) - e_i(k)] + G_I(k+1) \sum_{l=0}^{k+1} e_i(l)\} \\
&= [I - D_i(k+1)G_p(k+1) - D_i(k+1)G_d(k+1) - D_i(k+1)G_I(k+1)]e_i(k+1) \\
&\quad - C_i(k+1)A_i(k)[x_{i+1}(k) - x_i(k)] - C_i(k+1)B_i(k)\{G_p(k)e_i(k) \\
&\quad + G_d(k)[e_i(k) - e_i(k-1)] + G_I(k) \sum_{l=0}^k e_i(l)\} \\
&\quad + D_i(k+1)G_d(k+1)e_i(k) - D_i(k+1)G_I(k+1) \sum_{l=0}^k e_i(l). \quad (7)
\end{aligned}$$

采用误差范数 $\|e(\cdot)\|_r = \sup_{0 \leq k \leq N} \{r^k \|e(k)\|\}, \quad 0 < r < 1. \quad (8)$

对于固定的 r 和 N , $\|e(\cdot)\|_r$ 收敛即指, 对于任意的 $0 < k < N$, $\|e(k)\|$ 都可以控制到任意小的误差范围内, 于是有

定理 1 采用(6)式对(1)式进行迭代学习控制, 使输出 $y(k)$ 以任意精度跟踪 $y^*(k)$ 的充分条件为

$$\rho_1 = \|I - D_i(k+1)[G_p(k+1) + G_d(k+1) + G_I(k+1)]\| < 1. \quad (9)$$

证 给(7)式两端同乘以 r^{k+1} , 有

$$\begin{aligned} r^{k+1}e_{i+1}(k+1) = & \{I - D_i(k+1)[G_p(k+1) + G_d(k+1) + G_I(k+1)]\}r^{k+1}e_i(k+1) \\ & - C_i(k+1)A_i(k)r^{k+1}[x_{i+1}(k) - x_i(k)] - C_i(k+1)B_i(k)\{G_p(k)r^{k+1}e_i(k) \\ & + G_d(k)r^{k+1}[e_i(k) - e_i(k-1)] + G_I(k)\sum_{l=0}^k r^{k+1}e_i(l)\} \\ & + D_i(k+1)G_d(k+1)r^{k+1}e_i(k) - D_i(k+1)G_I(k+1)\sum_{l=0}^k r^{k+1}e_i(l). \end{aligned} \quad (10)$$

对(10)两边取范数, 有

$$\begin{aligned} \|e_{i+1}\|_r \leq & \|I - D_i(k+1)[G_p(k+1) + G_d(k+1) + G_I(k+1)]\| \cdot \|e_i\|_r \\ & + \|C_i(k+1)A_i(k)r^{k+1}[x_{i+1}(k) - x_i(k)]\| \\ & + \|C_i(k+1)B_i(k)G_p(k)\| r \|e_i\|_r + \|C_i(k+1)B_i(k)G_d(k)\| \\ & \cdot [r \|e_i\|_r + r^2 \|e_i\|_r] + \|C_i(k+1)B_i(k)G_I(k)\| \\ & \cdot \sum_{l=0}^k r^{k+1-l} \|e_i\|_r + \|D_i(k+1)G_d(k+1)\| r \|e_i\|_r \\ & + \|D_i(k+1)G_I(k+1)\| \sum_{l=0}^k r^{k+1-l} \|e_i\|_r \\ \leq & \rho_1 \|e_i\|_r + M_1 r \|e_i\|_r + M_2 r(1+r) \|e_i\|_r + M_3 \sum_{l=0}^k r^{k+1-l} \|e_i\|_r \\ & + M_4 r \|e_i\|_r + \sum_{l=0}^{k-1} [M_5 r^{k+1-l} \|e_i\|_r + M_6 r^{k+1-l+1} \|e_i\|_r] \\ & + \sum_{l=0}^{k-1} M_7 \sum_{j=0}^l r^{k+1-j} \|e_i\|_r. \end{aligned} \quad (11)$$

式中

$$\begin{aligned} M_1 = & \|C_i(k+1)B_i(k)G_p(k)\|, \quad M_2 = \|C_i(k+1)B_i(k)G_d(k)\|, \\ M_3 = & \|C_i(k+1)B_i(k)G_I(k)\| + \|D_i(k+1)G_I(k+1)\|, \\ M_4 = & \|D_i(k+1)G_d(k+1)\|, \quad M_5 = \|C_i(k+1)A_i(j)E_i(j)[G_p(j) + G_d(j)]\|, \\ M_6 = & \|C_i(k+1)A_i(j)E_i(j)G_d(j)\|, \quad M_7 = \|C_i(k+1)A_i(j)E_i(j)G_I(j)\|, \\ E(j) = & \prod_{l=j}^{k-j-1} A(l). \end{aligned}$$

$$\text{由(11)式可得} \quad \|e_{i+1}\|_r \leq \left(\rho_1 + M \frac{r}{1-r} \right) \|e_i\|_r. \quad (12)$$

式中

$$\begin{aligned} M = & (1-r)[M_1 + M_2(1+r) + M_4] + M_3(1-r^k) \\ & + (1-r^{k-1})[M_5 r + M_6 r^2 + M_7 r] - M_7(k-1)r^{k-1}. \end{aligned}$$

$$\text{由(12)式可知, 当 } \rho_1 + M \frac{r}{1-r} < 1 \text{ 时, } \lim_{i \rightarrow \infty} \|e_i\|_r = 0 \text{ 或 } r < \frac{1-\rho_1}{M+1-\rho_1} < 1 (\rho_1 < 1).$$

证毕.

当 $D_i(k) \equiv 0$ (即输出方程中不显含控制向量 u) 时, PID 型学习控制律可取为

$$u_{i+1}(k) = u_i(k) + G_p(k)e_i(k+1) + G_d(k)[e_i(k+1) - e_i(k)] + G_I(k)\sum_{l=0}^k e_i(l+1). \quad (13)$$

类似上述证明,可得

定理 2 当 $D_i(k) \equiv 0$ 时,用(13)式对(1)式进行迭代学习控制,使输出 $y(k)$ 以任意精度跟踪 $y^*(k)$ 的充分条件为

$$\rho_1 = \|I - C_i(k+1)B_i(k)[G_p(k) + G_d(k) + G_I(k)]\| < 1. \quad (14)$$

以上方法,直接可以推广到线性时变离散系统和输入、输出可分离的系统中去。

4 PID 型学习控制的实现条件

根据本文给出的迭代学习控制算法(6)或(13)式,当 $D_i(k+1)$ 的秩为 $\min(p, m)$ 时,学习控制算法的收敛条件仅与 $D_i(k+1), G_p(k+1), G_d(k+1), G_I(k+1)$ 有关,与系统的其它特性无关,当 $D_i(k+1)$ 未知时,令

$$Q(k+1) = G_p(k+1) + G_d(k+1) + G_I(k+1)$$

通过计算可选择 $Q(k+1)$ 对学习算法收敛的梯度方向,进而,确定 $G_p(k+1), G_d(k+1), G_I(k+1)$ 中的各元素.当 $D_i(k+1) \equiv 0$ 时,学习控制算法(13)式收敛性仅与 $C_i(k+1), B_i(k), G_p(k), G_d(k), G_I(k)$ 有关.当 $C_i(k+1)B_i(k)$ 未知时,也可按上述方法选择学习控制算法的系数矩阵.

对于线性离散系统和输入、输出系统矩阵已知时,学习控制算法中的系数矩阵可直接确定.

一般地 $\forall k$, 当 $\text{rank}[D_i(k+1)] = q < \min(p, m), q > 0$ 时,令 $u = \begin{bmatrix} u^q \\ u^a \end{bmatrix}$, 且 $u^q \in \mathbb{R}^q, u^a \in \mathbb{R}^{p-q}$.

学习控制算法可表示为

$$\begin{cases} u_{i+1}^q(k) = u_i^q(k) + G_p^q(k)e_i(k) + G_d^q(k)[e_i(k) - e_i(k-1)] + G_I^q(k) \sum_{l=0}^k e_i(l), \\ u_{i+1}^a(k) = u_i^a(k) + G_p^a(k)e_i(k+1) + G_d^a(k)[e_i(k+1) - e_i(k)] + G_I^a(k) \sum_{l=0}^k e_i(l+1). \end{cases} \quad (15)$$

学习算法的收敛的条件可按上述的推导方法给出.不失一般性,令

$$\begin{cases} D_i(k+1) = [D_i^q(k+1) & 0], \\ B_i(k) = [B_i^q(k) & B_i^a(k)]. \end{cases} \quad (16)$$

若 $D_i(k+1) \neq [D_i^q(k+1), 0]$, 可令 $u_1 = Tu$ 对 $D_i(k+1)$ 进行初等变换,化成(16)式形式.

类似于上节分析,我们可得出(15)式所表达的学习算法收敛条件为

$$\rho_1 = \|I - D_i^q(k+1)[G_p^q(k+1) + G_d^q(k+1) + G_I^q(k+1) - C_i(k+1)B_i^q(k) \cdot [G_p^a(k) + G_d^a(k) + G_I^a(k)]]\| < 1. \quad (17)$$

对于增量式学习控制律

$$\begin{aligned} u_{i+1}(k) &= u_i(k) + G_p(k)[e_i(k) - e_{i+1}(k-1)] \\ &\quad + G_I(k)e_i(k) + G_d(k)[e_i(k) - 2e_i(k+1) - e_i(k-2)]. \end{aligned}$$

结果完全相同.

在算法推导中,假定了每次迭代学习的初始状态均相同,因此,在实际应用中,系统重复运行时应该恢复初态,否则会产生固有偏差而不能跟踪期望输出.

5 在电动机起动控制中的应用

电动机的受扰后的运行、起动、制动过程对于本文方法而言,是很理想的应用对象,运用迭

代学习方法,可构成频繁起动电机(5次以上)的廉价控制器.本文将以异步变频电动机起动控制为例,说明本文方法的有效性.

变频电动机的数学模型可描述为^[5]:

$$\dot{x}_1 = (E_d - r_s x_1 - x_2)/L_d, \quad x_1 \geq 0,$$

$$\dot{x}_2 = (x_1 - k_2 x_4)/C_d,$$

$$\dot{x}_3 = -\omega_s x_4 + [R_r M_{sr} x_3 - R_s L_{rv} x_3 - M_{sr} (M_{sr} x_4 + L_{rv} x_6) x_7]/D,$$

$$\dot{x}_4 = \omega_s x_3 + [k_2 L_{rv} x_2 - R_s L_{rv} x_4 + R_r M_{sr} x_6 + M_{sr} (M_{sr} x_3 + L_{rv} x_5) x_7]/D,$$

$$\dot{x}_5 = -\omega_s x_6 + [R_s M_{sr} x_3 - R_r L_{sv} x_5 - L_{sv} (M_{sr} x_4 + L_{rv} x_6) x_7]/D,$$

$$\dot{x}_6 = \omega_s x_5 + [R_s M_{sr} x_4 - k_2 M_{sr} x_2 - R_r L_{sv} x_6 - L_{sv} (M_{sr} x_3 + L_{rv} x_5) x_7]/D,$$

$$\dot{x}_7 = [2M_{sr} (x_3 x_6 - x_4 x_5)/3 - T_L - k x_7]/\omega_0 H.$$

式中 x_1 为电流 i_{d1} 标么值, x_2 为电容电压 u_d 的标么值, x_3 为 d_c 轴定子电流 i_{dcs} 的标么值, x_4 为 q_c 轴定子电流 i_{qcs} 的标么值, x_5 为 d_c 轴转子电流 i_{dcr} 的标么值, x_6 为 q_c 轴转子电流 i_{qcr} 的标么值, x_7 为转子角频率 ω_r 的标么值; $r_s, L_d, C_d, L_{sv}, L_{rv}, M_{sr}, H, K, E_d, \omega_s$ 分别表示整流器输出电阻、滤波电感、滤波电容、定、转子每相电感、激励互感、转动惯量、阻尼系数、整流器等效电势、定子角频率标么值; ω_0 为额定定子角频率; R_s, R_r 为定、转子每相电阻标么值; 系统结构如图 1 所示.

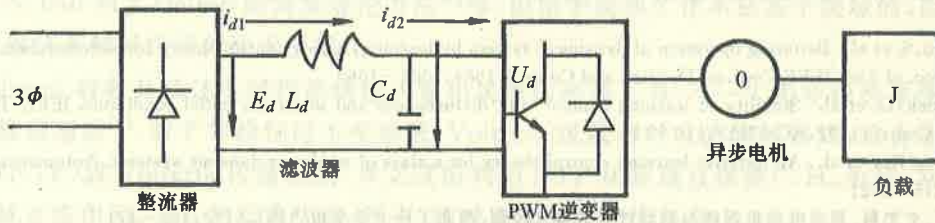


图 1 系统结构

某实际电动参数为

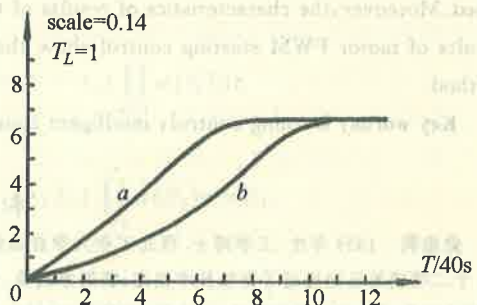
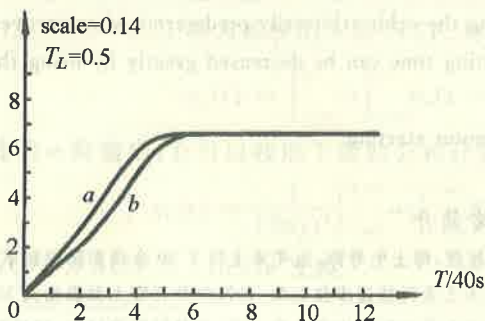
$$\omega_0 = 314, R_s = 0.06942, R_r = 0.06639, E_d = 1.571,$$

$$L_{rv} = L_{sv} = 2.34175, M_{sr} = 2.24974, C_1 = 0.117, C_2 = 0.663,$$

$$H = 0.5, K = 0.05148, D = M_{sr}^2, L_d = 0.03029, C_d = 34.075.$$

给定学习速率 $G_p(k) = 0.01, G_d(k) = -0.1, G_I(k) = 0.001$, 电动机在不同负载和干扰下的起动过程比较如图 2 所示.

由图 2 可知,采用迭代学习控制方法可以缩短电动机起动时间(或状态转移时间).



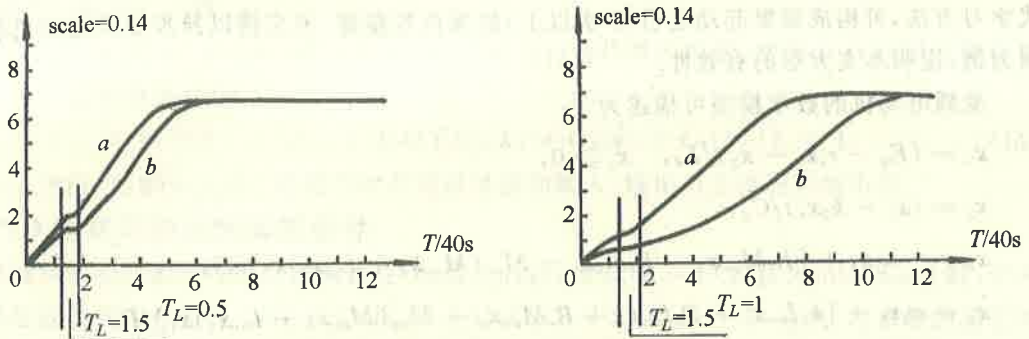


图2 电动机在不同负载 T_L 和扰动下的起动过程比较
a:用本文方法 b:未用本文方法

6 结束语

本文给出了一般非线性离散系统的迭代学习控制方法。当输入、输出的表达式已知时,可直接确定PID型算法中的系数阵,当输入、输出的表达未知(只知道输入、输出序列)时,可用摄动法求得输出与输入的梯度关系,再确定PID型学习算法中的各系数阵。本文的方法可用于任何能重复试验的非线性系统。

参 考 文 献

- 1 Uchiyama, M. . Formulation of high-speed motion pattern of a mechanical arm by trial. Trans. of SICE, 1978, 14(3): 706-712
- 2 Arimoto, S. et al. . Bettering operation of dynamical system by learning; A new control theory for servomechanics system. Proc. of 23th IEEE Conf. on Decision and Control, 1984, 1064-1069
- 3 Heinzinek, G. et al. . Stability of learning control with disturbances and uncertain initial conditions. IEEE Trans. Automat. Contr. , 1992, AC-37(1): 110-114
- 4 Tae-yong Kuc et al. . An iterative learning control theory for a class of nonlinear dynamic systems. Automatica, 1992, 28(6): 1215-1221
- 5 李建平, 史忠科. 异步电动机起动与制动过程的最优控制. 西北工业大学学报, 1991, 9(2): 165-171

Iterative Learning Control Method for Nonlinear Discrete-Time Systems

SHI Zhongke

(Department of Automatic Control, Northwestern Polytechnical University, Xi'an, 710072, PRC)

Abstract: Based on the criterion of error convergence, iterative learning control theory for general discrete-time nonlinear systems is presented, and convergence conditions for PID series of algorithm are developed. Moreover, the characteristics of results of tracking the orbit arbitrarily predetermined are proved. The results of motor PWM starting control show that starting time can be decreased greatly by using the new method.

Key words: learning control; intelligent control; motor starting

本文作者简介

史忠科 1956年生,工学博士,西北工业大学自动控制系教授,博士生导师。近年来主持了30余项实际控制系统的研究。十二项成果已经通过了部级技术鉴定,获国家教委、航空航天工业科技进步奖五项,在国内外刊物上发表论文50余篇,在国内外学术会议上发表论文50余篇,在科学出版社、西北工业大学出版社出版专著三部。主要研究领域有:随机控制,智能控制,系统辨识,飞行力学等。