第 15 卷第 3 期
1998 年 6 月

控制理论与应用
CONTROL THEORY AND APPLICATIONS

Vol. 15, No. 3
Jun., 1998

滞后中立型关联控制系统的滑动模变结构控制*

王 立 高存臣 刘永清

(华南理工大学自动控制工程系·广州, 510641)

摘要：本文设计了滞后中立型非线性关联控制系统的滑动曲面和分散滑动模控制器，每个子系统的控制器仅用到其局部状态信息. 在滑动曲面和分散滑动模控制器可实现的条件下，在子系统中由 Riccati 方程的描述得到了可实现滑动模控制器的一个充分条件. 该条件等价于由分散状态反馈镇定的条件. 从而，本文的结果比以前的工作更合适，且可实现减少设计的保守性.

关键词：关联控制系统；滞后中立型；滑动模变结构控制；不确定性；非线性

1 引 言

众所周知，关联系统的分散变结构控制器的设计问题在大量的文献中[1~6]已有报导，且提出了多种控制律. 滑动模控制通常使用高速切换的控制律，已经得到了状态空间中的滑动曲面的状态轨线和所有子序列时间的曲面上的轨线. 由于滑动模变结构控制提供了控制的不确定性与非线性系统的鲁棒性及有效性，所以此法已被广泛应用于各种类型的设备中，象机器人手臂、发动机与大功率系统[3,7]等.

本文考虑一类具有不确定关联项的滞后中立型非线性关联控制系统的滑动曲面和分散滑动模控制器的设计问题. 对于无滞后的线性关联控制系统的分散滑动模控制器的设计已有人讨论过[4]，Kazunori 提供的滑动模控制器是完全分散的，每一个局部控制器的运作仅用到子系统的状态信息，且由 Riccati 方程给出了可实现滑动模控制的一个充分条件. 但其讨论未涉及到系统中的状态具有滞后的滞后型与滞后中立型的控制系统的滑动模变结构控制.

本文将使用下面一些记号. $|x|$ 和 $|A|$ 别表示向量 x 的 $\updownarrow_1$ 范数及由矩阵 A 的 $\updownarrow_1$ 范数引导的最大范数. $\|x\|$ 表示 $|x|$ 的欧氏范数，$\|A\|$ 表示 A 的最大特征值. 对向量 $x = \mathrm{vec}[x_i]$ 及 $y = \mathrm{vec}[y_i]$，若对一切的 i，有 $x_i > y_i$(或 $x_i \geqslant y_i$)，则记为 $x > y$(或 $x \geqslant y$).

2 系统的描述与基本假设

考虑由 N 个子系统 $S_i(i = 1,\cdots,N)$ 组成的滞后中立型非线性关联系统 S：

$$
\mathrm{S}_i:\begin{cases}\dot{x}_i(t) = A_i x_i(t) + B_i u_i(t) + D_i \sum\limits_{j=1}^{N} G_{ij}(t,x,x_t,\dot{x}_t)E_j x_j,\\ x_i(t) = \phi_i(t),\quad \dot{x}_i(t) = \dot{\phi}_i(t),\quad -\tau \leqslant t \leqslant 0,\quad i = 1,\cdots,N.\end{cases} \tag{1}
$$

其中，$x_i = (x_{i1},\cdots,x_{in_i})^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^{n_i}$ 和 $u_i = (u_{i1},\cdots,u_{im_i})^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^{m_i}$ 分别是第 i 个子系统的状态向量和输入控制向量，$x = (x_1^{\mathrm{T}},\cdots,x_N^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^n$ 和 $u = (x_1^{\mathrm{T}},\cdots,x_N^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^m$ 分别是组合关联控制系统的状态向量和输入控制向量；$\phi_i(t) \in C^1([-\tau,0],\mathbb{R}^{n_i})(i = 1,\cdots,N)$，$C^1 = C^1([-\tau,0],\mathbb{R}^{n_i})$ 是由第 i 个子系统的初始向量函数 $\phi_i^0:[-\tau,0] \mapsto \mathbb{R}^{n_i}$ 的所有连续可微函数组成的 Banach 空间；$A_i,D_i,G_{ij},E_i \in \mathbb{R}^{n_i\times n_i}$，$B_i \in \mathbb{R}^{n_i\times m_i}$. 矩阵 $G_{ij}(\cdot,\cdot,\cdot,\cdot)$ 是非线性的时变矩阵函数，且表示由子系统 S_j 到 S_i 的交叉增益. $x_t = x(t+\theta)$，$\dot{x}_t = \dot{x}(t+\theta)$，$-\tau \leqslant \theta \leqslant 0$. 现作如下假设：

A1) (A_i,B_i) 可镇定.

* 国家自然科学基金资助项目(69574009).

本文于 1996 年 11 月 12 日收到. 1997 年 3 月 10 日收到修改稿.

A2) B_i, D_i, E_i 满秩.

A3) $G_{ij}(t,x,x_t,\dot{x}_t)$ 有界. 即对 $\forall\, t \in \mathbb{R}$ 及 $x \in \mathbb{R}^n$, 有

$$\| G_{ij}(t,x,x_t,\dot{x}_t) \| \leqslant g_{ij}. \tag{2}$$

此处 g_{ij} 为非负正数. 对每一个子系统有一个局部滑动曲面

$$s_i(x_i) = (s_{i1}^{\mathrm{T}}(x_i), s_{i2}^{\mathrm{T}}(x_i), \cdots, s_{iN}^{\mathrm{T}}(x_i))^{\mathrm{T}} = C_i^{\mathrm{T}} x_i = 0. \tag{3}$$

把它们复合起来便得复合滑动曲面

$$s(x) = (s_1^{\mathrm{T}}(x_i), s_2^{\mathrm{T}}(x_i), \cdots, s_N^{\mathrm{T}}(x_i))^{\mathrm{T}} = 0, \tag{4}$$

此处 C_i 为待定的常数矩阵. VSC 的任务是寻求 $u_i = f_i(x_i)$ 的滑动曲面与分散 VSC 律,使系统的迹 $x_i(t)$ 收敛于局部滑动曲面(3)且停留在该曲面上,最后滑向原点.

3　滑动曲面与变结构控制器的设计

在本节,我们设计局部滑动曲面与分散变结构控制器,使滞后中立型关联控制系统的迹在有限时间内对所有的子序列时间都能到达滑动曲面. 为此,选引入 M- 矩阵的概念.

定义 1　令 A 表示非对角元素非正的实均方矩阵,称矩阵 A 是 M- 矩阵当且仅当其所有的主子式为正.

现定义 $N \times N$ 对角阵 Ξ:$\Xi = \mathrm{diag}[\xi_1, \xi_2, \cdots, \xi_N]$, $\xi_i > 0$,使得 $I - \Xi\Phi$ 为 M- 矩阵. 此处 $\Phi = (g_{ij})_{n\times n}$. 显然,$\Xi$ 总可以由给定的 Φ 确定. 对此 Ξ,考虑下面条件

C) 存在正数 ε_i 和对称矩阵 P_i 使 Riccati 代数方程

$$P_i A_i + A_i^{\mathrm{T}} P_i - \varepsilon_i^{\mathrm{T}} P_i B_i B_i^{\mathrm{T}} P_i + \xi_i^{-2} P_i D_i D_i^{\mathrm{T}} P_i + E_i^{\mathrm{T}} E_i + \varepsilon_i I = 0 \tag{5}$$

对 $\forall\, i$ 成立. 在此条件下,局部滑动曲面便可确定为

$$s_i(x_i) = C_i^{\mathrm{T}} x_i = S_i^{-1} B_i^{\mathrm{T}} P_i x_i. \tag{6}$$

其中 S_i 是任意的非奇异阵. 为设计滑动模控制器,由下面函数考察滑动模到达条件

$$\rho(s) = \sum_{i=1}^{N} w_i |s_i|. \tag{7}$$

其中 $w_i = \dfrac{\hat{w}_i}{\sqrt{n_i}\, \| C_i^{\mathrm{T}} \|\, \| D_i \|}$, $\hat{w} = (\hat{w}_1, \hat{w}_2, \cdots, \hat{w}_N)^{\mathrm{T}}$, $\hat{w}_i > 0$, 且满足关系:

$$\hat{w}^{\mathrm{T}} (\Xi^{-1} - \Phi) > 0. \tag{8}$$

由于 $I - \Xi\Phi$ 是 M- 矩阵,所以保证了向量 $\hat{w}$ 的存在性.

对每个 $|s_i|$, 计算其右导数,有

$$\begin{aligned} |\dot{s}_i| &= (\mathrm{sgn} s_i^{\mathrm{T}}) \dot{s}_i = (\mathrm{sgn} s_i^{\mathrm{T}}) C_i^{\mathrm{T}} [A_i x_i(t) + B_i u_i(t) + D_i \sum_{j=1}^{N} G_{ij}(t,x,x_t,\dot{x}_t) E_j x_j] \\ &\leqslant (\mathrm{sgn} s_i^{\mathrm{T}})(C_i^{\mathrm{T}} A_i x_i + C_i^{\mathrm{T}} B_i u_i) + \sqrt{n_i}\, \| C_i^{\mathrm{T}} \|\, \| D_i \| \sum_{j=1}^{N} g_{ij} \| E_j x_j \| \\ &= (\mathrm{sgn} s_i^{\mathrm{T}})(C_i^{\mathrm{T}} A_i x_i + C_i^{\mathrm{T}} B_i u_i) + \frac{\hat{w}_i}{w_i} \sum_{j=1}^{N} g_{ij} \| E_j x_j \|, \end{aligned} \tag{9}$$

从而得

$$\begin{aligned} \dot{\rho}(s) &= \sum_{i=1}^{N} w_i |\dot{s}_i| \leqslant \sum_{i=1}^{N} w_i (\mathrm{sgn} s_i^{\mathrm{T}})(C_i^{\mathrm{T}} A_i x_i + C_i^{\mathrm{T}} B_i u_i) + \sum_{i=1}^{N} \hat{w}_i \sum_{j=1}^{N} g_{ij} \| E_j x_j \| \\ &= \sum_{i=1}^{N} w_i (\mathrm{sgn} s_i^{\mathrm{T}})(C_i^{\mathrm{T}} A_i x_i + C_i^{\mathrm{T}} B_i u_i) + \hat{w}^{\mathrm{T}} \Phi \eta \end{aligned}$$

$$\leqslant \sum_{i=1}^{N} w_i[(\mathrm{sgn}s_i^{\mathrm{T}})(C_i^{\mathrm{T}}A_ix_i + C_i^{\mathrm{T}}B_iu_i) + \sqrt{n_i}\xi_i^{-1}\|C_i^{\mathrm{T}}\|\|D_i\|\|E_ix_i\|], \tag{10}$$

此处 $\eta = (\|E_1x_1\|, \|E_2x_2\|, \cdots, \|E_Nx_N\|)^{\mathrm{T}}$, $\mathrm{sgn}s_i = (\mathrm{sgn}s_{il}, \mathrm{sgn}s_{i2}, \cdots, (\mathrm{sgn}s_{in_i})^{\mathrm{T}}$. 最后的不等式已经应用了关系式 $\hat{w}^{\mathrm{T}}\Phi\eta = -\hat{w}^{\mathrm{T}}(\Xi^{-1} - \Phi)\eta + \hat{w}^{\mathrm{T}}\Xi^{-1}\eta \leqslant \hat{w}^{\mathrm{T}}\Xi^{-1}\eta$. 由于 $C_i^{\mathrm{T}}B_i = S_i^{-1}B_i^{\mathrm{T}}P_iB_i$ 非奇异,这就得到下面的滑动模控制

$$u_i = -(C_i^{\mathrm{T}}B_i)^{-1}[C_i^{\mathrm{T}}A_ix_i + \sqrt{n_i}(\mathrm{sgn}s_i)\sqrt{n_i}(\xi_i^{-1}\|C_i^{\mathrm{T}}\|\|D_i\|\|E_ix_i\| + \mu_i|x_i|)]. \tag{11}$$

其中 μ_i 是适当的正数. 将(11)代入(10),得

$$\dot{\rho}(s) \leqslant -\sum_{i=1}^{N}\sqrt{n_i}w_i\mu_i|x_i|. \tag{12}$$

由此可推出 $\dot{\rho}(s) < 0$,且对 $\forall\ x = [x_1^{\mathrm{T}}, x_2^{\mathrm{T}}, \cdots, x_N^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}} \neq 0$, 有

$$\lim_{\rho(s)\to 0^+}\dot{\rho}(s) < 0, \quad \lim_{\rho(s)\to 0^-}\dot{\rho}(s) > 0. \tag{13}$$

于是,可控滞后中立型关联控制系统的迹 $x(t)$ 在任何初始状态下经有限时间便可到达复合滑动曲面 $s(x)$,且保持在此曲面内. 在这种情况下,子系统 S_i 的状态 $x_i(t)$ 不是单调地趋于局部滑动曲面,而是在此时刻,当其到达 $s(x) = 0$ 时,有 $s_i(x) = 0$ 成立.

注 1 由上面的分析知,虽然 $x(t)$ 到达滑动曲面的时间不能指定,但估计式(12)变为

$$\dot{\rho}(s) \leqslant -\sum_{i=1}^{N}\frac{\sqrt{n_i}w_i\mu_i|C_i^{\mathrm{T}}x_i|}{|C_i^{\mathrm{T}}|} \leqslant \rho(s)\min_i\frac{\sqrt{n_i}\mu_i}{|C_i^{\mathrm{T}}|} \triangleq \rho(s)\alpha. \tag{14}$$

此不等式给出了 $\rho(s)$ 的衰减率的上界.

4 滑动模的稳定性

当相轨线的迹在复合滑动模上时,必有 $s_i = 0$,且对 $\forall\ i$,有

$$\dot{s}_i = C_i^{\mathrm{T}}(A_ix_i + B_iu_i + D_i\sum_{j=1}^{N}G_{ij}(t,x,x_t,\dot{x}_t)E_jx_j) = 0 \tag{15}$$

成立. 上面的方程描述了滑动模的特征. 当迹停留在滑动模上时,(15)表明,控制(11)是等效的,从而称为等效控制的 u_{ieq} 将由

$$u_{ieq} = -(C_i^{\mathrm{T}}B_i)^{-1}[C_i^{\mathrm{T}}A_ix_i + C_i^{\mathrm{T}}D_i\sum_{j=1}^{N}G_{ij}(t,x,x_t,\dot{x}_t)E_jx_j] \tag{16}$$

给出. 在复合滑动模上的动力学特性将由下面的微分方程描述:

$$\begin{aligned}\dot{x}_i(t) &= A_ix_i(t) + B_iu_{ieq}(t) + D_i\sum_{j=1}^{N}G_{ij}(t,x,x_t,\dot{x}_t)E_jx_j \\ &= (I - B_i(C_i^{\mathrm{T}}B_i)^{-1}C_i^{\mathrm{T}})[A_ix_i(t) + D_i\sum_{j=1}^{N}G_{ij}(t,x,x_t,\dot{x}_t)E_jx_j].\end{aligned} \tag{17}$$

为分析动力系统(17)的稳定性,我们取状态变换,将其分解成两个子系统: $x_i = [C_i\quad K_i]\begin{bmatrix}x_{i1}\\x_{i2}\end{bmatrix}$,其中 K_i 为常数阵,且满足

$$\det[C_i\quad K_i] \neq 0, \quad C_i^{\mathrm{T}}K_i = 0. \tag{18}$$

由于 C_i 满秩,由(18)可推出 $[C_i\quad K_i]\begin{bmatrix}C_i^+\\K_i^+\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}C_i^+\\K_i^+\end{bmatrix}[C_i\quad K_i] = I$ 成立. 这里 $^+$ 表示 Moore-Penrose 逆. 由此变换并考虑到 $C_i^+(I - B_i(C_i^{\mathrm{T}}B_i)^{-1}C_i^{\mathrm{T}}) = (C_i^{\mathrm{T}}C_i)^{-1}C_i^+(I -$

$B_i(C_i^{\mathrm{T}}B_i)^{-1}C_i^{\mathrm{T}})=0$,(17) 可重新写成

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix}\dot{x}_{i1}\\ \dot{x}_{i2}\end{bmatrix}&=\begin{bmatrix}C_i^+\\ K_i^+\end{bmatrix}(I-B_i(C_i^{\mathrm{T}}B_i)^{-1}C_i^{\mathrm{T}})A_i[C_i\quad K_i]\begin{bmatrix}x_{i1}\\ x_{i2}\end{bmatrix}\\ &\quad+\begin{bmatrix}C_i^+\\ K_i^+\end{bmatrix}(I-B_i(C_i^{\mathrm{T}}B_i)^{-1}C_i^{\mathrm{T}})D_i\sum_{j=1}^{N}G_{ij}(t,x,x_t,\dot{x}_t)E_j[C_i\quad K_i]\begin{bmatrix}x_{j1}\\ x_{j2}\end{bmatrix}\\ &=\begin{bmatrix}0&0\\ A_{i12}&A_{i22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_{i1}\\ x_{i2}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ D_{i2}\end{bmatrix}\sum_{j=1}^{N}G_{ij}(t,x,x_t,\dot{x}_t)[E_{j1}\quad E_{j2}]\begin{bmatrix}x_{j1}\\ x_{j2}\end{bmatrix},\end{aligned}\tag{19}$$

此处 $[A_{i12}\quad A_{i22}]=K_i^+(I-B_i(C_i^{\mathrm{T}}B_i)^{-1}C_i^{\mathrm{T}})A_i[C_i\quad K_i]D_{i2}=K_i^+(I-B_i(C_i^{\mathrm{T}}B_i)^{-1}C_i^{\mathrm{T}})D_i$, $[E_{j1}\quad E_{j2}]=E_j[C_j\quad K_j]$. 因为 $s_i=0$,故有 $x_{i1}=C_i^+x_i=(C_i^+C_i)^{-1}C_i^{\mathrm{T}}x_i=0$. 系统(19)的动力学性质由 x_{i2} 的特性决定,x_{i2} 满足方程

$$\dot{x}_{i2}=A_{i22}x_{i2}+D_{i2}\sum_{j=1}^{N}G_{ij}(t,x,x_t,\dot{x}_t)E_{j2}x_{j2}.\tag{20}$$

为考察简约系统(20)的稳定性,构造一个二次型 V 函数

$$V(x_2)=\sum_{i=1}^{N}\lambda_i x_{i2}^{\mathrm{T}}K_i^{\mathrm{T}}P_iK_ix_{i2}.\tag{21}$$

其中,$x_2=(x_{12}^{\mathrm{T}},x_{22}^{\mathrm{T}},\cdots,x_{N2}^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}$, $\lambda_i=\xi_i^{-1}\hat{w}_iv_i^{-1}$. 正数 v_i 的第 i 个元素满足 $(\Xi^{-1}-\Phi)v>0, v>0$. 计算 $V(x_2)$ 沿(20)的迹关于时间 t 的全导数:

$$\dot{V}(x_2)=\sum_{i=1}^{N}2\lambda_i x_{i2}^{\mathrm{T}}K_i^{\mathrm{T}}P_iK_iA_{i22}x_{i2}+\sum_{i=1}^{N}2\lambda_i x_{i2}^{\mathrm{T}}K_i^{\mathrm{T}}K_i\sum_{j=1}^{N}D_{i2}G_{ij}(t,x,x_t,\dot{x}_t)E_{j2}x_{j2}.\tag{22}$$

由 K_i 的定义,有 $C_i^{\mathrm{T}}K_i=0$ 及 $K_iK_i^+=I-C_iC_i^+=I-C_i(C_i^{\mathrm{T}}C_i)^{-1}C_i^{\mathrm{T}}$. 于是上式右端的项 $K_i^{\mathrm{T}}P_iK_iA_{i22}$ 和 $K_i^{\mathrm{T}}P_iK_iD_{i2}$ 可写成 $K_i^{\mathrm{T}}P_iK_iA_{i22}=K_i^{\mathrm{T}}P_iK_iK_i^+(I-B_i(C_i^{\mathrm{T}}B_i)^{-1}C_i^{\mathrm{T}})A_iK_i=K_i^{\mathrm{T}}P_i(I-C_iC_i^+)(I-B_i(C_i^{\mathrm{T}}B_i)^{-1}C_i^{\mathrm{T}})A_iK_i=K_i^{\mathrm{T}}(P_i-C_iS_i^{\mathrm{T}}(C_i^{\mathrm{T}}B_i)^{-1}C_i^{\mathrm{T}})A_iK_i=K_i^{\mathrm{T}}P_iA_iK_i$. 类似地,有 $K_i^{\mathrm{T}}P_iK_iD_{i2}=K_i^{\mathrm{T}}P_iD_i$. 将其代入(22),得到

$$\begin{aligned}\dot{V}(x_2)&=\sum_{i=1}^{N}2\lambda_i x_{i2}^{\mathrm{T}}K_i^{\mathrm{T}}P_i(A_iK_ix_{i2}+D_i\sum_{i=1}^{N}G_{ij}(t,x,x_t,\dot{x}_t)E_{j2}x_{j2}\\ &\leqslant\sum_{i=1}^{N}\lambda_i[x_{i2}^{\mathrm{T}}K_i^{\mathrm{T}}(P_iA_i+A_i^{\mathrm{T}}P_i)K_ix_{i2}+2\|x_{i2}^{\mathrm{T}}K_i^{\mathrm{T}}P_iD_i\|\sum_{i=1}^{N}g_{ij}\|E_{j2}x_{j2}\|]\\ &=\sum_{i=1}^{N}\lambda_i x_{i2}^{\mathrm{T}}K_i^{\mathrm{T}}(P_iA_i+A_i^{\mathrm{T}}P_i)K_ix_{i2}\\ &\quad-[\zeta^{\mathrm{T}}\quad\hat{\eta}^{\mathrm{T}}]\begin{bmatrix}\Xi^{-1}M\Xi^{-1}&-M\Phi\\ -M^{\mathrm{T}}\Phi&M\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\zeta\\ \hat{\eta}\end{bmatrix}+\zeta^{\mathrm{T}}\Xi^{-1}M\Xi^{-1}\zeta+\hat{\eta}^{\mathrm{T}}M\hat{\eta}.\end{aligned}\tag{23}$$

这里, $M=\mathrm{diag}[\lambda_1,\lambda_2,\cdots,\lambda_N]$, $\zeta^{\mathrm{T}}=(\|x_{12}^{\mathrm{T}}K_1^{\mathrm{T}}P_1D_1\|,\cdots,\|x_{N2}^{\mathrm{T}}K_N^{\mathrm{T}}P_ND_N\|)$, $\hat{\eta}^{\mathrm{T}}=(\|E_{12}x_{12}\|,\cdots,\|E_{N2}x_{N2}\|)$. 现引进 Araki 的一个引理.

引理 1[8]　在上面定义的矩阵 Ξ,Φ 及 M 之下,矩阵 $\Xi^{-1}M^{-1}\Xi^{-1}-\Phi M^{-1}\Phi^{\mathrm{T}}$ 是正定的.

对定义的矩阵,根据引理 1,上面矩阵可以写成 $\begin{bmatrix}\Xi^{-1}M\Xi^{-1}&-M\Phi\\ -M^{\mathrm{T}}\Phi&M\end{bmatrix}$. 该矩阵也是正定的. 因此由(5),对任何 $x_2\neq0$,有

$$\dot{V}(x_2)\leqslant\sum_{i=1}^{N}[\lambda_i x_{i2}^{\mathrm{T}}K_i^{\mathrm{T}}(P_iA_i+A_i^{\mathrm{T}}P_i)K_ix_{i2}]+\zeta^{\mathrm{T}}\Xi^{-1}M\Xi^{-1}\zeta+\hat{\eta}^{\mathrm{T}}M\hat{\eta}$$

$$= \sum_{i=1}^{N} \lambda_i x_{i2}^{\mathrm{T}} K_i^{\mathrm{T}} (P_i A_i + A_i^{\mathrm{T}} P_i + \xi_i^{-2} P_i D_i D_i^{\mathrm{T}} P_i + E_i^{\mathrm{T}} E_i) K_i x_{i2}]$$

$$= \sum_{i=1}^{N} \lambda_i x_{i2}^{\mathrm{T}} K_i^{\mathrm{T}} (\varepsilon_i^{-1} P_i B_i B_i^{\mathrm{T}} P_i - \varepsilon_i I) K_i x_{i2}$$

$$= - \sum_{i=1}^{N} \varepsilon_i \lambda_i x_{i2}^{\mathrm{T}} K_i^{\mathrm{T}} K_i x_{i2} < 0. \tag{24}$$

这表明 $x_2(t) \to 0, (t \to \infty)$. 从而有 $x(t) \to 0, (t \to \infty)$.

注 2 状态 $\| x_2(t) \|$ 到达原点的收敛率可由方程

$$P_i(A_i + \alpha I) + (A_i + \alpha I)^{\mathrm{T}} P_i - \varepsilon_i^{-1} P_i B_i B_i^{\mathrm{T}} P_i + \xi_i^{-2} P_i D_i D_i^{\mathrm{T}} P_i + E_i^{\mathrm{T}} E_i + \varepsilon_i I = 0$$

代替 Riccati 方程(5)指定. 在此情形,(24)被写成了下面形式

$$\dot{V}(x_2) < -2\alpha V(x_2), \tag{25}$$

这就保证了对状态 $\| x_2(t) \|$ 具有指数 α 的收敛率.

5 主要结果

由前面几节的讨论,现在可以证明下面的定理.

定理 1 假定对 $\xi_i, I - \Xi\Phi$ 是一个 M- 矩阵,条件 C1) 成立,则滞后中立型关联控制系统(1)对滑动曲面(6)在分散控制器(11)之下的滑动模可镇定.

定理 1 的条件与 Yasuda 对无滞后的关联系统(1)的分散状态反馈的条件是等价的. 这就表明,Riccati 方程(5)有解的充要条件是系统

$$x_i = A_i x_i + B_i u_i + D_i v_i, \quad z_i = E_i x_i \tag{26}$$

在反馈控制律 $u_i = -F_i x_i$ 之下满足 H_∞ 范数界限公式 $\| E_i(\rho I - A_i + B_i F_i)^{-1} D_i \|_\infty < \xi_i$ 时是可镇定的. 注意到上面的事实,该条件是局部适宜的.

注 3 我们得到的结果是在非线性项中含有滞后状态 x_t 及滞后中立状态 $\dot{x}_t$ 的关联控制系统,当 $\tau = 0$ 时,本文的结果就是不带滞后的关联控制系统,可以得到相应的推论. 因此,本文的结果适用范围更广泛.

注 4 若将条件(2)改为

$$\| G_{ij}(t, x, x_t, \dot{x}_t) \| \leqslant g_{ij} + A_{ij}^1 x_i(t) + A_{ij}^2 x_i(t - \tau) + A_{ij}^3 \dot{x}_i(t - \tau), \tag{2'}$$

类似于文[1]的方法可以给出相应的滑动曲面与分散 VSC 器的设计方案. 限于篇幅,另文论述.

注 5 我们对四阶滞后中立型关联控制系统进行了计算机仿真,仿真结果表明,复合系统的状态轨线 $x(t) = (x_1(t)^{\mathrm{T}}, x_2(t)^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}} = (x_{11}(t), x_{12}(t), x_{21}(t), x_{22}(t))^{\mathrm{T}}$ 在控制律(11)之下经有限时间便可到达各子系统的滑动曲面 $s_i(x_i) = 0 (i = 1, 2)$, 且在滑动曲面上具有较好的稳定性(仿真图形略).

6 小 结

在本文,我们建立了滞后中立型非线性关联控制系统的滑动曲面和分散滑动模控制器. 在分散滑动模控制器可综合的条件下,在子系统中由 Riccati 方程的描述给出了可实现滑动模 VSC 的一个充分条件. 该条件等价于由分散状态反馈镇定的条件. 因此,我们的结果比前人的工作既简单又有效,且可减少保守性.

虽然本文只考虑了中立项及不确定性在关联项的情形,但是对于不确定性位于每个子系统的参数中的更广泛的一般情形,可以类似于本文的方法并使用[1,2]的相应结果给出一般的滞后中立型控制系统的分析与综合.

参 考 文 献

1 Mathews, G. P. and DeCarlo, R. A.. Decentralized variable structure control of interconnected multi-input multi-output nonlinear systems. Proc. 24th CDC, 1985, 1719—1724

2 Mathews, G. P. and DeCarlo, R. A.. Decentralized tracking for a class of interconnected nonlinear systems using variable structure control. Automatica, 1988, 24(2): 187—193

3 Richer, S., Lefebvre, S. and DeCarlo, R. A.. Decentralized tracking for a class of interconnected nonlinear systems using varlable structure control. Automatica, 1982, 4(2): 187—193

4 Yasuda, K.. Decentralized sliding mode control design for interconnected systems. Preprints of 13th IFAC World Congress, San Francisco, 1996, L: 13—18

5 Gao, C. C. and Liu, Y. Q.. On the design of decentralized variable structure controllers of neutral nonlinear large scale control systems with delays. 1996 IEEE Int. Conf. on Syst., Man and Cybern., Beijing, 1996, 1(3): 292—297

6 Gao, C. C. and Liu, Y. Q.. On the design variable structure control of multi-delays neutral nonlinear large-scale control systems with the delay input control. J of South China University of Technology, 1996, 25(5): 102—108

7 Hung, J. Y., Gao, W. and Hung, J. C.. Variable structure control: a survey. IEEE Trans, IE, 40(1): 2—22

8 Araki, M.. Application of M-matrices to the stability problems of composite dynamical systems. J. Math. Anal. Appl., 1994, 52(3): 309—321

9 高为炳. 变结构控制的理论及设计方法. 北京：科学出版社，1996

10 胡跃明. 分布参数变结构控制系统. 北京：国防工业出版社，1996

11 高存臣，王立，刘永清. 线性时滞中立型控制系统的滑动模补偿器方法. 控制与决策，1996，11(5)：565—570

12 Utkin, V. I.. Sliding Mode and Their Application in Variable Structure Control Systems. Moscow: Nauka, also Moscow: Mir, 1978

The Sliding Mode Variable Structure Control of Neutral Interconnected Control Systems with Delay

WANG Li, GAO Cunchen and LIU Yongqing

(Department of Automatic Control Engineering, South China University of Technology · Guangzhou, 510641, PRC)

Abstract: A sliding surface and a decentralized sliding mode controller are designed for a class of neutral nonlinear interconnected control system with delay, where the controller of each subsystem needs only local state information to work. A sufficient condition under which the sliding surface and a sliding mode controller can be achieved is obtained in terms of the Riccati equation on the subsystem level. The condition is equivalent to the stabilizability condition by decentralized state feedbacks. Thus, the results in this paper are more reasonable and less conservative than those reported in previous works.

Key words: interconnected control system; delay neutral; sliding mode variable structure control; undeterminity; nonlinear

本文作者简介

王　立　1967 年生. 1988 年毕业于华东工学院自动控制系，1994 年在华南理工大学自动化系控制理论与应用专业获硕士学位. 1997 年 6 月在华南理工大学自动化系控制理论与应用专业毕业，获博士学位. 现在华南理工大学与佛山企业博士后工作站做博士后研究. 感兴趣的研究方向为柔性机器人的智能控制及计算机集成制造.

高存臣　1956 年生. 1978 年毕业于烟台师范专科学校数学系，1986 年于安徽大学基础数学助教进修班结业. 1997 年 3 月于华南理工大学自动化系控制理论与应用专业获博士学位. 现为烟台师范学院数学系教授. 感兴趣的研究方向为大系统控制理论与应用，变结构控制理论与应用.

刘永清　见本刊 1998 年第 1 期第 124 页.