

# GPS/DR 组合导航系统自适应扩展卡尔曼滤波模型的建立\*

房建成 申功勋 万德钧 周百令

(北京航空航天大学第五研究室·北京, 100083) (东南大学仪器系·南京, 210096)

**摘要:** 建立了车载 GPS/DR 组合导航系统非线性自适应卡尔曼滤波模型及算法. 首次提出了依据 PDOP 等 GPS 定位系统的输出参数, 自动调整  $R, Q$  的大小, 从而自适应地调整组合导航系统模型性能的方法, 使得模型能够适应各种情况, 具有“智能”模型的性质. 计算机仿真表明应用该模型具有良好效果.

**关键词:** GPS; 航位推算; 陆地导航; 组合导航; 卡尔曼滤波; 自适应算法

## 1 引言

低成本的车载航位推算系统 (dead-reckoning system, 简称 DR 系统) 的推算 (或估计) 定位精度通常为 (2~5)%, 但是, 这种定位误差是随车辆行进的距离而不断积累的, 行驶的距离愈长, 定位误差也就越大. 显然, 采用车载 DR 系统进行定位, 当车辆行进一定的距离, 其定位误差达到不能容忍的地步时, 需要对其校正. 而利用 GPS 定位系统进行定位时, 其定位误差不会随时间积累, 尤其利用差分 GPS 技术可达到较高的定位精度. 可是, 当车辆行驶在两旁高楼林立的市区街道上或林荫道上、隧道内、立交桥下时, 存在 GPS 卫星信号的遮挡和丢失问题, 有时可见星少于三颗, GPS 接收机无法定位, 或只能接收三颗卫星的信号, 定位精度很差. 可见, 单独的 DR 系统或 GPS 定位都不能很好地解决市区车辆的精确定位导航问题.

将 GPS 定位系统和自主式的 DR 系统有机地结合起来, 构成 GPS/DR 组合导航系统, 通过综合每一种导航系统的特点, 互相取长补短, 能够获得较高的车辆定位精度及可靠性. 在 GPS/DR 组合导航系统中, 当 DR 系统的定位误差积累至较大时, 可以利用 GPS 的精确定位结果对其校正和标定, 而当 GPS 卫星信号丢失, GPS 导航系统无法正常工作时, 能够利用 DR 系统的自主定位结果, 得以维持正常导航. 此外, 当 GPS 系统的定位精度较低时, 还可利用 DR 系统在一定距离内的高精度改善 GPS 的定位精度. 因此进行 GPS/DR 组合导航系统研究具有重要意义.

DR 系统在位置推算过程中的误差积累, 是由于车辆航向传感器——速率陀螺存在随机漂移误差, 以及车辆行进距离传感器——里程表也存在随机误差. 此外, GPS 系统的定位误差也属随机误差. 因此, 对车载 GPS/DR 组合导航系统的传感器信息进行滤波处理, 应用最优估计方法进行车辆位置的估计能够有效地提高系统的定位精度. 本文将通过建立 GPS/DR 组合导航系统的自适应扩展卡尔曼滤波模型, 研究提高系统定位精度和可靠性的有效方法.

## 2 系统方程的建立

系统的状态变量取为:  $X = [e, v_e, a_e, n, v_n, a_n, \epsilon, \psi]^T$ , 其中  $e, n$  分别为车辆东向和北向的位置分量,  $v_e, v_n$  分别为车辆东向和北向的速度分量,  $a_e, a_n$  分别为车辆东向和北向的加速度分量,  $\epsilon$  为速率陀螺的漂移误差,  $\psi$  为车辆里程表的标定系数.  $\dot{X} = [v_e, a_e, \dot{a}_e, v_n, a_n, \dot{a}_n, \dot{\epsilon}, \dot{\psi}]^T$ . 采用机动载体的“当前”统计模型,  $\dot{X} = FX + U + W(t)$ , 则有系统方程为:

\* 中船总“八·五”预研项目及江苏省应用基础研究基金项目 (BJ95026) 和航空基础科学基金 (95E1116) 资助课题. 本文于 1996 年 12 月 6 日收到, 1997 年 7 月 25 日收到修改稿.

$$\begin{bmatrix} v_e \\ a_e \\ \dot{a}_e \\ v_n \\ a_n \\ \dot{a}_n \\ \varepsilon \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1/\tau_{a_e} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1/\tau_{a_n} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1/\tau_\varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \\ v_e \\ a_e \\ n \\ v_n \\ a_n \\ \varepsilon \\ \psi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{\tau_{a_e}} \bar{a}_e \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{\tau_{a_n}} \bar{a}_n \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ w_{a_e} \\ 0 \\ 0 \\ w_{a_n} \\ w_\varepsilon \\ w_\psi \end{bmatrix} \quad (1)$$

上式中,  $w_{a_e}, w_{a_n}, w_\varepsilon$  和  $w_\psi$  分别为  $(0, \sigma_{a_e}^2), (0, \sigma_{a_n}^2), (0, \sigma_\varepsilon^2), (0, \sigma_\psi^2)$  的高斯白噪声.  $\tau_{a_e}, \tau_{a_n}$  分别为车辆运动加速度变化率(机动加速度)的相关时间常数,  $\bar{a}_e, \bar{a}_n$  分别为车辆“当前”加速度东向、北向分量的均值,  $\tau_\varepsilon$  为速率陀螺漂移中的一阶马氏过程的相关时间常数.

### 3 观测方程的建立

车载 GPS/DR 组合导航系统的测量传感器包括: ① GPS 接收机, 其输出量为车辆的位置,  $e_{\text{obs}}(\lambda)$  经度,  $n_{\text{obs}}(L)$  纬度, 单位均化成米. ② 压电晶体陀螺输出量为车辆航向变化率, 即角速率  $\omega$ . ③ 车辆里程表, 输出量为车辆在采样周期  $T$  时间内行进的距离  $s$ . 因此, 系统的观测矢量取为  $Z = [e_{\text{obs}}, n_{\text{obs}}, \omega, s]^T$ .

观测方程可写为

$$\begin{cases} e_{\text{obs}} = e + v_1, \\ n_{\text{obs}} = n + v_2, \\ \omega = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \text{tg}^{-1} \left( \frac{v_e}{v_n} \right) \right] + \varepsilon + \varepsilon_\omega = \frac{v_n a_e - v_e a_n}{v_e^2 + v_n^2} + \varepsilon + \varepsilon_\omega, \\ s = \psi T \sqrt{v_e^2 + v_n^2} + \varepsilon_s. \end{cases} \quad (2)$$

可表示为

$$Z = \begin{bmatrix} e_{\text{obs}} \\ n_{\text{obs}} \\ \omega \\ s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e \\ n \\ \frac{v_n a_e - v_e a_n}{v_e^2 + v_n^2} + \varepsilon \\ \psi T \sqrt{v_e^2 + v_n^2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \varepsilon_\omega \\ \varepsilon_s \end{bmatrix} \quad (3)$$

即

$$Z(t) = h[t, X(t)] + V(t). \quad (4)$$

方程(3)中,  $v_1, v_2$  分别为 GPS 接收机输出的位置观测量  $e_{\text{obs}}, n_{\text{obs}}$  的观测噪声, 为  $(0, \sigma_{v_1}^2), (0, \sigma_{v_2}^2)$  的高斯白噪声,  $\varepsilon$  为速率陀螺漂移误差中的一阶马尔柯夫过程分量,  $\varepsilon_\omega$  为速率陀螺漂移误差中的高斯白噪声分量  $(0, \sigma_\omega^2)$ ,  $\varepsilon_s$  为里程表输出量的观测噪声, 为  $(0, \sigma_s^2)$  的高斯白噪声, 可以看出, 观测方程(4)是一非线性方程, 用最优估计方法对系统状态变量进行估计时, 首先要进行线性化处理. 由于进行模型的线性化时, 做了一些近似处理, 因此, 这时的状态估计也就不再是最优估计了, 而成为状态的次优估计.

### 4 扩展自适应卡尔曼滤波方程的建立

根据上述的系统方程及线性化的观测方程, 可建立离散的扩展自适应卡尔曼滤波方程如

下:

$$\begin{cases} \hat{X}(k/k-1) = \Phi_1(k/k-1)\hat{X}(k-1), \\ \hat{X}(k) = \hat{X}(k/k-1) + K(k)[Z(k) - h[k, \hat{X}(k/k-1)]], \\ P(k/k-1) = \Phi(k/k-1)P(k-1)\Phi^T(k/k-1) + Q(k-1), \\ K(k) = P(k/k-1)H^T(k)[H(k)P(k/k-1)H^T(k) + R(k)]^{-1}, \\ P(k) = [I - K(k)H(k)]P(k/k-1). \end{cases} \quad (5)$$

这里采用了机动载体加速度的均值自适应算法<sup>[6]</sup>,

$$H(k) = \frac{\partial h[k, \hat{X}(k/k-1)]}{\partial \hat{X}^T(k/k-1)}.$$

方程(5)中:

$$\Phi_1(k/k-1) = \text{diag}\{\Phi_{1e}(T), \Phi_{1n}(T), e^{-T/\tau_e}, I_{1 \times 1}\}. \quad (6)$$

$$\Phi_{1e}(T) = \Phi_{1n}(T) = \begin{bmatrix} 1 & T & T^2/2 \\ 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ 为牛顿矩阵, } I_{1 \times 1} = 1, \text{diag 表示对角矩阵. } \Phi(k/k-1) \text{ 为}$$

状态转移矩阵  $F$  的离散化矩阵,

$$\Phi(k/k-1) = \text{diag}\{\Phi_e(k/k-1), \Phi_n(k/k-1), \Phi_e(k/k-1), \Phi_\psi(k/k-1)\}, \quad (7)$$

$$\Phi_e(k/k-1) = \begin{bmatrix} 1 & T & (T/\tau_e - 1 + e^{-T/\tau_e})\tau_e^2 \\ 0 & 1 & (1 - e^{-T/\tau_e})\tau_e \\ 0 & 0 & e^{-T/\tau_e} \end{bmatrix}, \quad (8)$$

$$\Phi_n(k/k-1) = \begin{bmatrix} 1 & T & (T/\tau_n - 1 + e^{-T/\tau_n})\tau_n^2 \\ 0 & 1 & (1 - e^{-T/\tau_n})\tau_n \\ 0 & 0 & e^{-T/\tau_n} \end{bmatrix}, \quad (9)$$

$$\Phi_e(k/k-1) = [e^{-T/\tau_e}], \quad (10)$$

$$\Phi_\psi(k/k-1) = 1. \quad (11)$$

$Q(k)$  为系统噪声协方差阵  $Q$  的离散化矩阵.

$$Q(k) = \text{diag}\left\{\frac{2\sigma_e^2}{\tau_e}Q_e(k), \frac{2\sigma_n^2}{\tau_n}Q_n(k), Q_e(k), Q_\psi(k)\right\}. \quad (12)$$

其中,  $Q_e(k)$  和  $Q_n(k)$  为:

$$Q_e(k) = Q_n(k) \approx \begin{bmatrix} T^5/20 & T^4/8 & T^3/6 \\ T^4/8 & T^3/3 & T^2/2 \\ T^3/6 & T^2/2 & T \end{bmatrix},$$

$$Q_e(k) = \left[2\sigma_e^2 \frac{1}{\tau_e}\right], \quad Q_\psi(k) = [\sigma_\psi^2].$$

$R$  阵为观测噪声的协方差矩阵:

$$R = \text{diag}\{k_1^2\sigma_1^2, k_2^2\sigma_2^2, \sigma_w^2, \sigma_s^2\}. \quad (13)$$

## 5 $Q(k)$ 及 $R(k)$ 的自适应确定

在 GPS/DR 非线性卡尔曼滤波模型中,  $Q(k)$  和  $R(k)$  阵的取值在一定条件下将影响滤波器性能. 当  $Q(k)$  取值变小时, 状态滤波估计值依赖外推预测值的比重加大,  $Q(k)$  的取值变大, 状态滤波估计值依赖外推预测值比重减小. 而对于  $R(k)$ , 当  $R(k)$  取值变小时, 状态滤波估计



值依赖观测值的比重加大,即滤波器在性能上主要跟随观测方程,当 $R(k)$ 取值变大时,状态滤波估计值依赖观测值的比重减小,即滤波器在性能上跟随观测方程的权重将减小.这在滤波递推方程中,通过 $Q(k),R(k)$ 对 $K(k)$ 的影响不难看出.

对于GPS/DR非线性卡尔曼滤波模型,希望它能够根据需要自适应地调整其性能.当GPS信号丢失,GPS接收机不能正常定位,或者由于遮挡等原因造成GPS定位误差较大时,希望GPS/DR组合系统的非线性卡尔曼滤波模型具有单独的DR系统非线性自适应卡尔曼滤波器的性能,即让DR系统起主要作用.当DR系统工作时间较长,误差积累较大,而GPS恢复正常,且定位精度较高时,让GPS定位起主要作用,同时可利用GPS定位的结果对DR系统进行校正.当GPS接收机能正常工作,DR系统也正常工作时,让GPS/DR组合导航系统综合GPS和DR的性能,获得优于单纯一种系统的定位精度.

要实现上述的要求,需要根据具体情况自适应地调整 $Q(k)$ 和 $R(k)$ 的取值,从而自适应地调整GPS/DR非线性卡尔曼滤波模型的性能.那么,如何自主地判断GPS定位系统的工作情况(即定位精度),GPS接收机的输出参数PDOP(位置误差系数)是较理想的判据,PDOP的大小能够直接反映GPS接收机的定位精度状况.PDOP的定义如下:

$$\text{PDOP} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2/\sigma}$$

其中 $\sigma^2$ 为距离测量误差的方差. $\sigma_x^2, \sigma_y^2, \sigma_z^2$ 分别为地球坐标系中,在 $x, y, z$ 轴方向定位误差的方差.

$Q(k)$ 中东向和北向机动加速度方差 $\sigma_e^2$ 和 $\sigma_n^2$ 的自适应确定方法<sup>[6]</sup>如下,以东向机动加速度方差 $\sigma_e^2$ 的自适应算法为例:

当东向“当前”加速度分量 $\hat{a}_e(k)$ 为正时,有

$$\sigma_e^2 = K_{a_e}^2 \frac{4-\pi}{\pi} [a_{\max} - \hat{a}_e(k)]^2. \quad (14)$$

当东向“当前”加速度分量 $\hat{a}_e(k)$ 为负时,有

$$\sigma_e^2 = K_{a_e}^2 \frac{4-\pi}{\pi} [a_{-\max} + \hat{a}_e(k)]^2. \quad (15)$$

这里为了进一步提高模型的灵活性和适应性,引入 $K_{a_e}$ 和 $K_{a_n}$ 两个自适应因子. $K_{a_e}$ 和 $K_{a_n}$ 也称为性能系数.

由前述可知, $R = \text{diag}\{k_1^2\sigma_1^2, k_2^2\sigma_2^2, \sigma_w^2, \sigma_s^2\}$ ,其中 $\sigma_1^2$ 和 $\sigma_2^2$ 分别为GPS接收机在地面东向和北向定位误差的方差,而 $\sigma_w^2$ 和 $\sigma_s^2$ 分别为航位推算系统中压电陀螺输出角速率及里程表输出量的观测误差的方差.在GPS/DR组合导航系统中,当PDOP较大,GPS定位误差较大时,根据PDOP调整 $k_1^2, k_2^2$ 取较大的值使 $R$ 增大, $K_{a_e}$ 和 $K_{a_n}$ 取较小值从而使 $Q$ 取值减小,让GPS定位系统的作用减小,而使DR系统起主要作用.而当PDOP较小,GPS定位精度较高时,根据PDOP的大小,适当选取 $R, Q$ 阵的值,让GPS和DR系统同时起作用,从而获得较好的定位精度.这样,对于GPS/DR组合导航系统的非线性卡尔曼滤波模型,在车辆运行的过程中,能够根据具体情况进行自我调整,从而具有不同的性能,因此具有一定的“智能”模型的性质.

## 6 计算机仿真与实验结果

首先考察当PDOP较大(GPS定位误差较大)时,GPS/DR组合导航系统的非线性自适应卡尔曼滤波模型的性能,这时模型应以DR系统的性能为主,仿真条件及有关参数的选取为 $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = (40\text{m})^2, k_1 = k_2 = 10, \sigma_e^2 = \sigma_n^2 = (0.5\text{m/s}^2)^2, K_{a_e} = K_{a_n} = 0.003, \sigma_w^2 = (0.1\pi/180)^2, \sigma_s^2 = (0.1\text{m/s})^2$ .假定车辆以 $10\sqrt{2}\text{m/s}$ 的速度,沿 $45^\circ$ 航向匀速运动,GPS定位数据在静态

测数据的基础上仿真得到, GPS 接收机为 Magellan 公司出品的 GPS-OEM 接收机. 此外, DR 系统的输入信息均为实测数据. 从半物理仿真结果可以看出, 车辆位置估计结果与单独的 DR 系统的位置估计结果几乎一样, 因而, 这里当 GPS 定位系统由于定位误差太大, 不能应用时, GPS/DR 组合导航系统具有单独 DR 系统的性能.

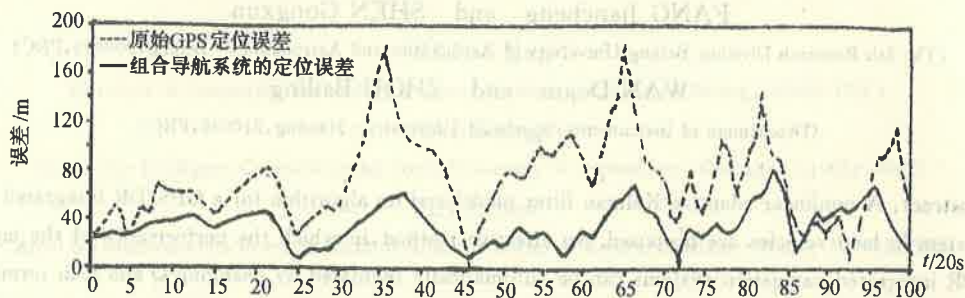


图1 GPS/DR组合导航系统与单独GPS定位系统定位误差的比较

当 GPS 定位系统的定位精度较好, PDOP 值较小, 若希望 GPS 定位系统在组合导航系统中起主要作用,  $R(k)$  阵中的自适应系数可取为  $k_1 = k_2 = \frac{1}{40}$ ,  $Q(k)$  阵中的自适应系数可取为  $K_{a_e} = K_{a_n} = 1.0$ ,  $\sigma_s^2 = (0.1\text{m/s})^2$ ,  $\sigma_w^2 = (0.1\pi/180)^2$ . 对 GPS/DR 组合导航系统, 当 GPS 定位系统和 DR 系统同时起作用时, 有关参数的选取为:  $k_1 = k_2 = 3$ ,  $K_{a_e} = K_{a_n} = 0.9$ ,  $\sigma_s^2 = (0.1\text{m/s})^2$ ,  $\sigma_w^2 = (0.1\pi/180)^2$ . 图 1 所示为当 PDOP 变化时, GPS/DR 组合导航系统估计的位置误差与单独 GPS 定位的位置误差的比较曲线. 可见 GPS/DR 组合导航系统具有优良的综合性能, 从而验证了模型及算法的正确性和有效性.

### 参 考 文 献

- 1 Krakiwsky, E. J., Harris, C. B. and Wong, R. V. C.. A Kalman filter for integrated of dead reckoning, map matching, and GPS positioning. In: Proceedings of IEEE Position Location and Navigation Symposium. Orlando, Florida, 1988, 39-46
- 2 Poppen, R. F. and Mathis, D. L.. Integrated of GPS with dead reckoning and map matching for vehicular navigation. In: Proceedings of the 1993 National Technical Meeting of the Institute of Navigation. San Francisco, CA, America, 1993, 158-164
- 3 Kao, W. W.. Integration of GPS and dead reckoning navigation system. In: Proceedings of VNIS'91, Dearborn, Michigan, America, 1991, 635-643
- 4 Ramjattan, A. N. and Gross, P. A.. A Kalman filter model for an integrated land vehicle navigation system. The Journal of Navigation, 1995, 48(2): 293-302
- 5 房建成, 万德钧. GPS 组合导航系统在车辆导航中的应用. 东南大学学报, 1996, 26(3): 96-102
- 6 Zhou, H. R. and Kumar, K. S. P.. A current statistical model and adaptive algorithm for estimating maneuvering targets. AIAA, Journal of Guidance, Control and Dynamics, 1984, 7(5): 596-602

## Establishment of an Adaptive Extended Kalman Filter Model for an GPS/DR Integrated Navigation System

FANG Jiancheng and SHEN Gongxun

(The 5th Research Division, Beijing University of Aeronautics and Astronautics • Beijing, 100083, PRC)

WAN Dejun and ZHOU Bailing

(Department of Instruments, Southeast University • Nanjing, 210096, PRC)

**Abstract:** A nonlinear adaptive Kalman filter model and its algorithm for a GPS/DR integrated navigation system in land vehicles are proposed. An effective method, in which the performance of the model for GPS/DR integrated navigation systems can be automatically regulated by changing  $Q$  and  $R$  in terms of the values of PDOP, is firstly presented. The model designed for GPS/DR systems can be adapted for different situations of land vehicle navigation, and possesses smart model characteristics. The efficiency of the model is verified by computer simulation results.

**Key words:** GPS; dead reckoning; land navigation; integrated navigation; Kalman filtering; adaptive algorithm

### 本文作者简介

**房建成** 1965年生,博士,副教授.1983年、1988年和1996年分别于山东工学院、西安交通大学和东南大学获工学学士、硕士和博士学位,现在北京航空航天大学做博士后研究.研究方向为定位导航与测控技术,最优估计理论与应用,多传感器信息融合技术.近年来在国内外核心刊物上发表论文30多篇.

**申功勋** 1935年生.1958年毕业于北京航空学院,现为北京航空航天大学教授,博士生导师,航空科技委员会委员,中国航空学会自动控制分会主任.研究方向为定位导航与测控技术,精密测量,精密机械与计算机辅助工程.

**万德钧** 1932年生.1953年毕业于南京工学院,现为东南大学教授,博士生导师.研究方向为定位导航与测控技术,系统建模与仿真,精密机械与计算机辅助工程.

**周百令** 1939年生.1962年毕业于南京工学院,现为东南大学仪器系主任,教授,博士生导师.研究方向为定位导航与测控技术,微型机电系统,精密机械与计算机辅助工程.