第 15 卷第 3 期
1998 年 6 月

控制理论与应用
CONTROL THEORY AND APPLICATIONS

Vol.15,No.3
Jun.,1998

基于滤波技术的随机连续系统 ELS 辨识及其数值实现*

赵明旺

(武汉冶金科技大学自动化系·武汉,430081)

摘要:本文对低阶扰动模型,讨论滤波器的选取,从而通过对输人输出滤波,使辨识随机连续系统的连续 ELS(增广最小二乘)法一致收敛的 SPR 条件得到满足.基于数值积分和常微分方程数值解,文中还讨论 ELS 辨识的两种数值实现.仿真结果显示本文方法的有效性.

关键词:随机连续系统;系统辨识;最小二乘法;常微分方程数值解;Wiener 过程

1 问题描述

近年随机连续系统(SCS)辨识得到重视,取得一些有意义的进展.陈翰馥等人提出能同时辨识系统模型和相关扰动模型的 ELS 法,并在 SPR 和无持续激励条件下证明辨识一致收敛[1].Gevers 等人基于输入输出滤波和随机逼近辨识研究 SCS 自适应控制,并证明辨识一致有界[2].Sagara 等人基于数值积分将连续系统化为离散模型,用离散 MA 模型刻划所有随机因素和计算误差,利用离散辨识法来辨识连续输入输出模型[3].赵明旺[4,5]基于正交序列逼近来辨识 SCS,并基于相关性分析指出最小二乘辨识有偏非一致,讨论了无偏一致的辅助变量法和 Markov 法.

本文问题是不满足 SPR 条件的如下相关扰动下的 SISO 随机连续线性系统的一致收敛辨识以及其数值实现问题.

$$A(S)\mathrm{d}y_t = B(S)\mathrm{d}u_t + C(S)\mathrm{d}w_t, \quad t \geqslant 0. \tag{1}$$

其中 y_t,u_t 和 w_t 分别为输出,输入和 Wiener 过程描述的连续扰动;S 为伊藤(Ito)随机积分算子[1,4];$A(S)=1+a_1S+\cdots+a_{n_a}S^{m_a}$;$B(S)=b_1S+\cdots+b_{n_b}S^{m_b}$;$C(S)=1+c_1S+\cdots+c_{n_c}S^{m_c}$.

本文思想是:通过嵌入滤波器,从而使得系统(1)经滤波处理后的扰动模型满足文[1]的 SPR 条件,可以利用连续 ELS 法辨识系统模型和扰动模型.设 $D(S)=1+d_1S+\cdots+d_{n_d}S^{m_d}$ 是离线选定的稳定滤波器,经滤波处理后,系统(1)可表示为

$$A(S)\mathrm{d}y_t^f = B(S)\mathrm{d}u_t^f + C(S)\mathrm{d}v_t, \quad t \geqslant 0. \tag{2}$$

其中 $v_t = w_t/D(S)$ 为连续相关扰动;y_t^f 和 u_t^f 为如下滤波输出

$$D(S)y_t^f = y_t, \quad D(S)u_t^f = u_t. \tag{3}$$

不失一般性,假定阶次 $n_c \leqslant n_a$.此时,SCS(2)可表示为如下连续回归模型

$$\begin{aligned}\mathrm{d}y_t^f &= (c_1-a_1)S\mathrm{d}y_t^f + \cdots + (c_{m_a}-a_{m_a})S^{m_a}\mathrm{d}y_t^f + b_1S\mathrm{d}u_t^f + \cdots + b_{n_b}s^{m_b}\mathrm{d}u_t^f \\ &\quad + \mathrm{d}v_t + c_1S(\mathrm{d}v_t - \mathrm{d}y_t^f) + \cdots + c_{n_c}s^{m_c}(\mathrm{d}v_t - \mathrm{d}y_t^f) \\ &= \bar{\varphi}_t\theta\mathrm{d}t + \mathrm{d}v_t, \quad c_i = 0, \quad i > n_c.\end{aligned} \tag{4}$$

其中 $\bar{\varphi}_t = [y_t^f \quad Sy_t^f \quad \cdots \quad S^{m_a-1}y_t^f \quad u_t^f \quad Su_t^f \quad \cdots \quad S^{m_b-1}u_t^f \quad S(\bar{\varphi}_t\theta) \quad \cdots \quad S^{m_c}(\bar{\varphi}_t\theta)]^\tau$,

$\theta = [c_1-a_1 \quad c_2-a_2 \quad \cdots \quad c_{n_a}-a_{n_a} \quad b_1 \quad b_2 \quad \cdots \quad b_{n_b} \quad -c_1 \quad \cdots \quad -c_{n_c}]^\tau$.

---

* 冶金工业部理论研究基金的资助项目.

本文于 1995 年 9 月 11 日收到.1996 年 12 月 23 日收到修改稿.

对式(4)所示的随机连续回归模型，文[1]引入如下 ELS 辨识算法

$$d\theta_t = P_t\varphi_t D(S)(dy_t^f - \varphi_t^\tau\theta_t dt),\quad dP_t = -P_t\varphi_t\varphi_t^\tau P_t dt, \tag{5}$$

其中 $\varphi_t = [y_t^f \quad Sy_t^f \quad \cdots \quad S^{m_a-1}y_t^f \quad u_t^f \quad Su_t^f \quad \cdots \quad S^{m_b-1}u_t^f \quad S(\varphi_t^\tau\theta_t) \quad \cdots \quad S^{m_c}(\varphi_t^\tau\theta_t)]^\tau$.

文[1]证明 ELS 一致收敛的 SPR 条件为 $\dfrac{D(S)}{C(S)} - \dfrac{1}{2}$ 是 SPR 的. 本文关键是满足该条件的滤波器 $D(S)$ 的选取. 众所周知，无论是离散 ELS 还是连续 ELS，扰动模型辨识的收敛是非常慢的，精度较低. 高阶次扰动模型的辨识因为收敛性和精度的原因，被认为意义不大. 因此，在实际系统辨识中，一般都假定扰动模型的阶次较低. 对未知的低阶次扰动模型 $C(S)$，选取适宜的滤波器 $D(S)$ 使 SPR 条件满足还是有可能的. 下面对一阶和二阶的 $C(S)$，简要讨论 $D(S)$ 的选取：

1) 当 $C(S) = 1 + c_1S$ 时，若选取稳定滤波器 $D(S) = 1 + d_1S$，则由 SPR 判定条件[6]，当 $d_1 > c_1/2$，一致收敛的 SPR 条件满足；

2) 当 $C(S) = 1 + c_1S + c_2S^2$ 时，若选取稳定滤波器 $D(S) = 1 + d_1S + d_2S^2$，则当 d_1 和 d_2 满足下列条件之一时，一致收敛的 SPR 条件满足.

a) $c_1(2d_1 - c_1) - 2d_2 > 0$,

b) $c_2(2d_2 - c_2) - \dfrac{[c_1(2d_1 - c_1) - 2d_2]^2}{4} > 0$, 当 $c_1(2d_1 - c_1) - 2d_2 < 0$.

从上述 $D(S)$ 的选取条件可知，欲使 SPR 条件得到满足，则对未知的一阶 $C(S)$ 需选取 d_1 相对较大，对二阶 $C(S)$ 需选取 d_1 相对较大且 d_2 相对较小. 因此，本文通过离线选取稳定滤波器的连续 ELS 法，对低阶的 $C(S)$ 辨识有较大可行性.

2 数值滤波实现和基于欧拉法(Euler)求解连续 ELS 法

由文[1]知，连续 ELS 法不要求持续激励，收敛条件非常弱，是一种较好的辨识方法. 迄今，对该辨识方法研究都仅限于收敛性分析，对其实现一直缺乏研究. 建立 ELS 法适宜的实现方法是一个有意义的问题. 本节开始讨论 ELS 辨识的数值实现.

下面先讨论 y_t 滤波的数值实现. 对稳定的滤波器 $D(S)$，存在分式分解

$$\frac{1}{D(S)} = 1 + \sum_{i=1}^{n_d}\frac{k_iS}{1+e_iS},\quad e_i > 0. \tag{6}$$

考虑到 S 为积分算子($1/S$ 则为相应的 Laplace 算子)，因此由式(3)，有

$$y_t^f = y_t + \sum_{i=1}^{n_d}k_i\int_0^t \exp[-e_i(t-\tau)]y_\tau d\tau. \tag{7}$$

设采样周期为 h，记 y_t 和 y_t^f 的采样值分别为 y_k 和 y_k^f. 由于 y_t 的光滑性不佳，由 y_k 计算式(7)选用简便且利于递推实现的复化梯形数值积分法是适宜的. y_k^f 的复化梯形法计算式为

$$y_k^f = y_k + \sum_{i=1}^{n_d}k_iy_{k,i}^f. \tag{8}$$

其中
$$y_{k,i}^f = \exp(-e_ih)\Big[y_{k-1,i}^f + \frac{h}{2}y_{k-1}\Big] + \frac{h}{2}y_k,\quad y_{0,i}^f = \frac{h}{2}y_0. \tag{9}$$

记积分 $S^iy_t^f$，$S^iu_t^f$ 和 $S^i(\varphi_t^\tau\theta_t)$ 在 kh 时刻的数值积分值分别为 $S_k^{y,i}$，$S_k^{u,i}$ 和 $S_k^{\varphi,i}$. 因此，由复化梯形法计算 $S_k^{y,i}$ 的递推式为

$$S_k^{y,i} = S_{k-1}^{y,i} + \frac{h}{2}(S_k^{y,i-1} + S_{k-1}^{y,i-1}),\quad 边界条件：\ S_k^{y,0} = y_k^f,\ S_0^{y,i} = \frac{h}{2}S_0^{y,i-1}, \tag{10}$$

类似地，也可得数值滤波 u_k^f 和 $S_k^{u,i}$ 的计算式. 数值积分值 $S_k^{\varphi,i}$ 和回归数据向量 φ_k 则为如下迭代

算法中的 $S_k^{\varphi,i}(n)$ 和 $\varphi_k(n)$ 的迭代收敛值.

$$S_k^{\varphi,i}(n+1)=S_{k-1}^{\varphi,i}+\frac{h}{2}[S_k^{\varphi,i-1}(n)+S_{k-1}^{\varphi,i-1}],\ \text{边界}:S_k^{\varphi,0}(n+1)=\varphi_k^{\mathrm{T}}(n)\theta_k,S_0^{\varphi,i}=\frac{h}{2}S_0^{\varphi,i-1}. \tag{11}$$

其中 $\varphi_k(n)=[S_k^{y,0}\ \cdots\ S_k^{y,n_a-1}\ \ S_k^{u,0}\ \cdots\ S_k^{u,n_b-1}\ \ S_k^{\varphi,1}(n)\ \cdots\ S_k^{\varphi,n_c}(n)]^{\mathrm{T}}$. (12)

欧拉法是一种较简单的常微分方程初值问题的数值解法[7],下面尝试用它来实现连续 ELS 辨识. 基于上述各种数值积分的计算,由欧拉法的思想可得如下 ELS 辨识的数值实现算法:

$$\theta_{k+1}=\theta_k+P_k\varphi_k(S_k^{d,0}+\sum_{i=1}^{n_d}d_iS_k^{d,i}),\quad P_{k+1}=P_k-hP_k\varphi_k\varphi_k^{\mathrm{T}}P_k. \tag{13}$$

其中 $S_k^{d,i}=S_{k-1}^{d,i}+\frac{h}{2}(S_k^{d,i-1}+S_{k-1}^{d,i-1})$, 边界: $S_k^{d,0}=y_{k+1}^f-y_k^f-h\varphi_k^{\mathrm{T}}\theta_k$, $S_0^{d,i}=\frac{h}{2}S_0^{d,i-1}$. (14)

利用上述实现算法进行 SCS 辨识的递推算法步骤可总结如下:

步骤 1 确定模型阶次 n_a,n_b 和 n_c,采样周期 h,滤波器 $D(S)$,以及辨识初值 θ_0 和 P_0;

步骤 2 对输入输出采样,并基于采样值 u_{k+1} 和 y_{k+1},计算数值滤波值 u_{k+1}^f 和 y_{k+1}^f;

步骤 3 由式(10)计算 $S_k^{y,i}$ 和 $S_k^{u,i}$,并由式(11)和(12)迭代计算 $S_k^{\varphi,i}$ 和 φ_k;

步骤 4 由式(14)计算 $S_k^{d,i}$,然后利用式(13)计算 θ_{k+1} 和 P_{k+1} 返回步骤 2 递推.

3 龙格-库塔(Runge-Kutta)法求解连续 ELS 法

龙格-库塔(R-K)法是一种精度较高的常微分方程数值解法[7]. 由于该方法的精度与信号的光滑性有关,考虑到 SCS 信号光滑性的原因,这里仅讨论用二阶 R-K 法来求解 ELS. 由 R-K 法,可得如下 ELS 辨识的数值实现算法:

$$\theta_{k+1}=\theta_k+\frac{1}{2}(K_{\theta,1}+K_{\theta,2}),\quad P_{k+1}=P_k+\frac{1}{2}(K_{P,1}+K_{P,2}), \tag{15}$$

$$K_{\theta,1}=P_k\varphi_k(S_k^{d,0}+\sum_{i=1}^{n_d}d_iS_k^{d,i}),\quad K_{P,1}=-hP_k\varphi_k\varphi_k^{\mathrm{T}}P_k, \tag{16}$$

$$K_{\theta,2}=(P_k+K_{P,1})\tilde{\varphi}_{k+1}(\tilde{S}_{k+1}^{d,0}+\sum_{i=1}^{n_d}d_i\tilde{S}_{k+1}^{d,i}), \tag{17}$$

$$K_{P,2}=-h(P_k+K_{P,1})\tilde{\varphi}_{k+1}\tilde{\varphi}_{k+1}^{\mathrm{T}}(P_k+K_{P,1}), \tag{18}$$

其中 $\tilde{S}_{k+1}^{d,i}=S_k^{d,i}+\frac{h}{2}(\tilde{S}_{k+1}^{d,i-1}+S_k^{d,i-1})$, 边界: $\tilde{S}_{k+1}^{d,0}=y_{k+1}^f-y_k^f-h\tilde{\varphi}_{k+1}^{\mathrm{T}}(\theta_k+K_{\theta,1})$. (19)

在上述递推计算式中,$\tilde{\varphi}_{k+1}$ 为如下迭代算法中迭代变量 $\tilde{\varphi}_{k+1}(n)$ 的收敛值

$$\tilde{\varphi}_{k+1}(n)=[S_{k+1}^{y,0}\ \cdots\ S_{k+1}^{y,n_a-1}\ \ S_{k+1}^{u,0}\ \cdots\ S_{k+1}^{u,n_b-1}\ \ \tilde{S}_{k+1}^{\varphi,1}(n)\ \cdots\tilde{S}_{k+1}^{\varphi,n_c}(n)]^{\mathrm{T}}. \tag{20}$$

其中

$$\tilde{S}_{k+1}^{\varphi,i}(n+1)=S_k^{\varphi,i}+\frac{h}{2}[\tilde{S}_{k+1}^{\varphi,i-1}(n)+S_k^{\varphi,i-1}],\ \text{边界}:\tilde{S}_{k+1}^{\varphi,0}(n+1)=\tilde{\varphi}_{k+1}^{\mathrm{T}}(n)(\theta_k+K_{\theta,1}). \tag{21}$$

类似于前节的欧拉法实现算法计算步骤,也可总结出 R-K 法实现算法的计算步骤. 在计算中,各计算式的计算顺序为:

(10)→(11)~(12)→(14)→(16)→(20)~(21)→(19)→(17)~(18)→(15).

4　仿真和结束语

例 1　考虑如下二阶随机连续线性系统

$$(1+4S+3S^2)\mathrm{d}y_t = 2u_t\mathrm{d}t + (1+0.3S)\mathrm{d}w_t. \quad (22)$$

所选择的滤波器 $D(S)=1+0.8S$，仿真过程如下：1) 先以步长为 0.005 的数值方法模拟连续系统(22) 的运行，其中 u_t 为 $\sin(0.7t)+0.5\sin(0.2t)$，$\mathrm{d}w_t$ 为$[-\gamma\mathrm{d}t,\gamma\mathrm{d}t]$ 区间的高斯分布白噪声. 2) 以步长 0.08 获取前一步系统模拟运行中的 u_t 和 y_t 的采样值. 由于此时步长为系统模拟运行中步长的 16 倍，故大致可认为估计中数据取自真正的随机连续系统. 3) 分别采用基于欧拉法和 R-K 法的 ELS 数值实现方法辨识系统(22).

仿真结果如表 1 所示，其中仿真时间为 80s(即递推次数为 1000 次). 由表 1 知，本文的 ELS 辨识数值实现方法是十分有效的，尤其 R-K 实现更佳. 由于 SCS 的 ELS 辨识的一致收敛性已经得到证明，因此讨论其实现方法是具有意义的. 本文的工作还可以向基于 ELS 辨识的 SCS 自适应控制方面推广.

表 1　计算机仿真结果

	欧拉法				龙格-库塔法			
	a_1	a_2	b_1	c_1	a_1	a_2	b_1	c_1
$\gamma=0.1$	3.9844	3.0107	1.9949	0.2621	4.0114	3.0095	1.9966	0.2668
$\gamma=0.5$	3.9617	2.9641	1.9892	0.2065	4.0352	3.0247	1.9908	0.2274
$\gamma=1.0$	3.9365	2.9462	1.9757	0.1771	4.0477	3.0429	1.9817	0.1938
真　值	4.0	3.0	2.0	0.3	4.0	3.0	2.0	0.3

参　考　文　献

1 Chen, H. F. and Moore, J. B.. Convergence rate of continuous time stochastic ELS parameter estimation. IEEE Trans. Automat. Contr., 1987, AC-32: 267—269

2 Gevers. M., Goodwin, G. C. and Wertz, V.. Continuous-time stochastic adaptive tracking. SIAM J. Control and Optim., 1991, 29: 264—282

3 Sagara. S., Yang, Z. J. and Wada. K.. Recursive identification algorithms for continuous systems using an adaptive procedure. Int. J. Control, 1991, 53(2): 391—409

4 Zhao, M. W.. Markov Parameter estimation for stochastic continuous systems via Chebyshev polynomials. Preprints of The 10th IFAC/IFORS Symp. on Syst. Iden., Finland, 1994

5 赵明旺. 线性连续回归模型基于 Laguerre 多项式逼近的 Markov 参数估计. 数值计算与计算机应用, 1995, 16(2): 127—133

6 冯纯伯, 史维. 自适应控制(附录 E). 北京: 电子工业出版社, 1986

7 李庆扬等. 数值分析. 武汉: 华中工学院出版社, 1983

ELS Identification and Its Numerical Realization for Stochastic Continuous Systems Based on Filtering Technique

ZHAO Mingwang

(Department of Automation, Wuhan Yejin University of Science & Technology · Wuhan, 430081, PRC)

Abstract: For the low-order disturbance model, how to choose the filter is discussed in this paper, so that the SPR condition of the consistently convergence of the continuous ELS identification for stochastic continuous systmes based on filtering of the input and output is satisfied. Then two kinds of numerical realizations of the ELS method are given based on the numerical integral and the numerical solution for ordinary differential equations. Simulation results show the effectiveness of these realization methods.

Key words: stochastic continuous systems; system identification; least squares method; numerical solution of ordinary differential equations; Wiener process

本文作者简介

赵明旺 1964 年生. 1990 年毕业于浙江大学工业控制研究所, 获博士学位, 现为武汉冶金科技大学自动化系教授, 研究生处处长. 主要研究方面为系统辨识和自适应控制, 鲁棒控制和智能控制.

《人工生命理论及其应用》出版

人工生命是通过人工方式分析、建模和构造具有仿真生命特征的系统的科学，它是继人工智能、神经网络之后又一门新兴的交叉性前沿学科. 人工生命这个学科历经了十年，已在国际学术界获得了独立学科的地位. 目前该学科在理论、方法和技术研究的同时，已逐渐走向针对实际对象的应用领域.

刘健勤所著《人工生命理论及其应用》已由冶金工业出版社出版. 全书共分七章，第一章为概论，介绍人工生命学科的由来、发展过程、特点及发展趋势，以使读者了解前沿领域的课题和研究方向；第二章是人工生命的生物学基础，力图给出其必要的生物学背景知识；第三章强调了遗传算法的算法功能，并辅以实例分析；第四章着重探讨遗传编程的编程技术和软件设计方法，并引入了软件工程的编程风格和策略；第五章介绍了进化计算的计算体系结构和有关理论特点，集中阐述了进化计算的理论框架和主要技术范围；第六章主要讨论人工生命中的核心问题——建模及进化动力学机制，其中包括了创发性、生物混沌学等方面在国际上的最新研究成果，并结合笔者科研实践给出分析实例；第七章通过两个应用实例探索人工生命技术在应用中所应采取的策略和方法.

此书由冶金工业出版社出版. 地址：北京沙滩嵩祝院北巷 39 号，邮编 100009.

(魏敏洁　盛津芳)