

一类不确定非线性系统的鲁棒输出反馈控制*

陈卫田 周绍生 颜世田 初学导

(曲阜师范大学自动化研究所·山东曲阜, 273165)

摘要: 本文考虑一类具有输出反馈标准形的非线性系统的输出反馈控制问题. 为了给出其不同于自适应控制的解决办法, 设计出了新的鲁棒输出反馈控制方案. 该方案不需辨识系统未知参数, 也不需知道未知参数向量的上界, 就能保证所有控制系统信号的全局有界性. 并且通过控制器参数的适当选择, 可以使系统跟踪误差达到任意小. 仿真结果表明可以获得良好的跟踪效果.

关键词: 非线性系统; 输出反馈; 鲁棒控制

1 引言

本文研究如下具有输出反馈标准形系统的输出反馈跟踪问题:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= x_{i+1} + \phi_{0i}(y) + \sum_{j=1}^{\rho} \theta_j \phi_{ji}(y), \quad 1 \leq i \leq \rho - 1, \\ \dot{x}_i &= x_{i+1} + \phi_{0i}(y) + \sum_{j=1}^{\rho} \theta_j \phi_{ji}(y) + b_{n-i} \sigma(y) u, \quad \rho \leq i \leq n - 1, \\ \dot{x}_n &= \phi_{0n}(y) + \sum_{j=1}^{\rho} \theta_j \phi_{jn}(y) + b_0 \sigma(y) u, \\ y &= x_1. \end{aligned} \tag{1}$$

其中 $\theta = [\theta_1, \dots, \theta_\rho]^T \in \mathbb{R}^\rho$ 与 $b = [b_{n-\rho}, \dots, b_1, b_0]^T \in \mathbb{R}^{n-\rho+1}$ 是未知常参数向量.

针对上述系统, [1~5] 给出了具有全局稳定性的输出反馈自适应控制方案. 最早的输出反馈自适应控制方案由 Kanellakopoulous I. 等在 [1]、[2] 中给出, 但对系统的结构及非线性的增长条件有严格的限制. [3] 去掉了关于增长条件的限制, 但仍然受到如下结构方面的限制: 即输出的非线性函数不能出现在控制输入之前. 利用递推设计方法, [4] 彻底去掉了上述结构方面的限制, 从而使得非线性的输出反馈自适应控制取得了突破性进展. 为了降低补偿器维数并对控制器进行简化, [5] 提出了一种新的输出反馈自适应控制方案. 由于人们大都将注意力集中在设计自适应控制上, 因而到目前为止, 针对 (1) 的鲁棒控制方案尚不多见. 与自适应控制方案不同, 本文将从另一个角度出发来考虑 (1) 的控制问题. 即我们不去辨识 (1) 中的未知参数, 而是通过设计鲁棒输出反馈控制器来解决系统 (1) 的控制问题. 本文研究的主要目的是:

1) 提供不同于自适应控制的解决方法, 从而为系统 (1) 的控制问题提供一条新的解决途径.

2) 自适应控制需要进行参数辨识, 因而在未知参数较多时, 其闭环系统动态阶次就会变得较高, 这将增加控制系统实现的困难. 本文设计的鲁棒控制器, 其闭环系统则具有较低的动态阶次.

3) 现有自适应控制方案难于推广到 (1) 存在有界扰动的情形, 但本文控制方案稍加修改即可推广到这种情形.

* 国家自然科学基金(青年)基金(69674001)和山东省自然科学基金(青年)基金(Q97G02159)资助.

本文于 1996 年 12 月 4 日收到. 1997 年 8 月 20 日收到修改稿.

为了解决系统(1)的输出反馈控制问题,作如下假设:

A1.1) ϕ_{ji} ($0 \leq j \leq p, 1 \leq i \leq n$) 已知且关于其变量存在 $n-i$ 阶连续偏导数. $\sigma(y)$ 具有连续导函数, 且 $\forall y, \sigma(y) \neq 0$.

A1.2) $b_{n-\rho}$ 的符号已知, 且多项式 $B(s) = b_{n-\rho}s^{n-\rho} + \dots + b_1s + b_0$ 是 Hurwitz 多项式.

注 1 假设 A1.2) 对应于线性系统的高频增益符号已知与最小相位假设.

对参考信号 y_r 作假设:

A1.3) y_r 及其前 ρ 阶导数已知且有界, 并且 $y_r^{(\rho)}$ 分段连续.

2 滤波器设计

由于只有输出 y 也就是状态 x_1 可以直接得到, 因此必须设计滤波器来估计状态 x_2, \dots, x_n . 选择增益向量 $k_0 = [k_{01}, \dots, k_{0n}]^T$ 使得 A_0 为 Hurwitz 的, 并将系统(1)重写为

$$\dot{x} = A_0x + k_0y + \phi_0 + \sum_{j=1}^p \theta_j \phi_j + b\sigma(y)u, \quad y = C^T x. \quad (2)$$

其中

$$A_0 = \begin{pmatrix} -k_{01} & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & 0 & \ddots & 0 \\ -k_{0n-1} & 0 & \dots & 1 \\ -k_{0n} & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ b_{n-\rho} \\ \vdots \\ b_0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (3)$$

$$\phi_j = [\phi_{j1}, \dots, \phi_{jn}]^T, \quad 0 \leq j \leq n. \quad (4)$$

构造如下滤波器

$$\begin{cases} \dot{\xi}_0 = A_0 \xi_0 + k_0 y + \phi_0; \\ \dot{\xi}_j = A_0 \xi_j + \phi_j, \quad 1 \leq j \leq p; \\ \dot{v}_j = A_0 v_j + e_{n-j} \sigma(y) u, \quad 0 \leq j \leq n - \rho. \end{cases} \quad (5)$$

其中 $e_i^T = (0 \dots 0 \ 1 \ 0 \dots 0)$ 为 \mathbb{R}^n 空间的第 i 个单位基向量.

若参数向量 θ 与 b 已知, 则可以构造如下 \hat{x} 作为 x 的估计.

$$\hat{x} = \xi_0 + \sum_{j=1}^p \theta_j \xi_j + \sum_{j=0}^{n-\rho} b_j v_j. \quad (6)$$

令 $\epsilon = x - \hat{x}$, 则易于推出

$$\dot{\epsilon} = A_0 \epsilon. \quad (7)$$

由于 A_0 是 Hurwitz 的, 则显然有 $\epsilon(t) \rightarrow 0$, 即有 $\epsilon_i(t) \rightarrow 0, 1 \leq i \leq n$.

3 鲁棒输出反馈控制器设计

设计目标是使一个李雅普诺夫函数 V_ρ 的导数满足下式:

$$\dot{V}_\rho \leq -2\lambda V_\rho + M, \quad (8)$$

其中 λ 与 M 是两个正常数, 将在后面的设计中给出.

本节采用递推设计方法进行鲁棒输出反馈控制器设计. 该方法的主要思想是, 每一步都通过定义一个新的坐标变量(即后面定义的 $z_i, 1 \leq i \leq \rho$) 引入一个设计函数(即后面定义的 $\alpha_i, 1 \leq i \leq \rho - 1$), 并定义一个李雅普诺夫函数(即后面定义的变量 $V_i, 1 \leq i \leq \rho - 1$), 通过设计函数的适当选择, 使得该李雅普诺夫函数尽可能靠近(8). 在最后一步, 控制 u 出现, 通过适当选取控制律使 V_ρ 满足(8).

第一步 令 $z_1 = x_1 - y_r = y - y_r$, 由(1)及(6), 注意到 $\varepsilon = x - \hat{x}$, 经整理得到

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 = & -c_1 z_1 - k_1 z_1 + \varepsilon_2 + b_{n-\rho} \left\{ \frac{1}{b_{n-\rho}} [c_1 z_1 + k_1 z_1 + \xi_{02} + \phi_{01} - \dot{y}_r] \right. \\ & \left. + \sum_{j=1}^p \frac{\theta_j}{b_{n-\rho}} (\phi_{j1} + \xi_{j2}) + \sum_{j=1}^{n-\rho-1} \frac{b_j}{b_{n-\rho}} v_{j2} + v_{n-\rho 2} \right\} \\ \triangleq & -c_1 z_1 - k_1 z_1 + \varepsilon_2 + b_{n-\rho} \{v_{n-\rho 2} + \bar{\theta}_0^T \omega_1(z_1, C_1 \xi, C_1 v, y_r, \dot{y}_r)\}. \end{aligned} \quad (9)$$

其中 c_1, k_1 为事先选定的正常数, 后面的 c_i, k_i 都是这样的正常数. 且对 $1 \leq i \leq \rho - 1$ 有:

$$\begin{aligned} C_i \xi & \triangleq [\xi_{0i}, \dots, \xi_{0i+1}, \dots, \xi_{\rho i}, \dots, \xi_{\rho i+1}], \\ C_i v & \triangleq [v_{0i}, \dots, v_{0i+1}, \dots, v_{n-\rho-1i}, \dots, v_{n-\rho-1i+1}, v_{n-\rho i}, \dots, v_{n-\rho i}], \\ \bar{\theta}_0 & \triangleq \left[\frac{1}{b_{n-\rho}}, \frac{\theta_1}{b_{n-\rho}}, \dots, \frac{\theta_p}{b_{n-\rho}}, \dots, \frac{b_0}{b_{n-\rho}}, \dots, \frac{b_{n-\rho-1}}{b_{n-\rho}} \right]^T, \\ \omega_1 & \triangleq [c_1 z_1 + k_1 z_1 + \xi_{02} + \phi_{01} - \dot{y}_r, \phi_{11} + \xi_{12}, \dots, \phi_{\rho 1} + \xi_{\rho 2}, v_{02}, \dots, v_{n-\rho-12}]^T. \end{aligned}$$

取 $V_1 = \frac{1}{2} z_1^2$, 并令 $z_2 = v_{n-\rho 2} - \alpha_1$, 对 V_1 求导易推得

$$\dot{V}_1 \leq -c_1 z_1^2 + \frac{|\varepsilon_2|^2}{4k_1} + b_{n-\rho} z_1 \{z_2 + \alpha_1 + \bar{\theta}_0^T \omega_1\}. \quad (10)$$

因为 $b_{n-\rho}$ 符号已知, 可取

$$\alpha_1(z_1, C_1 \xi, C_1 v, y_r, \dot{y}_r) = -\operatorname{sgn}(b_{n-\rho}) k_1 z_1 \|\omega_1\|^2,$$

代入上式可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 & \leq -c_1 z_1^2 + \frac{|\varepsilon_2|^2}{4k_1} - k_1 |b_{n-\rho}| z_1^2 \|\omega_1\|^2 + |b_{n-\rho}| \|\bar{\theta}_0\| |z_1| \|\omega_1\| + b_{n-\rho} z_1 z_2 \\ & \leq -c_1 z_1^2 + \frac{|\varepsilon_2|^2}{4k_1} + \frac{|b_{n-\rho}| \|\bar{\theta}_0\|^2}{4k_1} + b_{n-\rho} z_1 z_2. \end{aligned} \quad (11)$$

第二步 对 $z_2 = v_{n-\rho 2} - \alpha_1$ 两边求导, 并令 $z_3 = v_{n-\rho 3} - \alpha_2$, 整理可得

$$\dot{z}_2 = z_3 + \alpha_2 + \Psi_2 + \bar{\theta}^T \omega_2 + \frac{\partial z_2}{\partial y}(z_1, C_1 \xi, C_1 v, y_r, \dot{y}_r) \varepsilon_2. \quad (12)$$

其中

$$\begin{aligned} \bar{\theta}^T & = (\theta_1, \dots, \theta_p, b_0, b_1, \dots, b_{n-\rho}), \\ \Psi_2(z_1, z_2, C_2 \xi, C_2 v, y_r, \dot{y}_r, \ddot{y}_r) & = -k_{02} v_{n-\rho 1} - \frac{\partial \alpha_1}{\partial y} (\xi_{02} + \phi_{01} + \varepsilon_2) - \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_r} \dot{y}_r - \frac{\partial \alpha_1}{\partial \ddot{y}_r} \ddot{y}_r \\ & \quad - \frac{\partial \alpha_1}{\partial \xi_0} (A_0 \xi_0 + k_0 y + \phi_0(y)) - \sum_{j=1}^p \frac{\partial \alpha_1}{\partial \xi_j} (A_0 \xi_j + \phi_j(y)) \\ & \quad - \sum_{j=0}^{n-\rho-1} \frac{\partial \alpha_1}{\partial v_{j2}} (v_{j3} - k_{02} v_{j1}), \\ \omega_2(z_1, z_2, C_1 \xi, C_1 v, y_r, \dot{y}_r) & = -\frac{\partial \alpha_1}{\partial y} \omega. \end{aligned}$$

取 $V_2 = V_1 + \frac{1}{2} z_2^2$, 并令

$$\alpha_2(z_1, z_2, C_2 \xi, C_2 v, y_r, \dot{y}_r, \ddot{y}_r) = -c_2 z_2 - \Psi_2 - k_2 z_2 \|\bar{\omega}_2\|^2 - k_2 z_2 \left(\frac{\partial z_2}{\partial y}\right)^2. \quad (13)$$

其中 $\bar{\omega}_2^T = \omega_2^T + (0, \dots, z_1)^T$.

对 V_2 求导, 经整理可得

$$\dot{V}_2 \leq -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 + \frac{|\epsilon_2|^2}{4k_1} + \frac{|\epsilon_2|^2}{4k_2} + \frac{|b_{n-\rho}| \|\bar{\theta}_0\|^2}{4k_1} + \frac{\|\bar{\theta}\|^2}{4k_2} + z_2 z_3. \quad (14)$$

第 i 步 ($3 \leq i \leq \rho - 1$) 对 $z_i = v_{n-\rho i} - \alpha_{i-1}(z_1, \dots, z_{i-1}, C_{i-1}\xi, C_{i-1}v, y_r, \dots, y_r^{(i-1)})$ 两边求导, 并令 $z_{i+1} = v_{n-\rho(i+1)} - \alpha_i$, 与第二步类似整理可得

$$\dot{z}_i = z_{i+1} + \alpha_i + \Psi_i + \bar{\theta}^T \omega_i + \frac{\partial z_i}{\partial y} \epsilon_2. \quad (15)$$

取 $V_i = V_{i-1} + \frac{1}{2} z_i^2$, 并令

$$\alpha_i(z_1, \dots, z_i, C_i \xi, C_i v, y_r, \dots, y_r^{(i)}) = -c_1 z_i - z_{i-1} - \Psi_i - k_i z_i \|\omega_i\|^2 - k_i z_i \left(\frac{\partial z_i}{\partial y}\right)^2. \quad (16)$$

对 V_i 求导, 经整理可得

$$\dot{V}_i \leq -\sum_{j=1}^i c_j z_j^2 + \sum_{j=1}^i \frac{|\epsilon_2|^2}{4k_j} + \frac{|b_{n-\rho}| \|\bar{\theta}_0\|^2}{4k_1} + \sum_{j=2}^i \frac{\|\bar{\theta}\|^2}{4k_j} + z_i z_{i+1}. \quad (17)$$

第 ρ 步 对 $z_\rho = v_{n-\rho\rho} - \alpha_{\rho-1}(z_1, \dots, z_{\rho-1}, C_{\rho-1}\xi, C_{\rho-1}v, y_r, \dots, y_r^{(\rho-1)})$ 两边求导, 整理可得

$$\dot{z}_\rho = \sigma(y)u + v_{n-\rho\rho+1} + \Psi_\rho + \bar{\theta}^T \omega_\rho + \frac{\partial z_\rho}{\partial y} \epsilon_2. \quad (18)$$

(18) 中控制 u 已经出现, 取 $V_\rho = V_{\rho-1} + \frac{1}{2} z_\rho^2$, 下面设计控制 u 以使得 V_ρ 具有 (8) 的形式.

对 V_ρ 求导, 整理可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_\rho \leq & -\sum_{j=1}^{\rho-1} c_j z_j^2 + \sum_{j=1}^{\rho-1} \frac{|\epsilon_2|^2}{4k_j} + \frac{|b_{n-\rho}| \|\bar{\theta}_0\|^2}{4k_1} + \sum_{j=2}^{\rho-1} \frac{\|\bar{\theta}\|^2}{4k_j} \\ & + z_\rho [\sigma(y)u + v_{n-\rho\rho+1} + \Psi_\rho + \bar{\theta}^T \omega_\rho + \frac{\partial z_\rho}{\partial y} \epsilon_2 + z_{\rho-1}]. \end{aligned} \quad (19)$$

由于 $\forall y, \sigma(y) \neq 0$, 所以可取如下控制律

$$u = -\frac{1}{\sigma(y)} [c_\rho z_\rho + z_{\rho-1} + v_{n-\rho\rho+1} + \Psi_\rho + k_\rho z_\rho \|\omega_\rho\|^2 + k_\rho z_\rho \left(\frac{\partial z_\rho}{\partial y}\right)^2]. \quad (20)$$

将 (19) 代入 (20) 中整理可得

$$\dot{V}_\rho \leq -\sum_{j=1}^{\rho} c_j z_j^2 + \sum_{j=1}^{\rho} \frac{|\epsilon_2|^2}{4k_j} + \frac{|b_{n-\rho}| \|\bar{\theta}_0\|^2}{4k_1} + \sum_{j=2}^{\rho} \frac{\|\bar{\theta}\|^2}{4k_j}. \quad (21)$$

注意到 $\epsilon_2 \rightarrow 0, \bar{\theta}_0, \bar{\theta}$ 是常参数, 所以存在 M 使得

$$\sum_{j=1}^{\rho} \frac{|\epsilon_2|^2}{4k_j} + \frac{|b_{n-\rho}| \|\bar{\theta}_0\|^2}{4k_1} + \sum_{j=2}^{\rho} \frac{\|\bar{\theta}\|^2}{4k_j} \leq M.$$

取 $\lambda = \min\{c_i | 1 \leq i \leq \rho\}$, 则由 (21) 可得

$$\dot{V}_\rho \leq -2\lambda V_\rho + M. \quad (22)$$

上式即是 (8) 的形式. 至此, 完成了本节的输出反馈鲁棒控制器设计.

注 2 当系统 (1) 第 i 个状态方程存在有界扰动 $d_i(t)$ 时, 尽管 $\epsilon(t)$ 不再趋于零, 但仍然有界. 只要把上述设计过程中的所有 $\epsilon_2(t)$, 都变成 $\epsilon_2(t) + d_1(t)$, 就可以得到系统存在有界扰动时的设计过程. 事实上, 鲁棒控制器 (20) 可以直接用于存在有界扰动的情形而不必作任何修改. 因此, 本文设计方法具有更为广泛的适用范围.

4 鲁棒稳定性分析

本节将对上节设计的控制器的鲁棒性进行分析. 主要结果由下面的定理给出.

定理 4.1 在假设 A1.1~A1.3 下,将上节设计的鲁棒输出反馈控制器(20)应用于系统(1),则控制系统所有信号全局有界,且

$$|y - y_r| \leq \sqrt{2V_\rho(0)}e^{-\lambda t} + \sqrt{\frac{M}{\lambda}}, \quad (23)$$

λ, M 的定义见上节.

证 见附录 A.

推论 4.2 在定理 4.1 的条件下,对给定的 $\delta > 0$,只要 $c_i, k_i (1 \leq i \leq n)$ 选得充分大,总存在时间 T ,当 $t \geq T$ 时有 $|y - y_r| \leq \delta$.

证 由(23)并注意到 λ 和 M 的定义,易证引理结论成立.

注 3 由上述引理可知,若想使跟踪误差尽可能小,可以把控制器参数选的尽量大.

5 一个设计例子及仿真结果

考虑如下非线性系统的跟踪问题.

$$\dot{x}_1 = x_2 + \theta x_1^2, \quad \dot{x}_2 = u, \quad y = x_1. \quad (24)$$

其中 θ 是未知参数.

取 $k_0 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$, 则由(24)可以定义如下滤波器

$$\dot{\xi}_0 = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} \xi_0 + \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} y, \quad \dot{\xi}_1 = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} \xi_1 + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} y^2, \quad \dot{v}_0 = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} v_0 + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u.$$

利用第三节的设计方法,可设计出如下鲁棒输出反馈控制器:

$$u = -c_2 z_2 - (y - y_r) - k_2 z_2 \left(\frac{\partial \alpha_1}{\partial y}\right)^2 [1 + (\xi_{12} + y^2)^2] + 2v_{01} + \frac{\partial \alpha_1}{\partial y} (v_{02} + \xi_{02}) + 2(\xi_{02} - y) + 4k_1 \xi_{11} (y - y_r) (\xi_{12} + y^2) + [c_1 + k_1 + k_1 (\xi_{12} + y^2)^2] \dot{y} + \ddot{y}.$$

其中

$$z_2 = v_{02} + (c_1 + k_1)(y - y_r) + \xi_{02} + k_1(y - y_r)(\xi_{12} + y^2)^2 - \dot{y}_r, \\ \frac{\partial \alpha_1}{\partial y} = -[c_1 + k_1 + 2k_1(\xi_{12} + y^2)^2 + 4k_1 y (y - y_r) (\xi_{12} + y^2)].$$

仿真取 $\theta = 2$ (但假设未知), $y_r = \sin t$. 仿真结果由图 1、图 2 给出. 初值为

$$x_1(0) = 0.5; \quad x_2(0) = 1,$$

$$\xi_{02}(0) = \xi_{12}(0) = v_{02}(0) = 1;$$

$$\xi_{01}(0) = \xi_{11}(0) = v_{01}(0) = 0.5.$$

比较两图可以看出,增大参数 c_1, c_2, k_1, k_2 ,跟踪误差会随之减小.这与引理 4.2 的结论是一致的.当参数上界未知时,若取 $c_1 = c_2 = k_1 = k_2 = k$,由定理 4.1,则不论 k 取何正数,闭环系统总是稳定的.但为了使跟踪误差尽可能小, k 应尽量取大一点.事实上,这时整个闭环控制系统只需调节一个参数 k . 仿真结果表明,

采用本文的鲁棒控制方案可以获得良好的跟踪效果.

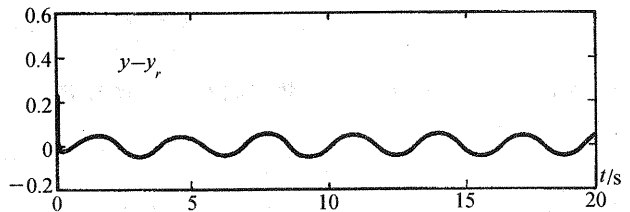


图 1 $c_1=c_2=k_1=k_2=10$ 时的跟踪误差

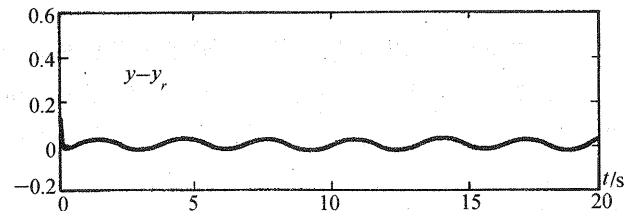


图 2 $c_1=c_2=k_1=k_2=20$ 时的跟踪误差

6 结 论

本文针对一类非线性系统给出了一种新的鲁棒控制设计方案. 并证明了该方案在较弱条件下就可以保证整个闭环系统所有信号的全局有界性, 通过控制器参数的适当选择, 可以使跟踪误差充分小. 该方案不仅给出了这类系统的不同于自适应控制的解决方法, 而且容易推广到存在有界扰动的非线性系统, 因而有更广的适用范围.

参 考 文 献

- 1 Kanellakopoulos, I., Kokotovic, P. V. and Middleton, R. H. . Observer-based adaptive output-feedback control of nonlinear systems under matching conditions. Proc. ACC, 1990, 549—555
- 2 Kanellakopoulos, I., Kokotovic, P. V. and Middleton, R. H. . Indirect adaptive output-feedback control of a class of nonlinear systems. 29th CDC, 1990, 2714—2719
- 3 Kanellakopoulos, I., Kokotovic, P. V. and Morse A. S. . Adaptive output-feedback control of systems with output nonlinearities. IEEE Trans. Automat. Contr. , 1992, 37(11):1666—1682
- 4 Marino, R. and Tomei, P.. Global adaptive output-feedback control of nonlinear systems, part I: Linear parameterization. IEEE Trans. Automat. Contr. , 1993, 38(1):17—32
- 5 Kanellakopoulos, I. and Kristic, M. . Kokotovic P. V. . K-Adaptive control of output-feedback nonlinear systems. 32th CDC, 1993, 1061—1066

附录 A

定理 4.1 的证明: 篇幅所限, 只给出简要过程.

首先写出以 $z_i (1 \leq i \leq \rho)$ 为变量的非线性微分方程. 根据假设 A1.1~A1.3, 它的解存在唯一, 设其解的最大存在的区间为 $[0, t_f]$, 取 Lyapunov 函数为 $V_\rho = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{\rho} z_j^2$, 则由 (22) 易证, 在解的最大存在区间 $[0, t_f]$ 上有 $V_\rho(t) \leq V_\rho(0)e^{-2\lambda t} + \frac{M}{2\lambda}$, 从而有 $z_i (1 \leq i \leq \rho)$ 在 $[0, t_f]$ 上有界. 由 z_1 在 $[0, t_f]$ 上有界, 并注意到 y_i 有界, 容易推出 y 在 $[0, t_f]$ 上有界, 而 y 在 $[0, t_f]$ 上有界又意味着 $\exists \delta > 0$ 使得 $|\sigma(y)| \geq \delta$.

考察 (5) 式, y 在 $[0, t_f]$ 上有界, 显然意味着 ξ_0, \dots, ξ_ρ 有界. 由 (5) 式还可以得到下式

$$v_{n-\rho-j} = e_i^T (sI - A_0)^{-1} e_{\rho+j} \sigma(y) u, \quad 0 \leq j \leq n - \rho, \quad 1 \leq i \leq n. \quad (A1)$$

记 $D = d/dt$, 则 (1) 可写成下式

$$D^n y = \sum_{i=1}^n D^{n-i} [\phi_{0i} + \sum_{j=1}^{\rho} \theta_j \phi_{ji}] + \sum_{i=\rho}^n b_{n-\rho} D^{n-i} [\sigma(y) u]. \quad (A2)$$

记任意指数稳定的相对阶大于或等于 i 的传递函数为 $H_i(s)$, 并令 $\gamma_\rho = H_\rho(s) [\sigma(y) u]$. 因此, 由 y 有界, 利用 (A1) 及 (A2) 易证 $\gamma_\rho = H_\rho(s) [\sigma(y) u]$ 有界. 同样可依次证得 $H_i(s) [\sigma(y) u], 1 \leq i \leq \rho$ 有界. 由 $H_i(s) [\sigma(y) u]$ 有界, 注意到 A_0 的特殊形式, 由 (A1) 易于证明 $v_{ji}, 0 \leq j \leq n - \rho, 1 \leq i \leq n$ 对应的从 $\sigma(y) u$ 到 v_{ji} 的传递函数属于 $\{H_i(s); 1 \leq i \leq \rho\}$. 因此反复利用 (A1) 可证得 $v_j, 0 \leq j \leq n - \rho$ 有界. 由 $z_i, 1 \leq i \leq \rho$ 以及 $v_{ji}, 0 \leq j \leq n - \rho, 1 \leq i \leq n$ 的有界性, 并注意到 $|\sigma(y)| \geq \delta$, 由 (20) 立即可得 u 有界. 由 \hat{x} 的定义知 \hat{x} 有界, 又由 $\varepsilon(t) \rightarrow 0$ 知 $x(t) = \varepsilon(t) + \hat{x}(t)$ 有界 (上述有界均指在 $[0, t_f]$ 上有界).

至此已证明 $x_i, 1 \leq i \leq n, z_i, 1 \leq i \leq \rho$ 及 $u, y (= x_1)$ 在 $[0, t_f]$ 上的有界性, 并且它们的界只依赖于初始条件, 所以 $t_f = \infty$, 这就证明了闭环系统所有信号的全局有界性, 从而定理第一部分得证.

再注意到 $|y - y_r|^2 = |z_1|^2 \leq 2V_\rho(t)$ 及 $V_\rho(t) \leq V_\rho(0)e^{-2\lambda t} + \frac{M}{2\lambda}$, 定理第二部分得证. 证毕.

Robust Output-Feedback Control of a Class of Uncertain Nonlinear Systems

CHEN Weitian, ZHOU Shaosheng, YAN Shitian and CHU Xuedao

(Institute of Automation, Qufu Normal University • Shandong Qufu, 273165, PRC)

Abstract: In this paper, the robust output-feedback control problems of a class of nonlinear systems in output-feedback canonical forms are considered. In order to give a solution which is different from the adaptive control one, a new robust output-feedback control scheme is designed. The global boundness of all the signals in the control systems can be guaranteed without the need of parameter estimation and without the requirement of knowing the upper bounds of the unknown parameter vectors. The tracking error can be made arbitrarily small through the suitable chosen of the controller parameters. The simulations show that good tracking effects are obtained.

Key words: nonlinear system; output-feedback; robust control

本文作者简介

陈卫田 1967年生, 1996年于上海交通大学获博士学位. 现任曲阜师范大学自动化研究所副教授. 研究领域为不确定系统的自适应控制, 鲁棒控制, 模糊控制.

周绍生 1965年生, 1996年于曲阜师范大学获硕士学位. 现任曲阜师范大学自动化研究所讲师. 研究领域为不确定系统的自适应控制, 模糊控制.

颜世田 1965年生, 1988年毕业于上海机械学院计算机系. 现任曲阜师范大学自动化研究所讲师. 研究领域为计算机控制.

初学导 1939年生, 曲阜师范大学自动化研究所所长, 教授. 发表论文 40 余篇, 其中 12 篇发表于国内外主要学术刊物, 主要研究方向为智能控制与自适应控制.