第 15 卷第 5 期
1998 年 10 月
控制理论与应用
CONTROL THEORY AND APPLICATIONS
Vol. 15, No. 5
Oct., 1998

一类混合动态系统(HDS)的时间最优路由调度*

郑大钟　赵千川
(清华大学自动化系·北京,100084)

摘要:本文研究服务过程为连续动态过程的单服务台型混合动态系统(HDS)的时间最短路由调度问题.通过定义事件函数和估计服务时间,本文证明在一定条件下,可将此类动态调度问题转化为静态调度问题加以求解.

关键词:HDS;事件函数;时间最优路由调度

1 引　言

本文研究一类单服务台型混合动态系统(HDS)的路由调度问题.系统中,顾客仅有离散状态,服务台则为连续动态系统.与传统服务系统不同,这里所研究的 HDS 的服务过程包含两个部分:顾客由一个服务位置到另一服务位置的服务台定位过程和在服务位置上顾客接受服务的过程.通常,定位过程有精度要求,所需时间不但与定位起点和定位终点间的距离有关,而且与服务台的动态特性有关.顾客接受服务的时间常可视为常值.这样,对一批顾客总服务时间最短的路由调度问题,即归结为服务台状态空间中的定位时间最短路由调度问题.相应于这类调度问题的求解算法,可适用于服务台动力学特性易于获取的系统,如计算机(例如 NetWare 服务器)多通道硬盘访问方式的信息存取过程和自动小车向立体仓库存取工件的过程等.

2 系统模型和调度问题的提法

表 SP 为服务台状态空间中的服务位置的集合.对每个服务位置 $x \in SP$,记 $U(x,\varepsilon)$ 为其邻域,ε 表示定位精度.仅当状态进入并保持在邻域内时,认为定位过程已经完成,允许服务顾客,而此位置也就是下一个"点-点"定位过程的起点.定位过程中,服务台状态 $x(t)$ 与当前目标位置 $x_d \in SP$ 的偏差 $e(t) = x(t) - x_d$ 服从一个渐近稳定的线性状态方程

$$\dot{e} = Ae. \tag{1}$$

依据此方程,在定位初始位置 $x(t_0)$ 为已知的条件下,可定出服务台在任意时刻的状态为

$$x(t + t_0) = x_d + \exp(At)(x(t_0) - x_d), \quad t \geqslant 0.$$

设给定 N 个定位目标位置 $x_1, \cdots, x_N \in SP$,表一条访问路径为 $\{\sigma(0), \sigma(1), \cdots, \sigma(N)\}$,即由原点出发遍访各目标位置一次且仅一次的位置顺序序列.再表 $s_{\sigma(k)}$ 为服务台定位于 $x_{\sigma(k)}$ 后对顾客的服务持续时间,并规定 $t_{\sigma(0)} = s_{\sigma(0)} = 0$.显然,目标位置 $x_{\sigma(k)}$ 上服务开始的时间为

$$t_{\sigma(k)} = \inf\{t: t > t_{\sigma(k-1)} + s_{\sigma(k-1)}, \text{且} \ \forall\, p \geqslant 0, \exp(Ap)(x(t) - x_{\sigma(k)}) + x_{\sigma(k)} \in U(x_{\sigma(k)}, \varepsilon)\}.$$

由此,可建立所要优化的问题.

问题 P　表 σ 为路由问题的一条可能路径,S_N 为可能路径的集合.目标函数取为相应于路径 $\sigma \in S_N$ 的总定位时间

$$J(\sigma) = \sum_{k=1}^{N} (t_{\sigma(k)} - t_{\sigma(k-1)} - s_{\sigma(k-1)}), \tag{2}$$

---

* 国家自然科学基金(69684001)和国家攀登计划资助项目.
本文于 1996 年 12 月 9 日收到. 1997 年 9 月 22 日收到修改稿.

寻找一个 σ^* 使

$$J^* = J(\sigma^*) = \min_{\sigma \in S_N} J(\sigma), \tag{3}$$

其中规定 $\sigma(0) = 0$.

不失一般性,将邻域 $U(x_i,\varepsilon)$ 取为一个超球体

$$U(x_i,\varepsilon) = \{x \mid V(x - x_i)^{\frac{1}{2}} \leqslant \varepsilon\}, \quad x_i \in SP.$$

其中,$V(x) = x^\tau Px$,P 为系统(1)的 Lyapunov 方程 $A^\tau P + PA = -Q$ 的正定对称解阵,Q 为任给半正定对称矩阵. 将"服务台在目标位置 $x_{\sigma(k)}$ 上开始服务"定义为一个事件,其发生条件由如下事件函数给出:

$$E_{\sigma(k)}(t) = \begin{cases} 1, & 若 \exists\ p \leqslant t, V(x(p) - x_{\sigma(k)}) = \varepsilon^2; \\ 0, & 其它情况. \end{cases} \tag{4}$$

并且,可直接导出如下的命题.

命题 1　$\inf\{t: E_{\sigma(k)}(t) = 1\} = t_{\sigma(k)}$.

需要指出,在求解上述时间最短路由调度问题时,服务台的真实定位时间是不可能事先确知的. 一个直观的可能办法是,直接采用距离最短路由调度问题代替服务台定位时间最短路由调度问题. 但是,研究表明,距离最短并不蕴含时间最短. 为此,我们采用服务台定位时间的估计值来代替实际定位时间,在此基础上把时间最短路由调度问题转化为一个赋权图的最短 Hamilton 路由问题. 对于后一个路由问题,已有不少有效的启发式算法可供求解.

3　对定位时间的估计

等价地,在"点-点"定位过程中,位于邻域内的不同初始点可看成为是对标称初始点的一个偏差性摄动. 由此,先来估计由初始点的偏差性摄动所引起的定位过程时间的偏差性摄动. 令

$$\Omega = \min\{\sqrt{V(x-y)} \mid \forall\ x,y \in SP, x \neq y\}$$

和

$$\phi(\varepsilon,z) = \left(\frac{\varepsilon^2}{V(z)}\right)^{\frac{\lambda_{\min}(QP^{-1})}{\lambda_{\max}(QP^{-1})}} + 2\left(\frac{\varepsilon^2}{V(z)}\right)^{\frac{\lambda_{\min}(QP^{-1})}{2\lambda_{\max}(QP^{-1})}}. \tag{5}$$

其中 ε 为邻域半径,$\lambda_{\max}(\cdot)$ 和 $\lambda_{\min}(\cdot)$ 分别为所示矩阵的最大和最小特征值. 对满足 $V(z) \geqslant \varepsilon^2$ 的向量 z, 定义其定位时间为

$$\pi(\varepsilon,z) = \{t \mid V(\exp(At)z) = \varepsilon^2\}.$$

进而引入如下的假设.

假设 1　定位精度 ε 满足条件

$$\frac{\varepsilon}{\Omega} \leqslant (\sqrt{2} - 1)^{\frac{\lambda_{\max}(QP^{-1})}{\lambda_{\min}(QP^{-1})}}.$$

在此基础上,可有如下引理.

引理 1　给定向量 $z = x_i - x_j$,表其偏差性摄动为 δ,且有 $\delta^\tau P\delta \leqslant \varepsilon^2$. 取 $\tilde{t} = \pi(\varepsilon, z+\delta)$ 和 $\bar{t} = \pi(\varepsilon,z)$ 分别为摄动和标称定位时间,则在假设 1 下必成立

$$|\tilde{t} - \bar{t}| \leqslant \frac{1}{\lambda_{\min}(QP^{-1})} \ln\left(\max\left(1 + \phi(\varepsilon,z), \frac{1}{1-\phi(\varepsilon,z)}\right)\right). \tag{6}$$

证　见附录.

现采用标称定位时间 $\bar{t}(\sigma,k) = \pi(\varepsilon, x_{\sigma(k-1)} - x_{\sigma(k)})$ 代替实际定位时间 $t_{\sigma(k)} - t_{\sigma(k-1)} -$

$s_{\sigma(k-1)}$，并来导出两者偏差的估计.

定理 1 在假设1下，必成立

$$|\bar{t}(\sigma,k)-(t_{\sigma(k)}-t_{\sigma(k-1)}-s_{\sigma(k-1)})| \leqslant \frac{1}{\lambda_{\min}(QP^{-1})}\ln\left(\max(1+\phi(\varepsilon,x_{\sigma(k-1)}-x_{\sigma(k)}),\frac{1}{1-\phi(\varepsilon,x_{\sigma(k-1)}-x_{\sigma(k)})})\right). \tag{7}$$

证 给定向量 $z=x_{\sigma(k-1)}-x_{\sigma(k)}$，表 $x_{\sigma(k-1)}$ 定位位置的即 z 的偏差性摄动为

$$\delta = x_{\sigma(k-1)} - x(t_{\sigma(k-1)} + s_{\sigma(k-1)}^{-}).$$

其中，$(\cdot)^{-}$ 为左极限，$x(t_{\sigma(k-1)}+s_{\sigma(k-1)}^{-})\in U(x_{\sigma(k-1)},\varepsilon)$. 从而，引理1条件 $\delta^{\tau}P\delta\leqslant\varepsilon^2$ 被满足. 于是引理1中取 $\bar{t}$ 和 $\tilde{t}$ 分别为 $\bar{t}(\sigma,k)$ 和 $(t_{\sigma(k)}-t_{\sigma(k-1)}-s_{\sigma(k-1)})$ 即得(7).

注 如果定位允许误差 ε 不是足够小，假设1可能不满足. 对此，可引入易于满足的较宽条件

$$\frac{\varepsilon}{\Omega}\leqslant\frac{1}{2}. \tag{8}$$

相应的点-点定位时间的估界为

$$(t_{\sigma(k)}-t_{\sigma(k-1)}-s_{\sigma(k-1)}) \geqslant \frac{1}{\lambda_{\max}(QP^{-1})}\ln\left[\frac{V(x_{\sigma(k-1)}-x_{\sigma(k)})}{\varepsilon^2}\left[1-\frac{\varepsilon}{\sqrt{V(x_{\sigma(k-1)}-x_{\sigma(k)})}}\right]^2\right],$$

$$(t_{\sigma(k)}-t_{\sigma(k-1)}-s_{\sigma(k-1)}) \leqslant \frac{1}{\lambda_{\min}(QP^{-1})}\ln\left[\frac{V(x_{\sigma(k-1)}-x_{\sigma(k)})}{\varepsilon^2}\left[1+\frac{\varepsilon}{\sqrt{V(x_{\sigma(k-1)}-x_{\sigma(k)})}}\right]^2\right]. \tag{9}$$

但是，由此将增加估计的保守性.

4 时间最优调度：确定性参数情形

在以标称定位时间 $\bar{t}(\sigma,k)$ 代替真实定位时间 $t_{\sigma(k)}-t_{\sigma(k-1)}-s_{\sigma(k-1)}$ 的基础上，就可引入如下的近似调度问题 $\bar{\mathrm{P}}$ 以代替原调度问题 P.

问题 $\bar{\mathrm{P}}$ 表 σ 为路由问题的一条可能路径，S_N 为可能路径的集合. 目标函数取为相应于路径 $\sigma\in S_N$ 的总标称定位时间

$$\bar{J}(\sigma)=\sum_{k=1}^{N}(\bar{t}(\sigma,k)), \tag{10}$$

寻找一个 σ^* 使

$$\bar{J}^*=\bar{J}(\sigma^*)=\min_{\sigma\in S_N}\bar{J}(\sigma). \tag{11}$$

进而，对 $i,j=0,1,\cdots,N$，令 $w(i,j)=\pi(\varepsilon,x_j-x_i)$ 为相应的点-点定位时间. 那么，以 $N+1$ 个位置 $x_i,i=0,1,\cdots,N$，为顶点，以 $w(i,j)$ 为弧 (x_i,x_j) 的权，可得到一个无向赋权图 G. 问题 $\bar{\mathrm{P}}$ 即等同于图 G 的最短 Halmiton 路由问题，后者可采用启发式算法（如模拟退火法，神经元网络法，遗传算法等）加以求解. 仿真研究表明[4]，当图 G 的顶点数不大于50时，无论是计算精度、计算时间还是计算结果的离散性等，模拟退火法都具有最为良好的性能. 对于路径 σ，显然有 $w(\sigma(k-1),\sigma(k))=\bar{t}(\sigma,k)$. 因此(7)也给出了图 G 的权 w 与相应真实定位时间的偏差估界，并且，由(5)可直接看出

$$\lim_{\varepsilon\to 0}\phi(\varepsilon,x_i-x_j)=0. \tag{12}$$

这表明在定位允许偏差 ε 为充分小时，权 w 与真实定位时间的偏差可为任意小.

下面，给出保证近似调度问题 $\overline{\mathrm{P}}$ 和原调度问题 P 同解的一个充分条件，同时来建立两者目标函数最小值间的关系. 记图 G 的权 w 与真实定位时间的最大偏差值为

$$\Delta(\varepsilon)=\frac{1}{\lambda_{\min}(QP^{-1})}\cdot\ln\left\{\max\left(1+\max_{\substack{i,j=0,1,\cdots,N\\ i\neq j}}\phi(\varepsilon,x_i-x_j),\frac{1}{1-\max\limits_{\substack{i,j=0,1,\cdots N\\ i\neq j}}\phi(\varepsilon,x_i-x_j)}\right)\right\}. \tag{13}$$

再取权 $w(i,j)$ 的上下界为

$$w^{+}(i,j)=w(i,j)+\Delta(\varepsilon), \tag{14}$$

$$w^{-}(i,j)=w(i,j)-\Delta(\varepsilon), \tag{15}$$

由此，在把定理 1 结果作为权估界的基础上，将[2]的极大代数表达式顺序关系鲁棒性的结果应用于权值区间摄动的赋权图最短 Hamilton 路由问题，可导出如下结果.

定理 2　问题 $\overline{\mathrm{P}}$ 的一个最优解 $\bar{\sigma}^{*}$ 在假设 1 下也是问题 P 最优解的一个的充分条件为如下的不等式成立：

$$\sum_{k=1}^{N}w^{+}(\bar{\sigma}^{*}(k-1),\bar{\sigma}^{*}(k))\leqslant\min_{\sigma\in S_N}\sum_{k=1}^{N}w^{\theta(\sigma,\bar{\sigma}^{*},k)}(\sigma(k-1),\sigma(k)), \tag{16}$$

且相应地有

$$J(\bar{\sigma}^{*})=\min_{\sigma\in S_N}J(\sigma), \tag{17}$$

即问题 P 和问题 $\overline{\mathrm{P}}$ 同解. 其中，符号函数 $\theta(\sigma_1,\sigma_2,i)$ 定义为

$$\theta(\sigma_1,\sigma_2,i)=\begin{cases}+, & 若存在\ j\ 使得(\sigma_1(i-1),\sigma_1(i))=(\sigma_2(j-1),\sigma_2(j));\\ -, & 否则.\end{cases} \tag{18}$$

进而，对问题 P 和问题 $\overline{\mathrm{P}}$ 的目标函数最小值的关系，可导出如下结论.

定理 3　设 J^{*} 和 $\bar{J}^{*}$ 分别为问题 P 和问题 $\overline{\mathrm{P}}$ 的目标函数最小值，则在假设 1 下必有

$$|J^{*}-\bar{J}^{*}|\leqslant N\Delta(\varepsilon). \tag{19}$$

证　易知，对任意 $\sigma\in S_N$ 成立

$$|\bar{t}(\sigma,k)-(t_{\sigma(k)}-t_{\sigma(k-1)}-s_{\sigma(k-1)})|\leqslant\Delta(\varepsilon). \tag{20}$$

注意到路径 σ 包含 N 个弧段，故有

$$|\bar{J}(\sigma)-J(\sigma)|\leqslant N\Delta(\varepsilon). \tag{21}$$

显然，上式对最优解 $\bar{\sigma}^{*}$ 同样成立，即有

$$|\bar{J}^{*}-J(\bar{\sigma}^{*})|\leqslant N\Delta(\varepsilon). \tag{22}$$

由此，并根据 J^{*} 和 $\bar{J}^{*}$ 的定义，有

$$J(\sigma)\geqslant(\bar{J}(\sigma)-N\Delta(\varepsilon))\geqslant(\bar{J}^{*}-N\Delta(\varepsilon)). \tag{23}$$

从而，证得

$$\bar{J}^{*}+N\Delta(\varepsilon)\geqslant J(\bar{\sigma}^{*})\geqslant J^{*}\geqslant\bar{J}^{*}-N\Delta(\varepsilon). \tag{24}$$

由定理 3 并结合(13)和(5)即知，问题 $\overline{\mathrm{P}}$ 和问题 P 的目标函数最小值间的偏差，将随允许定位误差 ε 趋于零而趋于零.

5　时间最优调度：参数摄动情形

现来讨论参数摄动 ΔA 对路由调度问题解的影响. 并且，仍然采用相应于标称矩阵 A 导出的事件函数作为判断定位过程是否达到目标位置的准则，即以

$$V(x-x_{\sigma(k)})=(x-x_{\sigma(k)})^{\tau}P(x-x_{\sigma(k)})=\varepsilon^{2} \tag{25}$$

是否成立作为判断准则. 其中, $x_{\sigma(k)}$ 为目标位置,正定阵 P 满足 Lyapunov 方程 $A^{\tau}P + PA = -Q$. 首先,需要引入如下一些引理.

引理 2[5] 对维数相容的任意对称矩阵 A 和 B, 必成立

$$\lambda_{\min}(A) + \lambda_{\min}(B) \leqslant \lambda_{\min}(A + B), \tag{26}$$

$$\lambda_{\min}(A)\lambda_{\min}(B) \leqslant \lambda_{\min}(AB). \tag{27}$$

引理 3[6] 对标称矩阵 A 及其摄动 ΔA,以及任给的一个实数 $a > 0$, 必成立

$$\Delta A^{\tau}P + P\Delta A \leqslant aP^{\tau}P + \frac{1}{a}\Delta A^{\tau}\Delta A, \tag{28}$$

$$\Delta A^{\tau}P + P\Delta A \leqslant aP^{\tau}P + \frac{1}{a}\|\Delta A\|^2 I. \tag{29}$$

现在,就可来给出本节的主要结果. 为此,利用引理 2,以

$$\lambda_{\min}(P^{-1})\left\{\lambda_{\min}(Q - aP^{\tau}P) - \frac{1}{a}\|\Delta A\|^2\right\} \tag{30}$$

和

$$\lambda_{\max}(P^{-1})\{\lambda_{\max}(Q) + 2\|\Delta A\|\ \|P\|\} \tag{31}$$

分别代替确定性参数情形中的 $\lambda_{\min}(QP^{-1})$ 和 $\lambda_{\max}(QP^{-1})$,并相应地定义 $\phi(\varepsilon, z, \Delta A)$ 和 $\Delta(\varepsilon, \Delta A)$.

进而,再引入如下假设.

假设 2 设存在实数 $a > 0$ 使有 $aP^{\tau}P \leqslant Q$, 摄动 ΔA 满足条件 $\|\Delta A\| \leqslant \sqrt{a\lambda_{\min}(Q - aP^{\tau}P)}$, 定位精度 ε 满足条件 $\frac{\varepsilon}{\Omega} \leqslant (\sqrt{2} - 1)^{\frac{\lambda_{\max}(P^{-1})\{\lambda_{\max}(Q)+2\|\Delta A\|\ \|P\|\}}{\lambda_{\min}(P^{-1})\{\lambda_{\min}((Q-aPP))-\frac{1}{a}\|\Delta A\|^2\}}}$.

利用引理 3,通过类似于确定性参数情形下相应的推导,可得到如下结果.

定理 4 在假设 2 下,必成立

$$|\bar{t}(\sigma, k) - (t_{\sigma(k)} - t_{\sigma(k-1)} - s_{\sigma(k-1)})| \leqslant \Delta(\varepsilon, \Delta A). \tag{32}$$

定理 5 在假设 2 下,必成立

$$|J^* - \bar{J}^*| \leqslant N\Delta(\varepsilon, \Delta A). \tag{33}$$

定理 4 给出了参数摄动情形下点-点定位时间的估界. 而定理 5 表明,在参数摄动情形下,当 ε 充分小时,问题 $\bar{\mathrm{P}}$ 和问题 P 的目标函数最小值的偏差仍为充分小.

进一步,把图 G 的权 $w(i,j)$ 的上下界改而取成为

$$w^+(i,j,\Delta A) = w(i,j) + \Delta(\varepsilon, \Delta A), \tag{34}$$

$$w^-(i,j,\Delta A) = w(i,j) - \Delta(\varepsilon, \Delta A), \tag{35}$$

于是,可有如下的结果.

定理 6 设假设 2 满足,表 $\bar{\sigma}^*$ 为问题 $\bar{\mathrm{P}}$ 的一个最优解. 则若有

$$\sum_{k=1}^{N} w^+(\bar{\sigma}^*(k-1), \bar{\sigma}^*(k), \Delta A) \leqslant \min_{\sigma \in S_N} \sum_{k=1}^{N} w^{\theta(\sigma,\bar{\sigma},k)}(\sigma(k-1), \sigma(k), \Delta A), \tag{36}$$

就必成立

$$J(\bar{\sigma}^*) = \min_{\sigma \in S_N} J(\sigma). \tag{37}$$

即问题 P 和问题 $\bar{\mathrm{P}}$ 同解. 其中,符号函数 $\theta(\sigma_1, \sigma_2, i)$ 如(18)所定义.

6 例 子

现以硬盘数据存取为例,说明如何运用本文结果,求解服务时间最短路由调度问题. 信息

存取采用批方式，磁头相当于"服务台"，待存取信息相当于"顾客"，存取过程相当于"服务过程". 磁头驱动器在执行主机的一串指令时，需先根据相应的一串目的地址确定访问路由，尔后按序移动磁头，磁头只有运动到目的地址的精度范围内后，才能对磁盘访问即读/写数据.

系统中，"点-点"服务过程可顺序区分为定位阶段和存/取阶段. 在定位阶段，先使磁盘驱动器的伺服电机从静止加速到额定转速，同时使磁头径向驱动电机相应地运动到目的地点. 根据伺服电机和径向驱动电机的传递函数[1]

$$\frac{\Omega_d(s)}{V_{\text{in}}(s)} = \frac{K_d}{T_d s + 1} \tag{38}$$

和

$$\frac{\Theta_a(s)}{V_{\text{ref}}(s)} = \frac{K_a/T_a}{s^2 + s/T_a + DK_a/T_a}, \tag{39}$$

可直接定出磁头"点-点"定位过程的状态空间描述为

$$\begin{cases} \dot{x} = \begin{bmatrix} \frac{-1}{T_d} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{-DK_a}{T_a} & \frac{-1}{T_a} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} \frac{K_a}{T_a} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u, \\ y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{K_a}{T_a} & 0 \end{bmatrix} x. \end{cases} \tag{40}$$

其中，$\Omega_d(s)$ 和 $V_{\text{in}}(s)$ 及 $\Theta_a(s)$ 和 $V_{\text{ref}}(s)$ 分别为 Laplace 变换下的伺服电机角速度和输入电压及驱动电机角位移和参考电压，T_d 和 T_a 及 K_a 和 K_d 分别为时间常数和增益系数，D 为结构常数. 在存取阶段内，磁头位置始终保持在目标位置的定位精度范围内. 现令各个参数分别取值为 $T_d = 1.0, K_d = 1.0, T_a = 0.6, DK_a = 0.85$. 取 $Q = I$ 为单位阵，定位精度 $\varepsilon = 10^{-4}$. 从初始点 $x_0 = [4.8, 4.5, 0]^\tau$ 出发遍历访问的目标点为 $x_1 = [0, 1.9, 0]^\tau, x_2 = [0, 4.7, 0]^\tau, x_3 = [0, 9.2, 0]^\tau, x_4 = [0, 15.0, 0]^\tau, x_5 = [0, 25.4, 0]^\tau$.

现采用计算机辅助研究，取离散时间步长 $h = 10^{-4}$. 通过数值计算，可定出各个 $\bar{t}$ 值，并组成静态路由问题 $\bar{\text{P}}$. 对问题 $\bar{\text{P}}$，通过寻优过程，可得一个最优解为 $\bar{\sigma}^* = 0 \to 2 \to 1 \to 3 \to 4 \to 5$，对应的标称总定位时间 $\bar{J}(\bar{\sigma}^*) = 63.5089$. 进一步的计算表明，假设 1 成立，且有 $\Delta(\varepsilon) = 0.2126$. 于是由定理 2 知，问题 $\bar{\text{P}}$ 与原时间最短路由调度问题 P 同解，即 $\bar{\sigma}^*$ 为原问题 P 的时间最短最优路径. 此外，直接由仿真得到问题 P 的时间最短路径 σ^* 等同于上述 $\bar{\sigma}^*$，真正的总定位时间 $J(\sigma^*) = 63.5090$. 可见，问题 P 和问题 $\bar{\text{P}}$ 的目标函数最优值的偏差满足定理 3 给出的估计：$J(\sigma^*) - \bar{J}(\bar{\sigma}^*) = 63.5090 - 63.5089 = 0.0001 < 5\Delta(\varepsilon) = 1.063$.

7 结　　论

本文研究了服务台为连续动态系统的一类单服务台型 HDS 的最短服务时间的优化调度问题，所讨论的问题具有明确的工程背景. 通过定义事件函数和以标称定位时间代替实际定位时间. 导出了相应于原问题的一个静态调度问题，并给出了其与原动态调度问题同解的一个充分条件和最优时间偏差的估计. 进而，把研究拓展到对象参数存在摄动的情形，得到了相应的结果. 可以相信，文中给出的结果是工程可应用的.

参考文献

1 Gollu, A. and Varaiya, P.. Hybrid dynamic systems. Proc. 28th CDC, 1989, 2708—2712

2 赵千川，郑大钟. 一类离散事件动态系统事件序列性的鲁棒性研究. 中国控制理论与应用年会论文集，北京：海洋出版社，1993，346—349

3 郑大钟. 线性系统理论. 北京：清华大学出版社，1990

4 王凌，郑大钟. TSP问题次优化求解方法的比较. 控制与决策，1998，13(1)：79—82

5 须田信英著，曹长修译. 自动控制中的矩阵理论. 北京：科学出版社，1979

6 倪茂林，吴宏鑫，线性不确定系统的鲁棒稳定控制器设计. 自动化学报，1992，18(5)：585—589

附　录

关于引理1的证明.

通过直接计算，易得

$$\begin{aligned} &V(\exp(At)(z+\delta)) - V(\exp(At)z) \\ &= V(\exp(At)\delta) + 2(\exp(At)\delta)^{\tau}P\exp(At)z. \end{aligned} \tag{A1}$$

再由[3]可知

$$\exp(-\lambda_{\max}(QP^{-1})t)V(\delta) \leqslant V(\exp(At)\delta) \leqslant \exp(-\lambda_{\min}(QP^{-1})t)V(\delta). \tag{A2}$$

注意到 $\bar{t}$ 的取法，进而有

$$V(\exp(A\bar{t})z) = \varepsilon^2. \tag{A3}$$

于是，可得

$$\bar{t} \geqslant \frac{1}{\lambda_{\max}(QP^{-1})}\ln\left(\frac{V(z)}{\varepsilon^2}\right). \tag{A4}$$

进而，通过推导，得到

$$\exp(-\lambda_{\min}(QP^{-1})\bar{t}) \leqslant \left(\frac{\varepsilon^2}{V(z)}\right)^{\frac{\lambda_{\min}(QP^{-1})}{\lambda_{\max}(QP^{-1})}} \tag{A5}$$

和

$$|(\exp(At)\delta)^{\tau}P\exp(At)z| \leqslant (V(\exp(At)\delta)V(\exp(At)z))^{\frac{1}{2}}. \tag{A6}$$

根据(A5)，(A6)，(A2)和(A1)，并由已知 $\delta^{\tau}P\delta \leqslant \varepsilon^2$，还可得到

$$|V(\exp(A\bar{t})(z+\delta)) - V(\exp(A\bar{t})z)| \leqslant \varepsilon^2\phi(\varepsilon,z), \tag{A7}$$

也即成立

$$\varepsilon^2\{1-\phi(\varepsilon,z)\} \leqslant V(\exp(A\bar{t})(z+\delta)) \leqslant \varepsilon^2\{1+\phi(\varepsilon,z)\}. \tag{A8}$$

此外，由 $\tilde{t}$ 的取法，可知

$$V(\exp(A\tilde{t})(z+\delta)) = \varepsilon^2. \tag{A9}$$

下面，就两种情况分别加以讨论.

情况1　$\tilde{t} \geqslant \bar{t}$. 注意到

$$\tilde{t} - \bar{t} \leqslant \frac{1}{\lambda_{\min}(QP^{-1})}\ln\left(\frac{V(\exp(A\bar{t})(z+\delta))}{V(\exp(A\tilde{t})(z+\delta))}\right) = \frac{1}{\lambda_{\min}(QP^{-1})}\ln\left(\frac{V(\exp(A\bar{t})(z+\delta))}{\varepsilon^2}\right), \tag{A10}$$

并利用(A8)和(A10)，即得

$$\tilde{t} - \bar{t} \leqslant \frac{1}{\lambda_{\min}(QP^{-1})}\ln(1+\phi(\varepsilon,z)). \tag{A11}$$

情况2　$\tilde{t} \leqslant \bar{t}$. 类似地，可得

$$\bar{t} - \tilde{t} \leqslant \frac{1}{\lambda_{\min}(QP^{-1})}\ln\left(\frac{1}{1-\phi(\varepsilon,z)}\right). \tag{A12}$$

结合(A11)和(A12)，证得(6).

Time Optimal Routing for a Class of Hybrid Dynamic Systems (HDS)

ZHENG Dazhong　and　ZHAO Qianchuan
(Department of Automation, Tsinghua University · Beijing, 100084, PRC)

Abstract: This paper studies the time optimal routing problem for a class of single-service-desk-style HDS in which each service process is a continuous dynamic one. By means of defining an event function and estimating the locating times, it is proven that such a dynamic routing problem can be converted, under certain conditions, into a static one which is easy to be solved.

Key words: HDS; event functions; time optimal routing

本文作者简介

郑大钟　见本刊1998年第1期第113页.

赵千川　1969年生. 1996年7月在清华大学获博士学位，现在清华大学自动化系任教. 主要研究方向为DEDS和HDS的控制、优化等.

书　讯

由南京航空航天大学自动控制系教授、博士生导师姜长生等同志编著的《系统理论与鲁棒控制》一书已于1998年8月由航空工业出版社出版.

该书比较系统地总结了自60年代至90年代发展起来的近、现代控制理论的主要内容. 分两大部分：第一部分为系统理论的基础部分，包括时域和频域中的控制理论、方法和设计，特别花较多的篇幅论述了用输出反馈实现特征配置、同时配置极点的解耦控制以及鲁棒跟踪等；第二部分论述了鲁棒控制理论和方法，其中有：时域中的鲁棒控制(摄动系统的鲁棒稳定性，区间系统的鲁棒稳定，鲁棒极点配置，带观测器系统的鲁棒性)，频域中的鲁棒控制(区间多项式的稳定性、系统的奇导值分析设计)，时域中的 H_∞ 控制(系统的 H_∞ 范数，状态反馈和输出反馈的 H_∞ 控制，H_∞ 滤波等)，频域中的 H_∞ 控制(鲁棒稳定问题的定理，Youla 参数化问题，最优 Hankel 范数逼近，模型匹配问题的解法)，鲁棒控制的间隙拓扑方法. 最后较全面系统地介绍了与鲁棒控制密切相关的矩阵方程和线性矩阵不等式的求解. 全书两部分内容有机结合，密切联系，前后呼应，构成一个系统的整体. 读者通过本书的阅读可以从理论到方法掌握系统理论和鲁棒控制的概貌和主要结果，并由此进入鲁棒领域的研究. 全书内容丰富，论述由浅入深，并用丰富的例题解释理论的应用，达到深入浅出的效果. 同时书中还配有大量习题，语言通俗易懂，读者只要具备矩阵理论和经典控制的知识，就可阅读全书. 另外，全书所有标题均配有英文翻译便于读者熟悉专业词汇，有利于阅读英文书刊.

本书适合控制类各专业研究生作教材，也可供相关专业高年级大学生、研究生参考. 也适合高校青年教师和广大科技工作者参考.

全书共103万字，共648页，分十二章，定价每册65元，邮购者请汇款至南京航空航天大学自控系资料室张恂收，邮编210016，支票、信汇，请汇至"南京航空航天大学(三系)066390149000354，交行御分"，并通知张恂即可. 邮购一律免收邮费，款到发书并附正式发票.