

# 梯级水电系统的优化调度算法研究\*

倪二男 管晓宏 李人厚

(西安交通大学系统工程研究所·西安, 710049)

**摘要:** 本文提出的一种求解梯级水电系统优化调度问题的新算法, 能够综合处理离散运行区间、最小启停机时间等离散约束以及水库间的水力耦合网络约束。基于实际系统数据的数值验证表明了本算法的有效性和实用性。

**关键词:** 水电系统优化调度; 大系统递阶优化; 组合优化; 混合规划

## 1 引言

电力系统组合优化调度问题是一个具有多种约束的大系统混合规划问题, 其目的是在满足用户需求等各种约束前提下, 使总发电费用最省。由于该问题是数学上非多项式完备(NP)问题, 其计算量随问题的规模而指数上升, 要得到大型电力系统的最优调度方案几乎是不可能的。特别是梯级水电系统中, 存在水力平衡约束、离散运行区间和离散状态约束(如最小运行/停机时间), 使得问题求解更加困难<sup>[1]</sup>。Lagrange 松弛法是求解水火电联合调度问题的一种成功和有效的方法<sup>[2]</sup>。使用这种方法可以分别求解水火电子问题。但是即便如此, 求解梯级水电问题仍十分困难。在不考虑离散决策变量时, 梯级水电系统优化调度问题可以用动态规划<sup>[3]</sup>、(非)线性规划和网络流算法等求解<sup>[2]</sup>。最近文献[4]提出了基于基因算法的水电问题优化方法。文献[1]指出, 水电机组的启停不仅对系统的经济运行, 而且对水电系统的控制装置和机组设备的维护和使用具有重大影响, 建议在调度过程中考虑这些因素。而(非)线性规划和网络流方法很难处理离散运行区间和离散状态约束。在作者的前期工作中<sup>[5~8]</sup>, 抽水蓄能和火电子系统的离散运行区间和离散状态约束得到综合考虑<sup>[5~7]</sup>, 但在求解水电子系统时没有考虑水库间的水力耦合<sup>[8]</sup>。

本文提出了一种用 Lagrange 松弛法求解梯级水电系统调度的新方法, 能够解决水电系统中的离散运行约束、最小启停机时间约束和水库间水力耦合等各种连续和离散约束。这一方法的基本思想是用 Lagrange 乘子松弛水库库容约束。松弛问题可以进一步分解为单水库调度问题。单水库优化调度时, 可以不用离散化水库蓄水量而直接解出每个运行状态的最优发用电量, 然后用动态规划法高效求出各个时刻的最优运行状态。对偶问题优化中, 用带自适应步长的次梯度法更新 Lagrange 乘子。最后基于已得到的运行状态用非线性网络流算法求出可行解。利用美国东北电力公司(NU)的实际系统数据进行的数值验证表明, 本算法具有优化精度高, 运算速度快的特点, 其计算量与系统规模接近线性关系。与作者以前的工作<sup>[5,6]</sup>一起形成了包含火电、水电、抽水蓄能电站的大型联合电力系统优化调度的完整、高效的调度算法, 能够满足大型电力系统的调度需要。

## 2 梯级水电系统优化调度模型

用 Lagrange 松弛技术, 可以将一个大型电力系统的调度问题分解成火电、水电、抽水蓄能

\* 本文受国家杰出青年科学基金(69725007)、96 年度美国李氏基金资助。

本文于 1996 年 4 月 29 日收到, 1997 年 7 月 29 日收到修改稿。

等子问题。由于水系间没有耦合,每条水系可以独立求解.因此,不失一般性,本文下面仅考虑一条独立水系的优化调度问题.

假设对应于  $t$  时刻的系统需求和系统备用的系统价格分别为  $\lambda(t)$  和  $\mu(t)$ , 调度周期为  $T$ , 以小时为单位. 在水火电力系统联合优化调度中,  $\lambda(t)$  和  $\mu(t)$  即为松弛  $t$  时刻系统需求和系统备用的 Lagrange 乘子.

设  $w_j(t), p_j(w_j(t)), r_j(p_j(t))$  和  $s_j(t)$  分别为水系中水库  $j$  在  $t$  时刻的发电用水量, 对应的发电量、提供的备用和启停费用,  $J$  为水系上的水库数, 则水电子系统的优化调度目标是使水系的有限水资源发挥最大经济效益:

$$\max_{w_j(t)} \sum_{t=1}^T \left\{ \lambda(t) \sum_{j=1}^J p_j(w_j(t)) + \mu(t) \sum_{j=1}^J r_j(p_j(w_j(t))) - \sum_{j=1}^J s_j(t) \right\}.$$

为了和整个电力系统的调度模型<sup>[5,6]</sup>一致, 水系子系统的优化调度可以表示为如下规划问题:

$$\min C = \sum_{t=1}^T \left\{ -\lambda(t) \sum_{j=1}^J p_j(w_j(t)) - \mu(t) \sum_{j=1}^J r_j(p_j(w_j(t))) + \sum_{j=1}^J s_j(t) \right\}, \quad (1)$$

并约束于以下条件:

● 水库装机容量约束:

$$\text{运行: } \underline{w}_j(t) \leq w_j(t) \leq \bar{w}_j(t), \quad \text{或} \quad \underline{p}_j(t) \leq p_j(w_j(t)) \leq \bar{p}_j(t), \quad (2a)$$

$$\text{停机: } w_j(t) = 0, \quad \text{或} \quad p_j(0) = 0. \quad (2b)$$

式(2a)由水库上水电机组数和机组的物理特性决定. 考虑到机组的运行效率以及一个水库上多个机组的运行组合,(2a)可以由多个互不相交的离散区间代替. 在不失一般性的情况下, 本文只考虑上述 2 个离散区间. 为了简单起见, 本文以下将包含若干实际机组的水库聚合成一个聚合机组(aggregated unit), 简称为(水电)机组.

● 水力平衡方程:

$$v_j(t+1) = v_j(t) + \sum_{k \in \Omega_j} w_k(t - \tau_k) - w_j(t) + f_j(t). \quad (3)$$

其中  $\Omega_j$  是水库  $j$  的直接上游水库集,  $f_j(t)$  表示  $t$  时刻水库  $j$  的直接天然来水量, 而  $\tau_k$  是第  $k$  水库对其直接下游水库的水流时延.

● 水库容量约束:

$$\underline{v}_j \leq v_j(t) \leq \bar{v}_j. \quad (4)$$

式中  $v_j(t), \bar{v}_j, \underline{v}_j$  分别为水系中水库  $j$  在  $t$  时刻的蓄水量及库容量的上、下限.

● 初始与终点水库蓄水量约束:

$$v_j(0) = v_j^0, \quad (5a)$$

$$v_j(T) = v_j^T. \quad (5b)$$

式中  $v_j^0, v_j^T$  分别为水系中水库  $j$  的初始和终点蓄水量.

● 最小运行/停机时间约束:

$$u_j(t) = 1, \quad \text{当 } 1 \leq x_j(t) \leq \bar{\tau}_j \leq T, \quad (6a)$$

$$u_j(t) = -1, \quad \text{当 } -T \leq -\underline{\tau}_j \leq x_j(t) \leq -1. \quad (6b)$$

其中  $u_j(t)$  表示  $t$  时刻机组  $j$  的离散决策变量, 其值为“1”时表示启动, 为“-1”时表示停机; 而  $x_j(t)$  则表示机组已运行 / 停机的时间, 负值表示已停机的时间数, 正值表示已运行的时间数;  $\bar{\tau}_j$  和  $\underline{\tau}_j$  分别表示机组  $j$  的最少启停时间. 对很多水电机组来说, 式(6a)和(6b)不是物理要求, 但实际运行中通常不希望很频繁地启停机组, 这可以通过适当地选择  $\bar{\tau}_j$  和  $\underline{\tau}_j$  来满足实

际需求.

● 运行状态转移:

$$x_j(t+1) = x_j(t) + u_j(t), \quad \text{当 } x_j(t)u_j(t) > 0, \quad (7a)$$

$$x_j(t+1) = u_j(t), \quad \text{当 } x_j(t)u_j(t) < 0. \quad (7b)$$

● 水电转换函数:

在区间  $[\underline{w}_j(t), \bar{w}_j(t)]$  上, 水电转换关系由式(8)表示, 机组备用与发电量之间的关系如式(9):

$$p_j(w_j(t)) = a_j(t)w_j^2(t) + b_j(t)w_j(t) + c_j(t), \quad (8)$$

$$r_j(w_j(t)) = \bar{p}_j(w_j(t)) - p_j(w_j(t)). \quad (9)$$

通常,  $a_j(t), b_j(t), c_j(t)$  和  $\bar{p}_j(t)$  均为  $v_j(t-1)$  的函数,  $p_j(w_j(t))$  为凹函数, 即  $a_j(t) < 0$ . 但是对于水头变化不大的水库, 水头的影响可以忽略, 它们可看成常数; 或者给出几条典型曲线, 然后采用线性插值的方法确定实际的水电转换函数的系数. 本文采用线性插值的方法.

### 3 优化调度算法

优化调度算法的基本思想是用 Lagrange 乘子松弛水库库容约束, 将问题转化为时间可分的单水库优化问题. 可以通过求解单变量函数的最优值, 得到每个运行状态的最优发电用水量及相应的发电费用, 然后用动态规划法高效求出最优运行状态. 利用带自适应步长的次梯度法高效地优化乘子, 最后基于已得到的运行状态用非线性网络流算法求出可行解. 由于没有离散化水库蓄水量, 因此算法精度与计算效率无关. 同时由于状态转移数很少, 算法效率很高.

#### 3.1 独立水系的分解

在同一水系中, 由于水库间的水力耦合, 不能将水电问题直接分解为单水库问题. 根据水系的规律以及短期调度的特点, 可以作如下假设<sup>[2]</sup>:

- 同一水系上水库间的水流延迟  $\tau_j (j = 1, 2, \dots, J)$  远小于调度周期  $T$ ;

- 一个水库最多只能有一个直接下游水库, 即水系具有树状结构.

由水力平衡方程(3)可以得到:

$$v_j(t) = v_j(0) + \sum_{k \in \Omega_j} \sum_{n=1}^t w_k(n-t_k) - \sum_{\tau=1}^t w_j(\tau) + \sum_{n=1}^t f_j(n), \quad (10)$$

$$t = 1, 2, \dots, T; \quad j = 1, 2, \dots, J.$$

用乘子  $\beta_{1j}(t), \beta_{2j}(t)$  和  $\beta_{3j} (\forall j, \forall t)$  将库容约束(4), (5b) 松弛, 则得新的 Lagrange 函数:

$$L = C + \sum_{j=1}^J \left\{ \sum_{t=1}^{T-1} [\beta_{1j}(t)(\underline{v}_j - v_j(t)) + \beta_{2j}(t)(v_j(t) - \bar{v}_j)] + \beta_{3j}[v_j^T - v_j(T)] \right\}. \quad (11)$$

将式(10)代入(11)得:

$$\begin{aligned} L = & \sum_{j=1}^J \left\{ \sum_{t=1}^{T-1} [\beta_{1j}(t)\underline{v}_j - \beta_{2j}(t)\bar{v}_j] + \beta_{3j}(t)[v_j^T - v_j^0 - \sum_{n=1}^t f_j(n)] \right\} \\ & + \sum_{j=1}^J \sum_{t=1}^{T-1} \left\{ (\beta_{2j}(t) - \beta_{1j}(t))[v_j^0 + \sum_{n=1}^t f_j(n)] \right\} + \sum_{j=1}^J L_j. \end{aligned} \quad (12)$$

其中

$$L_j = \sum_{t=1}^T \{h_j(w_j(t), t) + s_j(t)\}, \quad (13)$$

而

$$\begin{aligned}
h_j(w_j(t), t) &= -\lambda(t)p_j(w_j(t)) - \mu(t)r_j(w_j(t)) \\
&+ \left\{ \sum_{n=1}^{T-1} [\beta_{1j}(n) - \beta_{2j}(n)] + \beta_{3j} \right\} w_j(t) \\
&+ \left\{ \sum_{n=t+\tau_j}^{T-1} [\beta_{2j_d}(n) - \beta_{1j_d}(n)] - \beta_{3j_d} \right\} w_j(t), \quad t = 1, 2, \dots, T-1.
\end{aligned} \tag{14a}$$

$$h_j(w_j(T), T) = -\lambda(T)p_j(w_j(T)) - \mu(T)r_j(w_j(T)) + \beta_{3j}w_j(T). \tag{14b}$$

$j_d$  为水库  $j$  的直接下游水库号.

考虑到式(8),(9),  $h_j(w_j(t), t)$  可以由图 1 简单刻画.

当给定  $\lambda(t), \mu(t), \beta_{1j}(t), \beta_{2j}(t), \beta_{3j} (\forall t, \forall j)$  时, 式(12)的右边前三项是常数, 因此, 极小化  $L$  等效于极小化  $L_j (j = 1, 2, \dots, J)$ , 即松弛水电调度问题可以分解为单水库调度子问题:

$$\min_{w_j(t)} L_j, \tag{15}$$

$$\text{s. t. } ((2a), (2b), (5a), (6a), (6b)).$$

### 3.2 单水库优化求解

#### 3.2.1 定义状态

根据最小运行/停机时间约束(6a),(6b), 定义运行状态集  $\{i : i = \min_{x_j(t) > 0} (x_j(t), \bar{\tau}_j)\}$  以及停机状态集  $\{i : i = \max_{x_j(t) < 0} (x_j(t), \underline{\tau}_j)\}$ .

由式(7a),(7b), 可得如图 2 的状态转移图. 当  $x_j(t) \geq \bar{\tau}_j (x_j(t) \leq -\underline{\tau}_j)$  时, 在  $t+1$  时刻已经没有必须运行(停机)约束, 因此可以作为一个状态.

#### 3.2.2 求解各个状态的最优发电用水量

显然, 在停机状态时, 有

$$w_j^*(t) = 0, \quad p_j(w_j^*(t)) = 0, \quad r_j(p_j(w_j^*(t))) = 0.$$

在运行状态 ( $x_j(t) > 0$ ), 由式(14a),(14b) 和(15)可得:

$$w_j^*(t) = \arg \min_{w_j(t) \in [\underline{w}_j(t), \bar{w}_j(t)]} h_j(w_j(t), t). \tag{16}$$

#### 3.2.3 确定各个时刻的最优状态

在各运行状态的最优发电用水量求出之后, 用式(14a),(14b)计算各运行状态的相对应的价格函数. 以此作为费用函数(cost-to-go), 根据图 2, 用运态规划方法得到整个调度区间上最优状态, 也就知道了各个时刻的最优放水量  $w_j^*(t)$  及其对应的发电量  $p_j^*(t)$  和总价格函数  $L_j$ . 注意在图 2 中, 在启停状态转换时, 要考虑机组启停费用. 由于状态转移的数目很少, 动态规划的计算效率很高.

#### 3.3 更新 Lagrange 乘子 $\beta_{1j}(t), \beta_{2j}(t)$ 和 $\beta_{3j}$

更新乘子  $\beta_{1j}(t), \beta_{2j}(t)$  和  $\beta_{3j}$  的过程是优化对偶问题的过程, 即

$$\max_{\beta_{1j}(t) \geq 0, \beta_{2j}(t) \geq 0, \beta_{3j} \geq 0} \{(H(\beta_{1j}(t), \beta_{2j}(t), \beta_{3j})) \equiv \min_{w_j(t), u_j(t)} L\}. \tag{17}$$

采用自适应步长的次梯度法更新乘子  $\beta_{1j}(t), \beta_{2j}(t)$ , 和  $\beta_{3j}$  可高效求解(17), 详见[5,6].

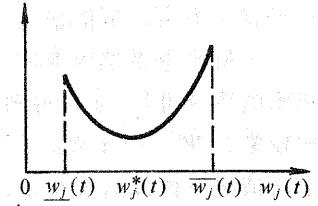


图 1 函数  $h_j(w_j(t), t)$

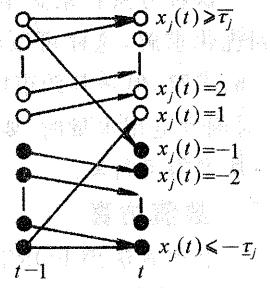


图 2 状态转移示意图

### 3.4 获得可行解

上面只是得到了水电系统调度的对偶解,但对偶解一般不可行,即式(4),(5b)一般不成立,因此要将得到的对偶解转化为可行解。本文提出下面两种方法来获得可行解。

#### 3.4.1 基于启发式方法

从前面的动态规划中,定义如下集合

$$\Psi_j^{d,u} = \{h_j(w_j^{u^*}(t), t) - h_j(w_j^{d^*}(t), t)\}_{t=1,2,\dots,T},$$

称之为第  $j$  水库由停机状态转换到运行状态所需的最小费用差集合,其中,  $w_j^{d^*}(t)$  和  $w_j^{u^*}(t)$  分别表示在停机状态和运行状态的最优发电用水量,集合  $\Psi_j^{d,u}$  可为调整水库  $j$  在各个时刻的运行状态提供定量依据。

分析水电系统对偶解中用水情况和产生的最优运行状态,判断得到的最优运行状态能否使水电系统可行。如果得到的最优运行状态可行,则直接用网络流算法获得可行解;否则,通过比较集合  $\Psi_j^{d,u}$  中元素的大小以及对偶解中得到的机组启停信息,用启发式方法在满足启停约束的情况下修改运行状态,然后利用非线性网络流算法<sup>[9]</sup>求得可行解。

#### 3.4.2 基于修正天然来水量方法

这种方法在求解单水库各个状态最优发电用水量时,假设该水库的所有上游水库已经得到优化求解,这样可以将其直接上游水库的发电放水量看成是自然来水的一部分,然后用式(16)求解,但是其约束区间为  $[\max(w_j, v_j(t-1) - \underline{v}), \min(\bar{w}_j, \bar{v}_j - v_j(t-1))]$ 。显然,在求解  $t$  时刻发电用水量时,要已知  $t-1$  时刻的库蓄水量,因此要正向求解式(16)。最后再用网络流算法求得可行解。

## 4 数值仿真

上述算法用 FORTRAN 语言在 HP715 工作站上实现,用美国 NU 公司 1991 年 1 月 14 日上午 8 时至 21 日上午 7 时的实际运行数据稍加修改进行仿真。系统包含约 70 个火电机组、7 个水电站(6 个日调度水库,一个周调度水库)和一个大型抽水蓄能机组<sup>[5,6,8]</sup>。调度周期为一星期(168 小时)或 8 天(192 小时)。

设有三个日调度水库分布于同一水系(图 3),并假设每天的天然来水在每天开始便给定,系统边界价格  $\lambda(t)$  如图 4。用上述算法调度的结果表明对偶问题迅速收敛(平均 10 多次迭代),算法产生的调度方案的目标函数(1)的值为 \$-965,267。从图 4~图 6 中可以看出,由于每天晚上用户负载较小(乘子  $\lambda(t)$  较小),故水库通常在晚上停机蓄水,而让有限的水资源在用户负载较大的时候使用以最大程度地发挥资源效益。而同样在白天,中午负载相对较小,此时水库可能运行,也可能停机,这由具体情况决定。为了定量估算算法的效果,设机组的最小发电用水量均为零,并不考虑最小启/停时间,用纯网络流算法,得到的最优目标函数(1)为

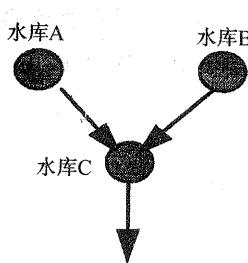


图 3 水系的水库联接

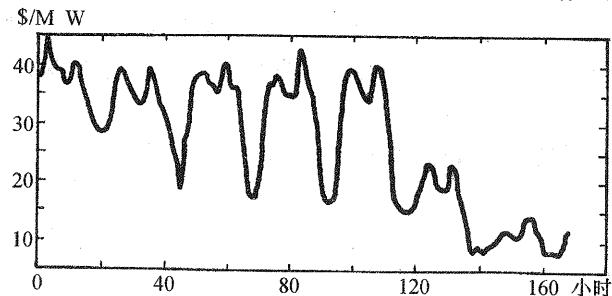


图 4 系统边界价格  $\lambda(t)$

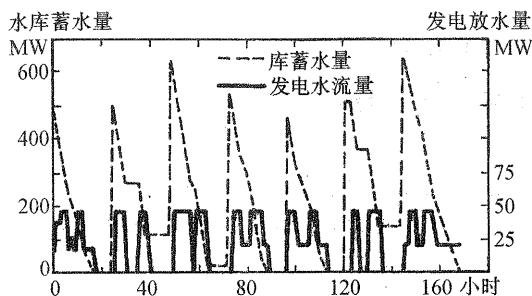


图5 水库A的调度结果

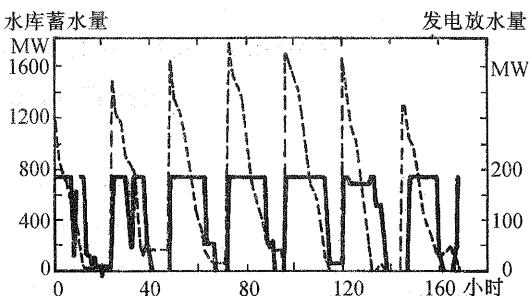


图6 水库C的调度结果

\$ -974,372. 显然这是最优解的下限。对偶间隙小于 0.93%。但是在纯用网络流算法产生的调度方案中明显可以发现违背最小启停时间和最小发电用水量约束的情况。由于对偶解中给出了离散决策变量, 网络流算法可以产生完全可行的调度方案, 避免了纯由网络流算法产生的介于 0 和最小发电用水量之间的不可行调度方案。

## 5 结 论

本文算法对大规模梯级水电系统调度问题求解十分有效, 能够综合考虑离散运行区间、最小启停时间等离散状态约束以及水库间水力约束。与纯用网络流算法来解决水电问题方法不同, 本文方法能够用基于优化的方法解决具有不连续运行区间、最小启停时间等离散约束问题, 且无需对水库蓄水量进行离散化, 因此具有精度高的特点, 更接近实际系统的要求。对实际系统数据验证表明本文给出的优化算法具有很高的计算效率, 完全满足实际电力系统调度的需要。

## 参 考 文 献

- Nilsson, O. and Sjelvgren, D.. Hydro unit start-up costs and their impact on the short term scheduling strategies of swedish power producers. *IEEE Trans. Power Systems*, 1997, 12(1): 38—44
- Cohen, A. and Sherkat, V.. Optimization-based methods for operations scheduling. *Proceedings of IEEE*, 1987, 75(12): 1574—1591
- Ruzic, S. and Rajakovic, N.. A flexible approach to short-term hydrothermal coordination Prat I&II. *IEEE Trans. Power Systems*, 1996, 11(3): 1564—1571
- Chen, P. and Chang, H.. Genetic aided scheduling of hydraulically coupled plants in hydrothermal coordination. *IEEE Trans. Power Systems*, 1996, 11(2): 975—981
- Guan, X. , Luh, P. B. , Yan, H. and Amalfi, J. A.. An optimization-based method for unit commitmen. *Int. J. Electrical Power & Energy Systems*, 1992, 14(1): 9—17
- Guan, X. , Luh, P. B. , Yan, H. and Rogan, P.. Optimization-based scheduling of hydrothermal power system with pumped storage units. *IEEE Trans. Power Systems*, 1994, 9(2): 1023—1029
- Guan, X. , Luh, P. B. and Zhang, L.. Nonlinear approximation method in Lagrange relaxed-based algorithm for hydrothermal scheduling. *IEEE Trans. Power Systems*, 1995, 10(2): 772—778
- Yan, H. , Luh, P. B. , Guan, X. and Rogan P.. Scheduling hydrothermal power systems. *IEEE Trans. Power Systems*, 1993, 8(3): 1358—1365
- Rosenthal, R.. A nonlinear network flow algorithm for maximization of benefits in a hydroelectric power system. *Operation Research*, 1981, 29(4): 763—786

## Optimal Scheduling of Hydro Power Systems with Cascaded Reservoirs

NI Ernan, GUAN Xiaohong and LI Renhou

(Institute of Systems Engineering Xi'an Jiaotong University • Xi'an, 710049, PRC)

**Abstract:** A new algorithm for scheduling of hydro power systems with cascaded reservoirs within the Lagrange relaxation framework is presented in this paper. The algorithm can systematically consider discontinuous operating regions, discrete operating constraints such as minimum up/down times and hydraulic coupling of reservoirs. Numerical testing based on the data of a practical power system shows that the algorithm is efficient and practical.

**Key words:** hydro power system scheduling; hierarchical optimization of large scale systems; combinatorial optimization; mixed-integer programming

### 本文作者简介

**倪二男** 1969 年生。1991 年毕业于南京理工大学。1994 年获哈尔滨工业大学工业自动化硕士学位。现在西安交通大学系统工程研究所攻读博士学位。

**管晓宏** 1955 年生。1982 年毕业于清华大学自动化系, 1985 年获硕士学位。1993 年获美国 Connecticut 大学系统工程博士学位。1993 年~1995 年在美国 PG&E 作博士后研究, 高级顾问工程师。现为西安交通大学教授、博士生导师, IEEE 高级会员。主要从事电力系统、制造系统调度及大系统优化理论等研究。

**李人厚** 见本刊 1998 年第 2 期第 290 页。