最优鲁棒容错控制新方法及其在飞行控制中的应用*

杨建军　史忠科　戴冠中
(西北工业大学自动控制系·西安,710072)

摘要:本文研究了一类参数不确定且传感器失效的多变量系统的容错控制问题,提出了一种基于模型参考的最优鲁棒容错控制器新的设计方法,该方法可用于解决部分传感器失效时的最优容错控制,并给出了某国产飞机纵向飞行控制的仿真结果.

关键词:容错控制;模型不确定性;模型参考;传感器失效

1 引言

随着现代自动化水平的日益提高,系统的规模正日益扩大,复杂性迅速增加,提高系统的可靠性已成为当务之急.作为提高系统可靠性的容错控制方法的研究成为当今国内外自控界研究的热点,也是控制理论中的前沿课题之一.近年来,对模型参数不确定和控制器部件失效系统的容错控制器设计已取得许多有重要意义的成果[1~3],然而当部分传感器失效及参数不确定时,目前的方法经常失效.为此,本文基于模型参考原理提出一种新的容错控制方法,解决了上述问题.

2 问题的提法

假定线性多变量系统的参考模型为

$$\dot{x} = A_0 x + B_0 u, \tag{1}$$

当系统矩阵建模有误差时,实际系统的模型可表示为

$$\dot{y} = [A_0 + \Delta A(r)]y + Bu = Ay + Bu. \tag{2}$$

上面两式中 x, y 为 n 维状态变量,u 是 m 维的控制变量,$A_0, A = A_0 + \Delta A(r), B = B_0$ 均为维数适当的矩阵,$\Delta A(r)$ 为参数摄动阵且维数适当,$r \in \mathbb{R}^\rho$ 为不确定参数矢量,并假定 $\Delta A(r)$ 满足以下条件:

i) 系统的参数摄动阵 $\Delta A(r)$ 可以线性表示为

$$\Delta A(r) = \sum_{i=1}^{\rho} r_i A_i, \quad |r_i| \leqslant \bar{r}_i, \quad i = 1,2,\cdots,\rho.$$

式中 A_i 为 $n \times n$ 维常数阵,$\bar{r}_i$ 为不确定参数 r_i 的上界,$i = 1,2,\cdots,\rho$.

ii) 对于满足 $|r_i| \leqslant \bar{r}_i$ 的 r_i,矩阵 A, B 可控,$(Q^{\frac{1}{2}}, A)$ 可观,且 $(Q^{\frac{1}{2}})^{\mathrm{T}} Q^{\frac{1}{2}} = Q$. 对实际的系统,系统可控和可观的概率几乎为 1[4],所以条件 ii) 成立.

为了表示传感器的可能失效,引入开关矩阵 F

$$F = \mathrm{diag}(f_1, f_2, \cdots, f_n).$$

其中
$$f_i = \begin{cases} 1, & 1\ \text{代表第}\ i\ \text{个传感器失效}, \\ 0, & 0\ \text{代表第}\ i\ \text{个传感器正常}. \end{cases}$$

则当系统的传感器失效时,模型参考最优鲁棒容错控制系统结构如图 1:

* 国家自然科学基金(69674040)和航空基金资助课题.
本文于 1996 年 2 月 5 日收到. 1997 年 4 月 8 日收到修改稿.

图 1 中 e 为广义误差向量，K_1, K_2 为 LQ 意义下的最优反馈阵，且

$$K_1 = R^{-1}B_0P_1, \quad K_2 = R^{-1}BP_2. \tag{3}$$

P_1 为以下代数黎卡提方程

$$A_0^{\mathrm{T}}P_1 + P_1A_0 + Q_0 - P_1B_0R^{-1}B_0^{\mathrm{T}}P_1 = 0 \tag{4}$$

的唯一对称正定解.

P_2 为以下代数黎卡提方程：

$$A^{\mathrm{T}}P_2 + P_2A + Q - P_2BR^{-1}B^{\mathrm{T}}P_2 = 0 \tag{5}$$

的唯一对称正定解.

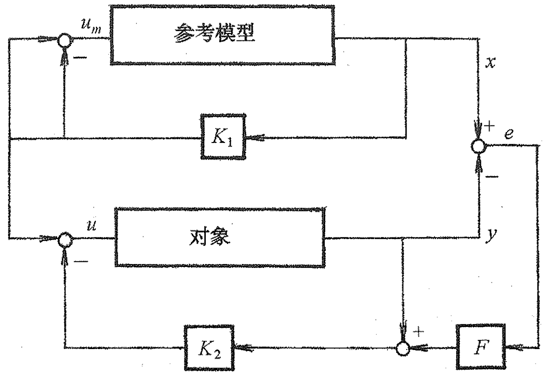


图 1 最优鲁棒容错控制系统结构框图

由于矩阵 A 中含有不确定参数 r，因而根据(5)式无法求解矩阵 P_2，为此，从线性二次型最优控制的逆问题观点出发，如果存在某对称非负定阵 Q_0，使得矩阵 Q 满足：

$$Q = Q_0 - \left(\sum_{i=1}^{\rho} r_iA_i^{\mathrm{T}}P_1 + P_1\sum_{i=1}^{\rho} r_iA_i\right) \geqslant 0, \tag{6}$$

并定义 P_1 为(4)式的唯一对称正定解. 则 K_1 是对象在 LQ 意义下的最优状态反馈阵，$u = -K_1y$ 是该意义下对象的最优控制器.

3　主要结果

定义 1　如果 $u = -K_1y$ 使得闭环控制系统

$$\dot{y} = (A - BK_1)y$$

稳定，则称控制器 $u = -K_1y$ 是系统(2)的最优鲁棒稳定控制器.

定理 1　若存在对称非负定矩阵 Q 以及代数黎卡提方程(4)的唯一对称正定解 P_1 满足(6)式，则 $u = -K_1y$ 是系统(2)的最优鲁棒稳定控制器.

证　将(6)式中的 Q_0 代入(4)式得(5)式，即存在某对称非负定阵 $\hat{Q} = Q + P_1B_0R^{-1}B_0^{\mathrm{T}}P_1$ 满足：

$$(A - B_0R^{-1}B_0^{\mathrm{T}}P_1)^{\mathrm{T}}P_1 + P_1(A - B_0R^{-1}B_0^{\mathrm{T}}P_1) + \hat{Q} = 0. \tag{7}$$

(7)式等价于如下的黎卡提方程

$$A^{\mathrm{T}}P_1 + P_1A + Q - P_1BR^{-1}B^{\mathrm{T}}P_1 = 0. \tag{8}$$

由于(8)式中 P_1 是正定的、Q 是非负定的，根据文献[5]可知 $A - B_0R^{-1}B_0^{\mathrm{T}}P_1$ 是稳定的，故按 $K_1 = R^{-1}B_0^{\mathrm{T}}P_1$ 求出的 $u = -K_1y$ 是系统(2)的最优鲁棒稳定控制器.

推论　若存在非负定矩阵 Q_0 以及方程(4)的解 P_1 满足

$$Q_0 - T(P_1, \varepsilon) \geqslant 0, \quad T(P_1, \varepsilon) = \varepsilon\rho P_1 + \varepsilon^{-1}\Sigma \bar{r}_i^2 A_i^{\mathrm{T}}P_iA_i.$$

式中 ε 为任意正常数，则 $u = -K_1y$ 是系统(2)的最优鲁棒稳定控制器.

定义 2　若图 1 所示的模型参考系统使得闭环系统

$$\dot{y} = Ay - BK_1[y + F(x - y)]$$

稳定，则称图 1 所示的系统是最优鲁棒容错控制系统，相应的：$u = -K_1[y + F(x - y)]$ 为系统的最优鲁棒容错控制器.

定理 2　$u = -K_1[y + F(x - y)]$ 为图 1 所示系统的最优鲁棒容错控制器的充分条件是

$$\lim_{t \to \infty} \| x - y \| = 0.$$

式中 $\|x-y\|$ 为求向量范数符号.

证 设某时刻部分传感器失效(不妨设第一个和第二个传感器失效),这时

$$F=\mathrm{diag}(1,1,0,\cdots,0),$$

则

$$\dot{y}=Ay-BK_1[(y_1,y_2,\cdots,y_n)^{\mathrm{T}}+(x_1-y_1,x_2-y_2,0,\cdots,0)^{\mathrm{T}}]$$
$$=Ay-BK_1(x_1,x_2,y_3,\cdots,y_n)^{\mathrm{T}}.$$

若 $\lim\limits_{t\to\infty}\|x-y\|=0$ 条件成立,则可用参考模型的状态 x_1,x_2 代替失效了的传感器测不到或测不准的 y_1,y_2 来实现最优鲁棒控制,考虑到定理1,图1所示的系统是最优鲁棒容错控制系统.

4 计算结果

考虑某飞机纵向运动的参考模型为

$$\begin{bmatrix}\dot V\\ \dot\alpha\\ \dot\theta\\ \dot H\\ \dot w_z\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0.0 & 0.048 & 0.0 & 0.0 & 0.063\\ 0.0 & -0.88 & 0.0 & 0.0 & 0.955\\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0\\ 0.0 & -6.28 & 6.28 & 0.0 & 0.0\\ 0.0 & -8.75 & 0.0 & 0.0 & 0.5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}V\\ \alpha\\ \theta\\ H\\ w_z\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-0.068 & 0.2\\ -0.08 & -0.01\\ 0.0 & 0.0\\ 0.0 & 0.0\\ -6.3 & 0.0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\delta_z\\ \delta_p\end{bmatrix}.$$

控制量的约束条件为: $|\delta_z|\leqslant 5.0,\quad |\delta_p|\leqslant 10.0.$

参数不确定的某飞机纵向运动系统为:

$$\begin{bmatrix}\dot V\\ \dot\alpha\\ \dot\theta\\ \dot H\\ \dot w_z\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0.0 & 0.048+r_1 & 0.0 & 0.0 & 0.063\\ 0.0 & -0.88+r_2 & 0.0 & 0.0 & 0.955\\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0\\ 0.0 & -6.28 & 6.28+r_3 & 0.0 & 0.0\\ 0.0 & -8.75 & 0.0 & 0.0 & 0.5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}V\\ \alpha\\ \theta\\ H\\ w_z\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-0.068 & 0.2\\ -0.08 & -0.01\\ 0.0 & 0.0\\ 0.0 & 0.0\\ -6.3 & 0.0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\delta_z\\ \delta_p\end{bmatrix},$$

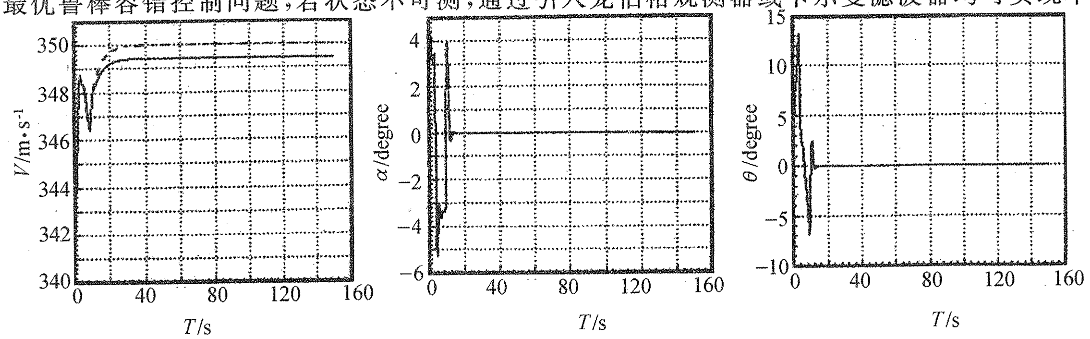
$|r_1|\leqslant 0.04,\quad |r_2|\leqslant 0.2,\quad |r_3|\leqslant 0.3.$

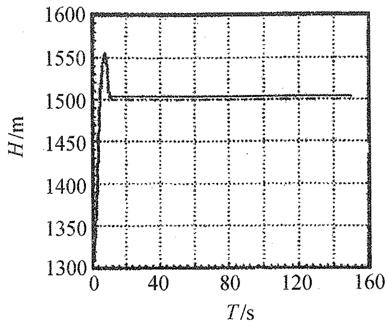
根据线性时变系统可控和可观性判据,经验证该系统满足可控和可观测条件,限于篇幅,Q_c 阵和 Q_o 阵从略.假设 $t=10.0\mathrm{s}$ 时,两个主要的传感器 s_1 和 s_4 失效,图2给出了非零点最优鲁棒容错控制的计算结果.

从计算结果可以看出,尽管最优鲁棒容控制存在一定的稳态误差(误差很小),但它保证了参数不确定系统的容错控制,证明了本文算法的有效性.

5 结 论

本文研究了一类状态可测系统最优鲁棒容错控制问题,针对参数不确定和传感器失效,通过引入参考模型,提出了一种新的容错控制器设计方法.该方法可以解决部分传感器失效时的最优鲁棒容错控制问题,若状态不可测,通过引入龙伯格观测器或卡尔曼滤波器均可实现本文





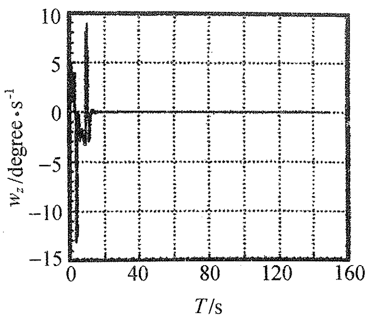


图 2 非零点最优鲁棒容错控制计算结果

(图中—, … 分别代表容错控制、无故障时的仿真结果)

的算法，仿真结果表明本文算法切实可行.

参 考 文 献

1 Jabbari, F. and Schmitendorf, W. E.. A noniterative method for the design of linear controllers. IEEE Trans. Automat. Contr., 1990, AC-35(8): 954—957

2 Joshi, S. M.. Design of failure-accomodating multiloop LQG-type controllers. IEEE Trans. Automat. Contr., 1987, AC-32(8): 740—741

3 Shimemura, E. and Fujta, M.. A design method for Linear state feedback systems possessing integrity based on a solution of a Riccati type equation. Int. J. Control, 1985, 42(4): 887—899

4 郑大钟编著. 线性系统理论. 北京: 清华大学出版社, 1990

5 Doyie, J. C., et al.. State-space solution to standard H_2 and H_∞ control problems. IEEE Trans. Automat. Contr. 1989, AC-34(8): 831—842

A New Method of Fault-Tolerant Controller Design and Its Application to Flight Control

YANG Jianjun, SHI Zhongke and DAI Guanzhong

(Department of Automatic Control, Northwestern Polytechnical University · Xi'an, 710072, PRC)

Abstract: In this paper, fault-tolerant control problems that include model uncertainty and sensor failure at the same time in a class of multivariable systems are studied. A design method of optimal robust fault-tolerant controller based on model reference is supplied. The method can be used to solve the problem of optimal robust fault-tolerant control when some or all sensors fail. At last, longitudinal flight control calculation results of a specific type aircraft are provided to demonstrate the effectiveness of the proposed design method.

Key words: fault-tolerant control; model reference; model uncertainty; sensor failure

本文作者简介

杨建军 1970 年生. 1992 年毕业于西北工业大学航空动力与热力工程系, 1995 年 3 月在该系取得硕士学位, 现在该校自动控制理论及应用专业攻读博士学位. 主要感兴趣的研究方向是模糊系统的容错控制, 卡尔曼滤波及应用等.

史忠科 见本刊 1998 年第 3 期第 332 页.

戴冠中 见本刊 1998 年第 1 期第 23 页.