

带有速度观测量的 GPS 动态滤波方法及滤波精度分析*

房建成 申功勋 李学恩

(北京航空航天大学第五研究室·北京, 100083)

万德钧

董笑咏

(东南大学仪器科学与工程系·南京, 210096) (内蒙古民族师范学院数学系·内蒙通辽, 028000)

摘要: 提出了带有速度观测量的 GPS 动态滤波方法, 从而解决了载体机动时滤波器的动态跟踪问题. 首先采用描述机动载体运动的“当前”统计模型, 建立了 GPS 动态定位滤波的系统方程, 和带有速度观测量的观测方程, 并进行了系统的可观测性分析. 然后进行了引入速度观测量提高跟踪精度的理论分析. 最后通过计算机仿真结果验证了增加速度观测量可有效地提高滤波器的跟踪精度.

关键词: GPS; 动态定位; 卡尔曼滤波; 跟踪精度

1 引言

卫星全球定位系统(GPS)由于其能够迅速、准确、全天候地提供定位导航和授时信息, 目前已成为重要的导航方式之一, 在航空、航海及陆地车辆导航中获得越来越广泛的应用.

GPS 定位的主要误差源包括: 1) 卫星测量误差. 可分为六种, 均属随机误差. 2) 卫星的几何位置造成的定位误差. 除了 GPS 系统本身带来的误差因素外, 美国政府为了自身国家利益, 人为地在 C/A 码中引入 SA(选择可用性)干扰, 使普通民用 C/A 码导航型 GPS 接收机的定位精度大大降低, 总的定位误差一般为水平位置误差 100m 左右(2dRMS)、垂直误差 150m 左右(2dRMS), 这种定位精度在有些场合显然不能满足用户要求. 减少 GPS 定位随机误差的重要方法之一是 GPS 动态滤波方法. GPS 动态滤波方法与差分 GPS 方法相比, 具有不需要建立差分 GPS 基准站及数据通讯装置, 节省经费, 而且不受差分 GPS 所面临的信号作用范围的限制等优点, 特别适用于在海洋中航行的船舶. 即使经 GPS 差分处理后, 再应用动态滤波方法, 仍可进一步提高定位精度^[1], 因此 GPS 动态滤波方法的研究正愈来愈受到人们的重视^[2~7].

应用卡尔曼滤波方法减小 GPS 动态定位误差十分有效, 但用卡尔曼滤波器进行最优滤波需要建立较准确的系统模型和观测模型. 当模型不准确或载体机动引起状态突变时, 会降低滤波精度. 文献[5, 6]介绍的两种滤波器对 GPS 动态定位滤波有较好的效果, 但是从根本上解决载体机动时滤波器动态跟踪问题仍有困难. 如何从根本上解决这一问题呢? 方法之一是提高系统状态的可观测度(即增加观测矩阵的秩), 这可通过增加载体的速度观测量来实现. 下面讨论具有速度观测量时 GPS 动态滤波方法.

2 载体运动模型的建立

这里, 采用机动载体的“当前”统计模型^[8], 为了简化问题的分析, 考虑非零加速度均值, 一维运动情况. 状态方程为:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \ddot{x}(t) \\ \dddot{x}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{\tau} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \\ \ddot{x}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{\tau} \end{bmatrix} \bar{a} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} w(t). \quad (1)$$

* 中船总“八五”预研项目及江苏省应用基础研究基金资助项目.
本文于 1996 年 11 月 22 日收到, 1997 年 11 月 17 日收到修改稿.

式中, $x(t), \dot{x}(t), \ddot{x}(t)$ 分别为载体的位置、速度和加速度, \bar{a} 为“当前”随机机动加速度的均值, τ 为相关时间常数, $w(t)$ 为服从分布 $N(0, \sigma_w^2)$ 的高斯白噪声。

设采样周期为 T , 通过典型的离散处理方法, 可以得到下列离散状态方程:

$$\begin{cases} X(k+1) = \Phi(k+1/k)X(k) + U(k)\bar{a} + W(k), \\ \Phi(k+1/k) = \begin{bmatrix} 1 & T & \tau^2(-1 + T/\tau + e^{-T/\tau}) \\ 0 & 1 & \tau(1 - e^{-T/\tau}) \\ 0 & 0 & e^{-T/\tau} \end{bmatrix}, \\ U(k) = \begin{bmatrix} \tau(-T + T^2/(2\tau) + \tau(1 - e^{-T/\tau})) \\ T - \tau(1 - e^{-T/\tau}) \\ 1 - e^{-T/\tau} \end{bmatrix}. \end{cases} \quad (2)$$

3 观测方程的建立及可观测性分析

运动载体的观测量取为载体的位置和速度, 观测方程为:

$$Y(k) = H(k)X(k) + V(k), \quad (3)$$

$$H(k) \text{ 为观测矩阵. } H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

$V(k)$ 是均值为零、方差为 $R(k)$ 的高斯观测噪声矢量. $R = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 \end{bmatrix}$, 根据系统状态变量的可观测性判别条件可知, 系统状态变量是完全可观测的。

$$\text{rank}[H^T, (HA)^T, (HA^2)^T]^T = 3.$$

$$\text{其中, } H \text{ 如(4)式所示, } A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{\tau} \end{bmatrix}.$$

采用上述的状态方程和观测方程, 建立标准的卡尔曼滤波方程为:

$$\hat{X}(k+1/k) = \Phi(k+1/k)\hat{X}(k) + U(k+1)\bar{a}(k+1), \quad (5)$$

$$\hat{X}(k+1) = \hat{X}(k+1/k) + K(k+1)[Y(k+1) - H(k+1)\hat{X}(k+1/k)], \quad (6)$$

$$K(k+1) = P(k+1/k)H^T(k+1)[H(k+1)P(k+1/k)H^T(k+1) + R(k+1)]^{-1}, \quad (7)$$

$$P(k+1/k) = \Phi(k+1/k)P(k)\Phi^T(k+1/k) + Q(k), \quad (8)$$

$$P(k+1) = [I - K(k+1)H(k+1)]P(k+1/k). \quad (9)$$

如果我们把 $x(k+1)$ 的一步预测 $x(k+1/k)$ 看作在 $(k+1)T$ 瞬时“当前”加速度即随机机动加速度的均值, 就可得到加速度的均值自适应算法. 因此, 设 $\bar{a}(k+1) = \ddot{x}(k+1/k)$, 由方程(5)可得:

$$\hat{X}(k+1/k) = \Phi_1(T)\hat{X}(k). \quad (10)$$

$$\text{其中, } \Phi_1(T) = \begin{bmatrix} 1 & T & \frac{1}{2}T^2 \\ 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ 正好是牛顿矩阵. 机动加速度方差的自适应算法}^{[8]} \text{ 为, 当}$$

“当前”加速度 $\ddot{x}(k)$ 为正时, 有 $\sigma^2 = \frac{4-\pi}{\pi}[a_{\max} - \ddot{x}(k)]^2$, 当“当前”加速度 $\ddot{x}(k)$ 为负时, 有 σ^2

$= \frac{4}{\pi} [-a_{\max} + \ddot{x}(k)]^2$, 其中 $a_{\max} > 0$ 为已知的载体加速度正上限, $a_{\max} < 0$ 为已知的载体加速度负下限. 方程(6)~(10)便构成自适应滤波方程.

4 引入速度观测量提高跟踪精度的理论分析

为了分析问题方便,首先在时域内考虑连续系统的卡尔曼滤波问题.

$$\dot{X}(t) = F(t)X(t) + G(t)W(t), \quad (11)$$

$$Y(t) = HX(t) + V(t). \quad (12)$$

卡尔曼滤波器的状态估计方程可写为

$$\dot{\hat{X}}(t) = F\hat{X}(t) + K(t)[Y(t) - H\hat{X}(t)] = [F - K(t)H]\hat{X}(t) + K(t)Y(t). \quad (13)$$

式中, $K(t)$ 为卡尔曼增益矩阵. 假定卡尔曼滤波器已达到稳定, 此时 $K(t)$ 将趋近于一常数阵 K , 那么对式(13)两边进行拉氏变换, 并设初始状态为零, 有

$$s\hat{X}(s) = (F - KH)\hat{X}(s) + KY(s) \quad (14)$$

或

$$\hat{X}(s) = (sI - F + KH)^{-1}KY(s). \quad (15)$$

式中 s 为拉普拉斯算子, $X(s) = L\{X(t)\}$, $Y(s) = L\{Y(t)\}$.

考虑方程(12), 方程(15)变为

$$\hat{X}(s) = (sI - F + KH)^{-1}KHX(s) + (sI - F + KH)^{-1}KL\{V(t)\}. \quad (16)$$

这里假定 $L\{V(t)\}$ 是观测噪声的拉普拉斯变换. 方程(16)右端第一项相应于滤波器输出的确定性或动态部分, 第二项相应于随机部分. 因此(16)式可重写为

$$\hat{X}(s) = \hat{X}_d(s) + \hat{X}_r(s), \quad (17)$$

其中

$$\hat{X}_d(s) = (sI - F + KH)^{-1}KHX(s), \quad (18)$$

$$\hat{X}_r(s) = (sI - F + KH)^{-1}KL\{V(t)\}. \quad (19)$$

卡尔曼滤波误差的拉普拉斯变换为

$$\begin{aligned} \tilde{X}(s) &= X(s) - \hat{X}(s) \\ &= [I - (sI - F + KH)^{-1}KH]X(s) - (sI - F + KH)^{-1}KL\{V(t)\}. \end{aligned} \quad (20)$$

方程(20)右边第一项相应于动态误差:

$$\tilde{X}_d(s) = [I - (sI - F + KH)^{-1}KH]X(s). \quad (21)$$

第二项相应于随机误差:

$$\tilde{X}_r(s) = (sI - F + KH)^{-1}KL\{V(t)\}. \quad (22)$$

从理论上说, 卡尔曼滤波将给出无偏和最小方差估计, 显然, 此估计的均值由方程(18)确定, 方差由方程(19)确定.

若只有位置观测量, 即 $H = [1 \ 0 \ 0]$, 且采用机动载体“当前”统计模型及自适应算法, 状态估计方程为

$$\dot{X}(t) = FX(t) + U_a + K(t)[Y(t) - HX(t)]. \quad (23)$$

式中, $U_a = [0 \ 0 \ \bar{a}/\tau]^T$, 当采用均值自适应算法

$$\bar{a} = X(t). \quad (24)$$

经推导, 当卡尔曼滤波增益达到稳定时, 动态部分及动态误差的传递函数分别为:

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_d(s) \\ \ddot{X}_d(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{k_1 s^2 + k_2 s + k_3}{s^3 + k_1 s^2 + k_2 s + k_3} X(s) \\ \frac{k_2 s + k_3}{s^3 + k_1 s^2 + k_2 s + k_3} X(s) \\ \frac{k_3}{s^3 + k_1 s^2 + k_2 s + k_3} X(s) \end{bmatrix}, \quad (25)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{X}_d(s) \\ \dot{\tilde{X}}_d(s) \\ \ddot{\tilde{X}}_d(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{s^3}{s^3 + k_1 s^2 + k_2 s + k_3} X(s) \\ \frac{s^2(s + k_1)}{s^3 + k_1 s^2 + k_2 s + k_3} X(s) \\ \frac{s(s^2 + k_1 s + k_2)}{s^3 + k_1 s^2 + k_2 s + k_3} X(s) \end{bmatrix}, \quad (26)$$

其中

$$K = [k_1 \quad k_2 \quad k_3]^T. \quad (27)$$

当增加载体速度观测数据时,观测矩阵 H 的秩将从 1 变为 2. 这时,卡尔曼增益矩阵为

$$K = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{21} & k_{31} \\ k_{12} & k_{22} & k_{32} \end{bmatrix}^T. \quad (28)$$

对于以位置和速度为观测量的情形,当采用加速度均值自适应算法时,经推导有:

$$\dot{X}_d(s) = \frac{N_1(s)}{D(s)} X(s), \quad (29)$$

$$\dot{\dot{X}}_d(s) = \frac{N_2(s)}{D(s)} X(s), \quad (30)$$

$$\ddot{\dot{X}}_d(s) = \frac{N_3(s)}{D(s)} X(s). \quad (31)$$

其中,

$$D(s) = s^3 + (k_{11} + k_{22})s^2 + (k_{32} + k_{21} + k_{11}k_{22} - k_{12}k_{21})s + k_{11}k_{32} - k_{12}k_{31} + k_{31}, \quad (32)$$

$$N_1(s) = k_{12}s^3 + (k_{11} + k_{22})s^2 + (k_{32} + k_{21} + k_{11}k_{22} - k_{12}k_{21})s + k_{11}k_{32} - k_{12}k_{31} + k_{31}, \quad (33)$$

$$N_2(s) = k_{22}s^2 + (k_{32} + k_{21} + k_{11}k_{22} - k_{12}k_{21})s + k_{11}k_{32} - k_{12}k_{31} + k_{31}, \quad (34)$$

$$N_3(s) = k_{32}s + k_{11}k_{32} - k_{12}k_{31} + k_{31}. \quad (35)$$

同时,有

$$\tilde{X}_d(s) = \frac{N'_1(s)}{D(s)} X(s), \quad (36)$$

$$\dot{\tilde{X}}_d(s) = \frac{N'_2(s)}{D(s)} X(s), \quad (37)$$

$$\ddot{\tilde{X}}_d(s) = \frac{N'_3(s)}{D(s)} X(s). \quad (38)$$

其中

$$N'_1(s) = (1 - k_{12})s^3, \quad (39)$$

$$N'_2(s) = s^3 + k_{11}s^2, \quad (40)$$

$$N'_3(s) = s^3 + (k_{11} + k_{22})s^2 + (k_{21} + k_{11}k_{22} - k_{12}k_{21})s. \quad (41)$$

将方程(29)~(31)与方程(25)比较,不难发现尽管在传递函数的分母多项式中, s 的幂都是 3, 且方程(29)~(31)的分子多项式却增加了一次幂,这意味着载体速度量测量的引入相当于分

别在关于位置、速度和加速度的传递函数中增加了一个零点. 因此, 跟踪滤波器的带宽增大了, 动态误差自然明显减小了, 这也可从方程(36)~(38)与方程(26)的比较中看出. 这就是引入载体速度观测量能提高滤波器跟踪精度的原因.

5 计算机仿真结果

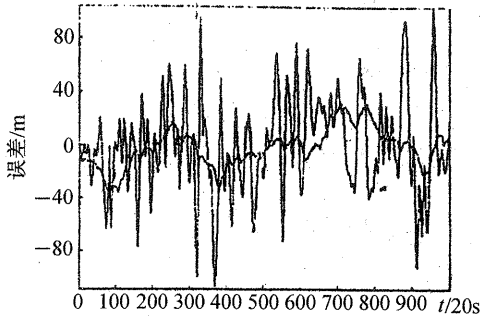


图1 滤波前后误差比较曲线

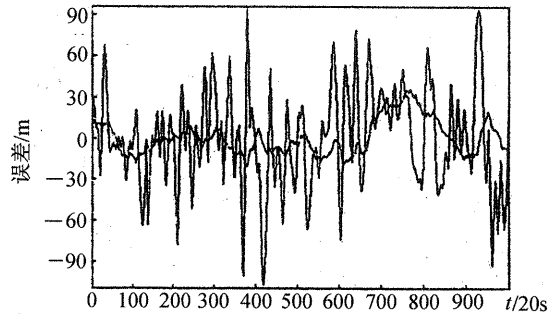


图2 滤波前后误差比较曲线

在仿真过程中, GPS 位置观测数据以 GPS-OEM 板实际静态定位接收数据(95, 12, 19)为基础, 由半物理仿真产生, 并假设位置和速度的观测噪声均为高斯白噪声, 其噪声方差分别取为: $\sigma_1^2 = (100\text{m})^2$, $\sigma_2^2 = (0.1\text{m/s})^2$, $\tau = 100\text{s}$. 图1和图2分别为两次仿真的滤波前后误差比较曲线. 图1的仿真条件为, 载体先以 5m/s 速度匀速运动, 当 $t = 500 \times 20\text{s}$ 时, 以 1m/s^2 的加速度加速 20s , 然后继续匀速运行. 图2的仿真条件为, 载体先以 5m/s 的速度匀速运动, 当 $t = 500 \times 20\text{s}$ 时, 以 0.1m/s^2 的加速度加速 20s , 然后匀速运行. 由仿真结果可见, 滤波器具有极强的跟踪能力, 滤波精度得到进一步提高.

参 考 文 献

- 1 Dougherty, J. J., EL-Sherief, H., Simon D. J. and Whitmer, G. A.. GPS modeling for designing aerospace vehicle navigation systems. IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems, 1995, 31(2): 695-704
- 2 Negast, W. J. and Paschall, R. N.. Coarse correction of selected availability affects using Markov models in an extended Kalman filter. In Proceedings of the 48th Annual Meeting on Future Global Navigation and Guidance, Institute of Navigation, Alexandria, VA, USA, 1992, 297-302
- 3 Chaffee, J. W. and Abel, J. S.. The GPS filtering problem. In Proceedings of IEEE Position Location and Navigation Symposium, Monterey, CA, 1992, 12-20
- 4 Chaffee, J. W., Abel, J. S. and McQuiston, B. K.. GPS Positioning, filtering and integration. In Proceedings of 1993 IEEE Aerospace and Electronics Conference, Piscataway, NJ, USA, 1993, 327-332
- 5 房建成, 万德钧, 吴秋平, 申功勋. GPS 动态滤波的新方法. 中国惯性技术学报, 1997, 5(2): 4-10
- 6 房建成, 万德钧. GPS 动态定位中卡尔曼滤波模型的建立及其跟踪算法研究. 控制与决策, 1997, 12(6): 683-689
- 7 房建成, 万德钧. GPS 组合导航系统在车辆导航中的应用. 东南大学学报, 1996, 26(3): 96-102
- 8 Zhou, H. R. and Kumar, K. S. P.. A current statistical model and adaptive algorithm for estimating maneuvering targets. AIAA, J. Guidance, Control and Dynamics, 1984, 7(5): 45-52

Study on the Kalman Filtering Method and the Analysis of Filtering Accuracy in GPS Kinematic Positioning with Speed Observation

FANG Jiancheng, SHEN Gongxun and LI Xue'en

(The 5th Research Unit, Beijing University of Aeronautics & Astronautics • Beijing, 100083, PRC)

WAN Dejun

(Department of Instrument Science & Engineering, Southeast University • Nanjing, 210096, PRC)

DONG Xiaoyong

(Mathematics Department, Neimeng National Normal Institute • Neimeng Tongliao, 028000, PRC)

Abstract: A Kalman filtering method in GPS kinematic positioning with speed observation is presented, and the dynamic tracking performance of the Kalman filter is greatly improved for estimating maneuvering carrier vehicles. By means of a current statistical model and adaptive algorithm for estimating maneuvering targets, the system equations and the observation equations with speed observation are established in GPS kinematic positioning, and the system observability analysis is performed. It is theoretically analyzed that the dynamic tracking accuracy of filter is greatly improved due to speed observation. The efficiency of the Kalman filter with speed observation is verified by the computer simulation results.

Key words: GPS; kinematic positioning; Kalman filtering; adaptive algorithm; tracking accuracy

本文作者简介

房建成 见本刊 1998 年第 3 期 390 页.

申功勋 见本刊 1998 年第 3 期 390 页.

李学恩 1968 年生, 博士生. 研究方向: 定位导航与测控技术, 多传感器信息融合技术, 光电精密测量技术.

万德钧 见本刊 1998 年第 3 期第 390 页.

董笑咏 1942 年生, 副教授. 研究方向为滤波理论, 优化理论等.