

平面双连杆受限柔性机器人臂的动力学建模*

樊晓平

(长沙铁道学院信息与控制工程研究所·长沙, 410075)

颜全胜 徐建闽

毛宗源 周其节

(华南理工大学交通学院·广州, 510641) (华南理工大学自动控制工程系·广州, 510641)

摘要: 对一类平面双连杆受限柔性机器人臂的动力学建模问题进行研究, 利用 D'Alembert-Lagrange 原理得到了一组描述该机器人系统运动性态的动力学方程. 与已有的动力学模型相比, 本文所建立的运动方程和振动方程具有模型准确、结构简单等特点, 且具有与传统无约束刚性机器人类似的模型形式, 因而有可能直接或间接利用现有的关于刚性机器人运动控制等方面的成果来研究复杂的受限柔性机器人的控制问题.

关键词: 柔性机器人臂; 受限运动; 动力学建模; D'Alembert-Lagrange 原理; Lagrange 动力学方程

1 引言

随着机器人应用领域的不断拓广, 对重载、轻质机器人的需求也日益增多, 这无疑大大刺激了人们对柔性连杆机器人的兴趣, 部分研究成果已在文献[1, 2]中进行了总结.

众所周知, 柔性机器人的轨迹跟踪与运动控制精度, 在很大程度上将决定于描述该柔性机器人系统运动性态的一组动力学方程. 为了获得良好的控制精度, 就必须首先建立相应的动力学模型, 再据此设计最优(次优)鲁棒控制器.

尽管对柔性机器人臂的动力学建模问题已有不少结果^[3~5], 对受限刚性机器人的研究也很多^[6], 但对处于受限运动状态的柔性机器人的研究却相对较少. 文献[7, 8]分别给出了受限柔性机器人臂的动力学运动方程, 但这些模型过于复杂, 在实际运用时需忽略的项数太多, 使控制精度大大降低.

本文拟针对一平面双连杆(柔性前臂加刚性后臂)受限机器人臂的动力学建模问题展开讨论, 利用 D'Alembert-Lagrange 原理建立该刚性-柔性机器人系统的动力学模型.

2 柔性机器人对象

考察图 1 所示在水平面上由两台电机驱动的双自由度柔性机器人臂, 其中连杆 1 假设为刚性的, 由电机 1 的转子驱动, 连杆长度为 L_1 , 惯性矩为 J_1 ; 连杆 2 假设为柔性杆, 由固连在连杆 1 末端的电机 2 的转子驱动, 其连杆长度为 L_2 , 惯性矩为 J_2 . 同时假设连杆 1(刚性后臂)和连杆 2(柔性前臂)单位长度的均匀质量密度分别为 ρ_1 和 ρ_2 , 柔性前臂的均匀柔性刚度为 EI , 其连杆末端有一个集中质量 M_2 , 且始终在约束面上移动. 忽略连杆 2 末端(即机器人臂终

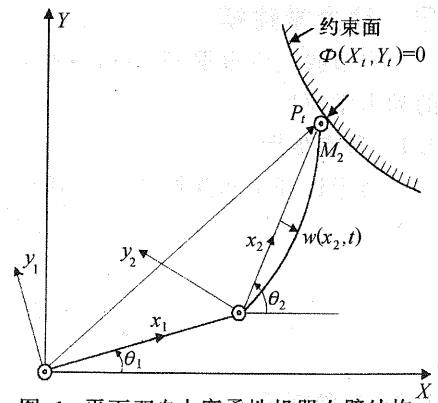


图 1 平面双自由度柔性机器人臂结构

* 国家自然科学基金(69405004)和广东省自然科学基金(940069)资助课题.
本文于 1997 年 6 月 20 日收到, 1998 年 1 月 12 日收到修改稿.

端执行器)与约束面之间的摩擦.

令 (X, Y) 表示惯性笛卡尔坐标系的坐标变量. 假设系统约束为一完整约束, 即只与位置变量有关, 而与速度变量无关. 于是, 利用终端执行器的位置向量 $P_t = (X_t, Y_t)^T$ 可将约束面表示为:

$$\Phi(X_t, Y_t) = 0. \quad (1)$$

由于连杆 1 假设为刚性杆, 故不会产生任何变形. 连杆 2 是柔性杆, 在运行过程中必然会发生形变. 因为连杆 2 的截面线径相对于其连杆长度而言总是很小, 故可忽略其轴向变形和剪切变形的影响, 仅仅考虑其挠曲(弹性)变形, 将连杆 2 视为一段 Euler-Bernoulli 梁处理. 取坐标系如图 1 所示, 其中 θ_1 和 θ_2 分别为连杆 1 和连杆 2 的转角, $w(x_2, t)$ 为连杆 2 在时刻 t 和空间坐标 x_2 点处 ($0 \leq x_2 \leq L_2$) 的横向(挠曲)变形, 其正方向与 y_2 的正方向相反. 采取以上标记的一大优点是在连杆 2 的两端, 恒有

$$w(0, t) = w(L_2, t) \equiv 0. \quad (2)$$

由振动分析理论知, 挠曲变形 $w(x_2, t)$ 可用如下截断模态方程描述:

$$w(x_2, t) = \sum_{i=1}^n q_i(t) \sin \frac{i\pi x_2}{L_2}. \quad (3)$$

式中 $q_i(t)$ ($i = 1, 2, \dots, n$) 是相应的广义坐标; n 是截断项数.

为了得到由系统变量 θ_1, θ_2 和 $q_i(t)$ ($i = 1, 2, \dots, n$) 所表示的约束方程, 我们首先写出机器人终端执行器位置向量 $P_t = [X_t, Y_t]^T$ 的各分量为

$$\begin{cases} X_t = L_1 \cos \theta_1 + L_2 \cos \theta_2, \\ Y_t = L_1 \sin \theta_1 + L_2 \sin \theta_2. \end{cases} \quad (4)$$

代入约束方程(1)中, 有

$$\Phi(\theta_1, \theta_2) = 0. \quad (5)$$

可以看到, 约束方程仅取决于两根连杆的转角, 与柔性连杆的广义坐标 q_i 无关. 由(5)式可知, θ_1 和 θ_2 中只有一个变量是独立的.

在以下的推导中, 我们将用上点表示对时间 t 的导数, 用撇表示对空间坐标 x_2 的导数.

3 动力学建模

本节我们将根据 D'Alembert-Lagrange 原理来建立上述平面双连杆受限柔性机器人系统的动力学模型.

3.1 节点坐标

对于连杆 1 和连杆 2, 其上任意一点的坐标分别为:

$$r_1 = \begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \cos \theta_1 \\ x_1 \sin \theta_1 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

$$r_2 = \begin{bmatrix} X_2 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1 \cos \theta_1 + x_2 \cos \theta_2 + w \sin \theta_2 \\ L_1 \sin \theta_1 + x_2 \sin \theta_2 - w \cos \theta_2 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

3.2 总动能 T

根据前面选定的坐标系, 该机器人系统的总动能可表达为

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} J_1 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} J_2 \dot{\theta}_2^2 + \frac{1}{2} M_2 \dot{P}_t^T \dot{P}_t + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \int_0^{L_i} \rho_i \dot{r}_i^T \dot{r}_i dx_i \\ &= \frac{1}{2} J_1 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} J_2 \dot{\theta}_2^2 + \frac{1}{2} M_2 (\dot{X}_t^2 + \dot{Y}_t^2) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \int_0^{L_i} \rho_i (\dot{X}_i^2 + \dot{Y}_i^2) dx_i. \end{aligned} \quad (8)$$

将(3)(4)(6)(7)各式代入上式,并注意到正交关系

$$\int_0^{L_2} \sin \frac{i\pi x_2}{L_2} \sin \frac{j\pi x_2}{L_2} dx_2 = \begin{cases} 0, & \text{if } i \neq j, \\ \frac{L_2}{2}, & \text{if } i = j. \end{cases} \quad (9)$$

于是有

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} J_1 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{6} \rho_1 L_1^3 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} J_2 \dot{\theta}_2^2 + \frac{1}{2} M_2 (L_1^2 \dot{\theta}_1^2 + L_2^2 \dot{\theta}_2^2 + 2L_1 L_2 \cos(\theta_2 - \theta_1) \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2) \\ &\quad + \frac{1}{2} \rho_2 \int_0^{L_2} [L_1^2 \dot{\theta}_1^2 + (x_2^2 + \omega^2) \dot{\theta}_2^2 + \dot{\omega}^2 + 2L_1 (x_2 \cos(\theta_2 - \theta_1) + \omega \sin(\theta_2 - \theta_1)) \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \\ &\quad - 2L_1 \cos(\theta_2 - \theta_1) \dot{\theta}_1 \dot{\omega} - 2x_2 \dot{\theta}_2 \dot{\omega}] dx_2 \\ &= \left(\frac{1}{2} J_1 + \frac{1}{6} \rho_1 L_1^3 + \frac{1}{2} M_2 L_1^2 + \frac{1}{2} \rho_2 L_1^2 L_2 \right) \dot{\theta}_1^2 \\ &\quad + \left(\frac{1}{2} J_2 + \frac{1}{2} M_2 L_2^2 + \frac{1}{6} \rho_2 L_2^3 + \frac{1}{4} \rho_2 L_2 \sum_{i=1}^n q_i^2 \right) \dot{\theta}_2^2 \\ &\quad + \left(M_2 L_1 L_2 \cos(\theta_2 - \theta_1) + \frac{1}{2} \rho_2 L_1 L_2^2 \cos(\theta_2 - \theta_1) \right) \\ &\quad + \frac{2}{\pi} \rho_2 L_1 L_2 \sin(\theta_2 - \theta_1) \sum_{i=1}^n \frac{\Delta_i q_i}{i} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 - \left(\frac{2}{\pi} \rho_2 L_1 L_2 \cos(\theta_2 - \theta_1) \sum_{i=1}^n \frac{\Delta_i q_i}{i} \right) \dot{\theta}_1 \\ &\quad + \left(\frac{1}{\pi} \rho_2 L_2^2 \sum_{i=1}^n \frac{(-1)^i q_i}{i} \right) \dot{\theta}_2 + \frac{1}{4} \rho_2 L_2^2 \sum_{i=1}^n q_i^2. \end{aligned} \quad (10)$$

式中

$$\Delta_i = \begin{cases} 1, & i = \text{奇数}, \\ 0, & i = \text{偶数} \end{cases} \quad (11)$$

是奇偶算子.

3.3 总势能 V

对于所研究的一类受限柔性机器人系统,其总势能包含两部分:

$$V = V_e + V_g. \quad (12)$$

式中 V_e 是弹性变形引起的弹性势能, V_g 是计及连杆重力对系统动力学影响的重力势能.

由于存在挠曲变形,该机器人系统的弹性势能可表达为

$$\begin{aligned} V_e &= \frac{1}{2} \int_0^{L_2} EI (\omega''(x_2, t))^2 dx_2 - \frac{1}{2} \int_0^{L_2} Q(t) (\omega'(x_2, t))^2 dx_2 \\ &= \frac{\pi^2}{4L_2} \sum_{i=1}^n \left(\frac{\pi^2}{L_2^2} EI i^2 - Q(t) \right) i^2 q_i^2(t). \end{aligned} \quad (13)$$

式中 $Q(t)$ 是机器人终端执行器因受限运动而产生的反作用力(约束力) f_n 在 x_2 坐标轴上的正交映射,表示柔性连杆(连杆 2)的轴向压力. 其与系统变量之间的关系将在下面再作详细讨论.

因为连杆本身的重力作用会对机器人系统的动力学特性产生一定的影响,我们在建立系统的动力学模型时,有必要考虑系统的重力势能:

$$\begin{aligned} V_g &= \rho_1 L_1 \bar{Y}_1 + \int_0^{L_2} \rho_2 Y_2 dx_2 \\ &= \frac{1}{2} \rho_1 L_1^2 \sin \theta_1 + \rho_2 L_1 L_2 \sin \theta_1 + \frac{1}{2} \rho_2 L_2^2 \sin \theta_2 - \frac{2L_2}{\pi} \rho_2 \cos \theta_2 \sum_{i=1}^n q_i \frac{\Delta_i}{i}. \end{aligned} \quad (14)$$

3.4 轴向压力 $Q(t)$

令 λ 是与约束(1)或(5)相应的 Lagrange 算子. 由于机器人终端执行器要求在约束面上无摩擦运动, 必然会沿着约束面的法线方向 n 产生一个反作用力 f_n . 容易得到

$$f_n n = \lambda \frac{\partial \Phi}{\partial P_i} = \lambda \begin{bmatrix} \frac{\partial \Phi}{\partial X_i}(\theta_1, \theta_2) \\ \frac{\partial \Phi}{\partial Y_i}(\theta_1, \theta_2) \end{bmatrix}. \quad (15)$$

因为轴向压力 $Q(t)$ 是反作用力 f_n 在 x_2 轴单位向量上的正交映射, 故可表达为

$$Q(t) = -f_n i_2^T n. \quad (16)$$

式中 $i_2 = [\cos\theta_2 \quad \sin\theta_2]^T$ 是 x_2 轴上的单位向量. 于是, 我们有

$$Q(t) = -\lambda \left(\frac{\partial \Phi}{\partial X_i} \cos\theta_2 + \frac{\partial \Phi}{\partial Y_i} \sin\theta_2 \right). \quad (17)$$

3.5 运动方程

根据 D'Alembert-Lagrange 原理, 我们可以得到下列 Lagrange 方程^[7]:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial \theta_i} + \frac{\partial V}{\partial \theta_i} = \tau_i + \lambda \frac{\partial \Phi}{\partial \theta_i}, \quad i = 1, 2, \quad (18)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} + \frac{\partial V}{\partial q_j} = 0, \quad j = 1, 2, \dots, n. \quad (19)$$

式中 τ_1 和 τ_2 分别是电机 1 和电机 2 的驱动力矩.

将上述各项代入(18)和(19)诸式, 并经复杂的推导和运算, 最终可得描述该受限柔性机器人系统关节转角 θ_1, θ_2 和柔性连杆广义坐标 $q_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 的动力学方程为:

$$\begin{bmatrix} M_{11}(\theta, q) & M_{12}(\theta, q) \\ M_{21}(\theta, q) & M_{22}(\theta, q) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11}(\theta, \dot{\theta}, q) & D_{12}(\theta, \dot{\theta}, q) \\ D_{21}(\theta, \dot{\theta}, q) & D_{22}(\theta, \dot{\theta}, q) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g_1(\theta, q) \\ g_2(\theta, q) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau \\ 0 \end{bmatrix} + \lambda \begin{bmatrix} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (20)$$

式中

$$M_{11}(\theta, q) = \begin{bmatrix} J_1 + \frac{1}{3} \rho_1 L_1^3 + M_2 L_1^2 + \rho_2 L_1^2 L_2 & \left(M_2 L_1 L_2 + \frac{1}{2} \rho_2 L_1 L_2^2 \right) \cos(\theta_2 - \theta_1) + \frac{2}{\pi} \rho_2 L_1 L_2 \sin(\theta_2 - \theta_1) \delta_n^T q \\ \text{对 称} & J_2 + M_2 L_2^2 + \frac{1}{3} \rho_2 L_2^3 + \frac{1}{2} \rho_2 L_2 q^T q \end{bmatrix},$$

$$M_{12}(\theta, q) = \begin{bmatrix} -\frac{2}{\pi} \rho_2 L_1 L_2 \cos(\theta_2 - \theta_1) & 0 & -\frac{1}{3\pi} \rho_2 L_1 L_2 \cos(\theta_2 - \theta_1) & \dots & -\frac{\Delta_n}{n\pi} \rho_2 L_1 L_2 \cos(\theta_2 - \theta_1) \\ -\frac{1}{\pi} \rho_2 L_2^2 & \frac{1}{2\pi} \rho_2 L_2^2 & -\frac{1}{3\pi} \rho_2 L_2^2 & \dots & (-1)^n \frac{1}{n\pi} \rho_2 L_2^2 \end{bmatrix},$$

$$M_{21}(\theta, q) = M_{12}^T(\theta, q), \quad M_{22}(\theta, q) = \frac{1}{2} \rho_2 L_2 I_n, \quad (I_n \text{ 是 } n \times n \text{ 维单位矩阵}).$$

$$D_{11}(\theta, \dot{\theta}, q) = \begin{bmatrix} 0 & A(\theta, q) \dot{\theta}_2 \\ -A(\theta, q) \dot{\theta}_1 & 0 \end{bmatrix},$$

其中

$$A(\theta, q) = -\left(M_2 + \frac{1}{2} \rho_2 L_2 \right) L_1 L_2 \sin(\theta_2 - \theta_1) + \frac{2}{\pi} \rho_2 L_1 L_2 \cos(\theta_2 - \theta_1) \delta_n^T q,$$

$$D_{12}(\theta, \dot{\theta}, q) = \begin{bmatrix} \frac{4}{\pi} \rho_2 L_1 L_2 \sin(\theta_2 - \theta_1) \dot{\theta}_2 & 0 & \frac{4}{3\pi} \rho_2 L_1 L_2 \sin(\theta_2 - \theta_1) \dot{\theta}_2 & \cdots & \frac{4\Delta_n}{n\pi} \rho_2 L_1 L_2 \sin(\theta_2 - \theta_1) \dot{\theta}_2 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix},$$

$$D_{21}(\theta, \dot{\theta}, q) = \begin{bmatrix} -\frac{2}{\pi} \rho_2 L_1 L_2 \sin(\theta_2 - \theta_1) \dot{\theta}_2 & -\frac{1}{2} \rho_2 L_2 q_1 \dot{\theta}_2 \\ 0 & -\frac{1}{2} \rho_2 L_2 q_2 \dot{\theta}_2 \\ -\frac{2}{3\pi} \rho_2 L_1 L_2 \sin(\theta_2 - \theta_1) \dot{\theta}_2 & -\frac{1}{2} \rho_2 L_2 q_3 \dot{\theta}_2 \\ \vdots & \vdots \\ -\frac{2\Delta_n}{n\pi} \rho_2 L_1 L_2 \sin(\theta_2 - \theta_1) \dot{\theta}_2 & -\frac{1}{2} \rho_2 L_2 q_n \dot{\theta}_2 \end{bmatrix},$$

$D_{22}(\theta, \dot{\theta}, q) = 0_n$, (0_n 是 $n \times n$ 维零矩阵),

$$g_1(\theta, q) = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \rho_1 L_1^2 \cos \theta_1 + \rho_2 L_1 L_2 \cos \theta_1 \\ \frac{\lambda \pi^2}{4L_2} \left(-\frac{\partial \Phi}{\partial X_t} \sin \theta_2 + \frac{\partial \Phi}{\partial Y_t} \cos \theta_2 \right) \mathbf{q}^T S \mathbf{q} + \frac{1}{2} \rho_2 L_2^2 \cos \theta_2 + \frac{2}{\pi} \rho_2 L_2 \sin \theta_2 \delta_n^T \mathbf{q} \end{bmatrix},$$

$$g_2(\theta, q) = \frac{\pi^4}{2L_2^3} EIS^2 \mathbf{q} + \frac{\pi^4}{2L_2} \lambda \left(\frac{\partial \Phi}{\partial X_t} \cos \theta_2 + \frac{\partial \Phi}{\partial Y_t} \sin \theta_2 \right) S \mathbf{q} - \frac{2}{\pi} \rho_2 L_2 \cos \theta_2 \delta_n,$$

$$S = \text{diag}[1 \ 4 \ 9 \ \cdots \ n^2], \quad \delta_n = \left[1 \ 0 \ \frac{1}{3} \ \cdots \ \frac{\Delta_n}{n} \right]^T, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta_1} & \frac{\partial \Phi}{\partial \theta_2} \end{bmatrix}^T,$$

$$\boldsymbol{\tau} = [\tau_1 \ \tau_2]^T, \quad \boldsymbol{\theta} = [\theta_1 \ \theta_2]^T, \quad \mathbf{q} = [q_1 \ q_2 \ \cdots \ q_n]^T.$$

显然, (20) 式就是我们所讨论的平面双连杆受限柔性机器人臂的动力学模型. 这是一组高度非线性、高度耦合的常微分方程. 它刻画了该机器人系统关节转角的运动性态和连杆柔性引起的高频振动(结合式(3)).

应当指出, 由于机器人末端的约束力(轴向力)可以通过在终端执行器上安装力传感器进行测量, 故 Lagrange 算子 λ 可以参照(17)式求得. 向量 $\boldsymbol{\tau}$ 是电机驱动力矩, 亦即该刚性-柔性受限机器人系统的控制输入. 设计恰当的控制输入, 即可对该机器人系统进行混合位置/力控制.

4 结 论

本文利用 D'Alembert-Lagrange 原理研究了一类平面运动的双连杆柔性机器人臂的动力学建模问题, 得到了系统转角的运动方程和柔性连杆的振动方程(通过(3)式和广义坐标), 由于在整个动力学建模过程中考虑的因素比较齐全(如重力势能等的影响), 本文所得到的受限柔性机器人臂的动力学模型具有模型精确、结构简单等特点, 而且在形式上与传统无约束刚性机器人的动力学模型非常相似, 因而有可能直接或间接利用现有的关于刚性机器人运动控制等方面的成果来研究复杂的受限柔性机器人系统的控制问题. 限于篇幅, 这一内容将另文专题讨论.

参 考 文 献

- 1 Book, W. J.. Modeling, design, and control of flexible manipulator arm: a tutorial review. Proc. of the 29th IEEE Conf. on Decision and Control, San Diego, 1990, 500-506
- 2 樊晓平, 徐建闽, 周其节, 梁天培. 柔性机器人的动力学建模与运动控制. 控制理论与应用, 1997, 14(3): 318-329

- 3 Low, K. H. and Vidyasagar, M. . A Lagrangian formulation of the dynamic model for flexible manipulator systems. ASME J. Dynmic System Modelling and Control, 1988, 110(1): 175—181
- 4 Chang, L. W. and Hamilton, J. F. . Dynamics of robotic manipulators with flexible links. ASME J. Dynmic System Modelling and Control, 1991, 113(1): 54—59
- 5 Benati, M. and Morro, A. . Formulation of equations of motion for a chain of flexible links using Hamilton's principle. ASME J. Dynmic System Modelling and Control, 1994, 116(2): 81—88
- 6 Mclamroch, N. H. and Li, D. . Feedback stabilization and tracking of constrained robots. IEEE Trans. Automat. Contr. , 1988, 33(5): 419—426
- 7 Matsuno, F. and Yamamoto, K. . Dynamic hybrid position/force control of a two degree of freedom flexible manipulator. Int. J. Robotic Systems, 1994, 11(5): 355—366
- 8 Matsuno, F. , Asano, T. and Sakawa, Y. . Modeling and quasi-static hybrid position/force control of constrained planar two-link flexible manipulators. IEEE Trans. Robotics and Automation, 1994, 10(3): 287—297

Dynamic Modeling for a Class of Constrained Planar Two-Link Flexible Manipulators

FAN Xiaoping

(Institute of Information and Control Engineering, Changsha Railway University · Changsha, 410075, PRC)

YAN Quansheng and XU Jianmin

(College of Traffic & Communication, South China University of Technology · Guangzhou, 510641, PRC)

MAO Zongyuan and ZHOU Qijie

(Department of Automatic Control Engineering, South China University of Technology · Guangzhou, 510641, PRC)

Abstract: Based on the D'Alembert-Lagrange principle, this paper discusses the dynamic modeling problem for a class of constrained planar two-link flexible manipulators, and establishes a set of dynamic equations which describe the motion of the robotic systems under discussion. Compared with the present dynamic models for same robotic manipulator systems. The motion equations and vibration equations built up here are more precise and simpler. Moreover, this dynamic model has a similar configuration with unconstrained rigid-link manipulators, which make the direct or indirect use of the powerful motion control resettles for rigid robots possible to study the hybrid position/force control of the constrained flexible manipulators.

Key words: flexible manipulator arm; constrained motion; dynamic modeling; D'Alembert-Lagrange principle; Lagrange dynamic equations

本文作者简介

樊晓平 1961年生。1982年1月、1984年9月和1998年3月分别在江西工学院电机工程系、长沙铁道学院电子工程系和华南理工大学自动控制工程系获工学学士、硕士和博士学位。1995年12月至1996年12月在香港理工大学机械工程学系作访问研究。现为长沙铁道学院信息与控制工程研究所所长、副教授。目前的研究领域为自适应控制,鲁棒控制,智能控制,柔性机器人建模和运动控制,计算机集成制造系统(CIMS)等。

颜全胜 1967年生。1986年、1989年和1994年分别在长沙铁道学院土木工程系获工学学士、硕士和博士学位。1997年在华南理工大学通信与电子系统博士后流动站工作。现为华南理工大学交通学院副教授。目前的研究领域为桥梁振动分析,结构动力学等。

徐建闽 见本刊1998年第1期第151页。

毛宗源 见本刊1998年第1期第151页。

周其节 见本刊1998年第1期第38页。