

不确定仿射非线性系统的自适应控制 ——GRBF网络学习方法*

张怀宙 秦化淑

(中国科学院系统科学研究所·北京, 100080)

摘要: 研究一类不确定仿射非线性系统的自适应控制问题, 构造出基于滑动模控制和 GRBF 网络的自适应控制器, 使得对于任意的系统初值和网络初始权重, 被控系统的输出均能渐近跟踪已知参考信号, 控制器设计中所需估计参数个数等于实际参数个数. 仿真结果令人满意.

关键词: 不确定仿射非线性系统; 自适应控制; 滑动模控制; 高斯放射基函数网络

Adaptive Control of Nonlinear Systems with Uncertainties ——GRBF Network Learning Method

Zhang Huaizhou and Qin Huashu

(Institute of Systems Science, Chinese Academy of Science·Beijing, 100080, P. R. China)

Abstract: An adaptive controller combined with sliding mode control and GRBF networks is proposed for the control of a class of affine nonlinear systems. For given initial conditions of the system and networks, the controlled system will globally asymptotically track a known reference signal. In the controller design, the number of estimated parameters are equal to the actual number of network parameters, and we are satisfied by the simulation results.

Key words: uncertain affine nonlinear systems; adaptive control; sliding mode control; GRBF networks

1 引言(Introduction)

近年来,受高新技术迅速发展的推动,对控制系统的分析,精度要求,快速响应及综合性能评价等诸多方面都提出高设计要求.对于动力学模型精确已知系统的设计理论和设计方法已难于满足这一高设计要求,这样含动力学不确定系统的控制理论和设计更大地吸引了人们的兴趣.仿射非线性系统结构性质研究取得的丰硕成果,非线性科学中可借鉴的学习方法以及受线性系统鲁棒分析与控制的理论与方法的启示,使得研究含不确定性非线性系统的控制问题及分析方法成为现实可能,并且受到愈来愈多的关注^[1-7].

文[1]研究一类含不确定参数的仿射非线性系统的自适应跟踪问题,在假设系统可输入-输出线性化,具有指数稳定的零动态的条件下,利用额外参数化和广义误差信号,给出了使得闭环系统有界跟踪的控制器及调参规律.文[2]在降阶模型满足匹配条件,线性参数化,完全状态反馈线性化,未建模动态渐进稳定的条件下,利用确定性等价原理和 Lyapunov 方法,建立了关于未建模动态具有鲁棒性的

自适应调节设计方案.文[8]基于工程的观点,利用具有高斯节点的放射基函数网络逼近不确定函数,研究了一类具有不确定项的规范型系统的自适应跟踪问题.文[3]对一类满足匹配和增长性条件的不确定仿射非线性系统,具体构造出使相应闭环系统成为 Lyapunov 意义下渐近稳定的鲁棒控制器,并且鲁棒控制器具有量测输出的反馈形式.文[4]研究了其不确定性仅知为有界的不确定仿射非线性系统,构造出由标称控制器和神经网络动态补偿器组成的鲁棒控制器,此控制器使含有有界不确定性仿射非线性系统成为实用渐近稳定的.

熟知,变结构控制是研究具有不确定性系统控制的重要方法之一.它关于参数不确定性具有良好的鲁棒性,但缺点是控制器增益过大,且易产生控制抖动.与此同时,由于神经网络所具有的逼近性,适应性,容错性以及并行性,利用神经网络研究不确定系统已成为一个活跃的研究方向.两者的结合可望取得更为满意的控制效果.

本文利用高斯放射基函数(GRBF)网络型学习方法,研究了一类不确定仿射非线性系统的自适应

* 国家自然科学基金资助项目(69391900).
本文于1996年11月25日收到,1998年2月27日收到修改稿.

控制问题,并结合变结构控制方法,构造出基于滑动模控制和 GRBF 网络的自适应控制器,使得对于任意的系统初值和网络初始权重,被控系统输出均能渐近跟踪一已知参考信号.控制器设计中所需估计参数个数等于实际参数个数,且本文设计思想也直接适用于具有有界扰动的参数反馈型系统的控制.

通过引进辅助变量,利用 Lyapunov 分析方法从理论上证明了文中提出的控制算法的收敛性,仿真结果表明,不仅控制方案有效,而且闭环系统具有良好的跟踪品质.

2 基于 GRBF 网络的自适应跟踪 (Adaptive tracking based on GRBF)

考察相对阶为 $\rho (1 \leq \rho \leq n - 1)$ 的如下仿射不确定非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_{11} = x_{12} + f_1(x_{11}, x_2), \\ \vdots \\ \dot{x}_{1i} = x_{1i+1} + f_i(x_{11}, \dots, x_{1i}, x_2), \\ \vdots \\ \dot{x}_{1\rho} = b(x) + f_\rho(x) + a(x)u, \\ \dot{x}_2 = q(x_{11}, x_2), \\ y = x_{11}, \end{cases} \quad (2.1)$$

其中, $x^T = [x_1^T, x_2^T]$ 为 n 维状态,可量测; $u \in \mathbb{R}$ 为输入, $a(x), b(x)$ 为 \mathbb{R}^n 上光滑函数,且 $b(0) = 0, a(x) \neq 0, \forall x \in \mathbb{R}^n$. $f_i(\cdot), i = 1, 2, \dots, \rho$ 为不确定函数,它们表征系统的未建模动态或结构性不确定动态,简称为不确定性,并假定满足:

假设 2.1 f_i 光滑,且 $|f_i| \leq F_i(x), F_i$ 为 x 的已知函数, $1 \leq i \leq \rho$.

假设 2.2 1) 系统(2.1) 的零动态 $\dot{x}_2 = q(0, x_2)$ 全局指数稳定;

2) $q(x_{11}, x_2)$ 关于 x_{11}, x_2 具有连续,有界偏导数.

我们的设计目标是构造控制器 u ,使得系统(2.1) 的输出 y 渐近地跟踪一已知参考信号 $y_m(t)$,并保证闭环系统状态有界.

假设 2.3 参数信号 $y_m(t)$ 及 $\dot{y}_m(t), \dots, y_m^{(\rho)}(t)$ 已知且有界.

注 2.1 一般不确定仿射非线性系统,对不确定性作某些限制下,可化为(2.1) 的形式.

对给定的有界闭区域 D ,构造 ρ 个 GRBF 网络 $\hat{f}_i = \sum_{j=1}^{N_i} \theta_{ij} u_{ij} = \theta_i^T u_i$,其中 u_i 表示第 i 个网络的输入到对应的输入权重的欧氏距离的非线性向量函数, θ_i 为输出权重向量.可以证明^[8]:

性质 2.1 任意给定 $\epsilon \geq 0$,存在 θ_i ,使得

$$|f_i - \hat{f}_i| \leq \epsilon$$

在区域 D 上成立, $\forall 1 \leq i \leq \rho$.

注 2.2 GRBF 网络的构造及隐节点个数的选取见文[3].区域 D 的取法将在本节后面给出.

利用 GRBF 网络的输出 \hat{f}_i ,在 D 上可将系统(2.1) 表示为

$$\begin{cases} \dot{x}_{1i} = x_{1,i+1} + \theta_i^T u_i(x_{11}, \dots, x_{1i}, x_2) + \eta_i, \\ \quad 1 \leq i \leq \rho - 1, \\ \dot{x}_{1\rho} = b(x) + \theta_\rho^T u_\rho(x) + a(x)u + \eta_\rho, \\ \dot{x}_2 = q(x_{11}, x_2), \\ y = x_{11}, \end{cases} \quad (2.2)$$

其中 $\eta_i = f_i - \hat{f}_i, 1 \leq i \leq \rho$.

下面给出自适应跟踪算法,递归地调节每个网络的输出权重 θ_i 的估计值 $\hat{\theta}_i$,利用 $\hat{\theta}_i$ 和 u_i 在区域 D 上自适应补偿对象不确定非线性项,并给出控制器设计.

定义 $e_i = x_{1i} - z_i, s_i = e_i - d_i \text{sat}(e_i/d_i), 1 \leq i \leq \rho$,其中 z_i 将在下面算法中给出, $d_i > 0$ 为事先指定满足精度要求的小正数,而 $\text{sat}(\cdot)$ 为饱和函数,即

$$\text{sat}(x) = \begin{cases} 1, & x > 1, \\ x, & |x| \leq 1, \\ -1, & x < -1. \end{cases}$$

自适应跟踪算法 2.1

Step 0 取 $z_1 = y_m$.

Step 1 当 $|e_1/d_1| > 1$ 时,有 $s_1 \neq 0$,且

$$\dot{s}_1 = s_2 + z_2 - \dot{y}_m + \theta_1^T u_1 + \Delta_1, \quad (2.3)$$

其中 $\Delta_1 = \eta_1 + d_2 \text{sat}(e_2/d_2), z_2$ (视为某种控制作用)取为:

$$z_2 = -c_1 s_1 + s_2 + (\theta_1 - \hat{\theta}_1)^T u_1 + \Delta_1 - (\epsilon + d_2) \text{sat}(e_1/d_1). \quad (2.4)$$

Step 2 当 $|e_2/d_2| > 1$ 时,有 $s_2 \neq 0$,且

$$\begin{aligned} \dot{s}_2 = s_3 + z_3 + \theta_2^T u_2 + \Delta_2 - \\ \frac{\partial z_2}{\partial x_{11}}(x_{12} + \theta_1^T u_1 + \eta_1) - \frac{\partial z_2}{\partial x_2} q(x_{11}, x_2) - \\ \frac{\partial z_2}{\partial \hat{\theta}_1} \dot{\hat{\theta}}_1 - \sum_{j=1}^2 \frac{\partial z_2}{\partial y_m^{(j-1)}} y_m^{(j)}, \end{aligned} \quad (2.5)$$

其中 $\Delta_2 = \eta_2 + d_3 \text{sat}(e_3/d_3), z_3$ (视为某种控制作用)取为

$$\begin{aligned} z_3 = -s_1 - c_2 s_2 - \dot{\hat{\theta}}_2^T u_2 + \\ \frac{\partial z_2}{\partial x_{11}}(x_{12} + \theta_1^T u_1) + \frac{\partial z_2}{\partial x_2} q(x_{11}, x_2) + \\ \frac{\partial z_2}{\partial \hat{\theta}_1} T_1(s_1 - \frac{\partial z_2}{\partial x_{11}} s_2) u_1 + \sum_{j=1}^2 \frac{\partial z_2}{\partial y_m^{(j-1)}} y_m^{(j)} - \\ (\epsilon + c_2^1 \epsilon + d_3) \text{sat}(e_2/d_2). \end{aligned} \quad (2.6)$$

Step $i (3 \leq i \leq \rho - 1)$ 当 $|e_i/d_i| > 1$ 时,有 $s_i \neq 0$,且

$$\dot{s}_i = s_{i+1} + z_{i+1} + \theta_i^T u_i - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial z_i}{\partial x_{1j}}(x_{1,j+1} +$$

$$\theta_j^T u_j + \eta_j) - \frac{\partial z_i}{\partial x_2} q(x_{11}, x_2) - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial z_i}{\partial \theta_j} \dot{\theta}_j - \sum_{j=1}^i \frac{\partial z_i}{\partial y_m^{(j-1)}} y_m^{(j)} + \Delta_i, \quad (2.7)$$

其中 $\Delta_i = \eta_i + d_{i+1} \text{sat}(e_{i+1}/d_{i+1})$, z_{i+1} (视为某种控制作用) 取为

$$z_{i+1} = - \sum_{j=1}^{i-2} \sum_{k=j+1}^{i-1} s_k \frac{\partial z_k}{\partial \theta_j} T_i \frac{\partial z_i}{\partial x_{1j}} u_j - s_{i-1} - c_i s_i - \theta_j^T u_j + \frac{\partial z_i}{\partial x_2} q(x_{11}, x_2) + \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial z_i}{\partial x_{1j}} (x_{1,j+1} + \theta_j^T u_j) + \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial z_i}{\partial \theta_j} T_i (s_j - \sum_{k=j+1}^i \frac{\partial z_k}{\partial x_{1j}} s_k) u_j + \sum_{j=1}^i \frac{\partial z_i}{\partial y_m^{(j-1)}} y_m^{(j)} - (\epsilon + \epsilon \sum_{j=1}^{i-1} c_j^i + d_{i+1}) \text{sat}(e_i/d_i). \quad (2.8)$$

Step ρ 当 $|e_\rho/d_\rho| > 1$ 时, 有 $s_\rho \neq 0$, 且

$$s_\rho = b(x) + a(x)u + \theta_\rho^T u_\rho + \eta_\rho - \sum_{j=1}^{e-1} \frac{\partial z_\rho}{\partial x_{1j}} (x_{1,j+1} + \theta_j^T u_j + \eta_j) - \frac{\partial z_\rho}{\partial x_2} q(x_{11}, x_2) - \sum_{j=1}^{e-1} \frac{\partial z_\rho}{\partial \theta_j} \dot{\theta}_j - \sum_{j=1}^e \frac{\partial z_\rho}{\partial y_m^{(j-1)}} y_m^{(j)}. \quad (2.9)$$

(2.2) 中的控制规律取为

$$u = \frac{1}{a(x)} \left[-s_{\rho-1} - \sum_{j=1}^{e-2} \sum_{k=j+1}^{e-1} s_k \frac{\partial z_k}{\partial \theta_j} T_j \frac{\partial z_\rho}{\partial x_{1j}} u_j - b(x) - c_\rho s_\rho - \theta_\rho^T u_\rho + \sum_{j=1}^{e-1} \frac{\partial z_\rho}{\partial x_{1j}} (x_{1,j+1} + \theta_j^T u_j) + \frac{\partial z_\rho}{\partial x_2} q(x_{11}, x_2) + \sum_{j=1}^e \frac{\partial z_\rho}{\partial y_m^{(j-1)}} y_m^{(j)} + \sum_{j=1}^{e-1} \frac{\partial z_\rho}{\partial \theta_j} T_j (s_j - \sum_{k=j+1}^e \frac{\partial z_k}{\partial x_{1j}} s_k) u_j - (\epsilon + \epsilon \sum_{j=1}^{e-1} c_j^\rho) \text{sat}(e_\rho/d_\rho) \right], \quad (2.10)$$

其中 $\dot{\theta}_i, 1 \leq i \leq \rho$ 满足:

$$\dot{\theta}_j = T_j (s_j - \sum_{k=j+1}^e \frac{\partial z_k}{\partial x_{1j}} s_k) u_j, \quad 1 \leq j \leq \rho - 1, \quad (2.11)$$

$$\dot{\theta}_\rho = T_\rho s_\rho u_\rho. \quad (2.12)$$

定义 Lyapunov 函数

$$V = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^e s_j^2 + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^e (\dot{\theta}_j - \theta_j)^T T_j^{-1} (\dot{\theta}_j - \theta_j),$$

$$\dot{V} \leq - \sum_{j=1}^e c_j s_j^2. \quad (2.13)$$

注 2.3 算法 2.1 中, $c_i > 0$ 为常数, T_i 为取定的正定对称常矩阵 c_i^j 分别为 $\left| \frac{\partial z_k}{\partial x_{1j}} \right|$ 在 D 上的上界,

$$1 \leq j \leq \rho - 1, 1 \leq i \leq \rho.$$

从 (2.13) 知, 由 (2.2) 和 (2.10), (2.11) 以及 (2.12) 构成的闭环系统满足:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} s_i(t) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, \rho. \quad (2.14)$$

注 2.4 由算法 2.1 可估计出当 $t \rightarrow \infty$ 时 z_i 的范围. 又因 $\lim_{t \rightarrow \infty} s_i(t) = 0$, 故可估计出当 $t \rightarrow \infty$ 时 x_i 的范围. 由假设 2.2 我们可得 x 的范围, 即区域 D .

由 (2.14) 及 s_1 的定义知, $|y - y_m| \leq d_1$ 渐近地成立, 故我们有:

定理 2.1 若不确定系统 (2.1) 满足假设 2.1, 2.2, 则我们可在有界闭区域 D 上用 ρ 个 GRBF 网络自适应地补偿对象不确定性, 构造出基于 GRBF 网络的动态补偿器 (2.10) ~ (2.12), 使得相应闭环系统的输出 y 渐近地跟踪参考信号 $y_m(t)$, 即

$$|y(t) - y_m(t)| \leq d_1$$

渐近成立.

3 全局跟踪 (Global tracking)

由于 θ_i 未知, 因此我们在上节中使用的 $\hat{\theta}_i$ 有可能使闭环系统状态跑出任意事先指定的有界闭区域 D . 为保证对任意的系统状态初值及网络输出初值, 系统的输出均能渐近跟踪参考信号, 本节对自适应跟踪算法 2.1 进行修正, 以达到全局跟踪的目的. 主要思想是在算法 2.1 中引入滑动控制项, 当系统的状态超出事先指定的闭域时, 用滑动控制项将系统的状态重新拉回指定的闭域, 然后在此闭域上利用 GRBF 网络的输出进行自适应控制.

首先定义区域 D_i . 假设上节中的区域 D 为

$$D = \{x \mid \|x - x_0\|_{\infty, \omega} \leq 1\},$$

其中 x_0 为区域 D 的中心, 而

$$\|x\|_{\infty, \omega} = \max\left(\frac{|x_1|}{\omega_1}, \frac{|x_2|}{\omega_2}, \dots, \frac{|x_n|}{\omega_n}\right).$$

令:

$$D_1 = \{(x_{11}, x_2) \mid \max\left(\frac{|x_{11} - x_{110}|}{\omega_{11}}, \|x_2 - x_{20}\|_{\infty, \omega_2}\right) \leq 1 + k_0\},$$

$$D_i = \{(x_{11}, \dots, x_{1i}, x_2) \mid \max\left(\frac{|x_{11} - x_{110}|}{\omega_{11}}, \dots, \frac{|x_{1i} - x_{1i0}|}{\omega_{1i}}, \|x_2 - x_{20}\|_{\infty, \omega_2}\right) \leq 1 + k_0\},$$

$$1 \leq i \leq \rho - 1,$$

$$D_\rho = \{x \mid \|x - x_0\|_{\infty, \omega} \leq 1 + k_0\}.$$

其中 $k_0 > 0$ 代表切换区域的宽度. 同样, 在每个区域 D_i 上, 可分别构造 ρ 个 GRBF 网络 \hat{f}_i 来逼近 f_i , 并具有:

性质 3.1 可适当选取网络输出权重 θ_i , 使得在区域 D_i 上成立:

$$|f_i - \hat{f}_i| \leq \varepsilon, \quad 1 \leq i \leq \rho. \quad (3.1)$$

定义

$$m_i(x_{11}, \dots, x_{1i}, x_2) = \max\left(0, \text{sat}\left(\frac{r_i(t) - 1}{k_0}\right)\right), \quad (3.2)$$

其中

$$r_i(t) = \max\left(\frac{|x_{11}(t) - x_{110}|}{\omega_{11}}, \dots, \frac{|x_{1i}(t) - x_{1i0}|}{\omega_{1i}}, \|x_2(t) - x_{20}\|_{\infty, \omega_2}\right).$$

全局跟踪算法 3.1

Step 0 取 $z_1 = y_m$;

Step 1 当 $|e_1/d_1| > 1$ 时, 有 $s_1 \neq 0$, 且

$$\dot{s}_1 = s_2 + z_2 - \dot{y}_m + d_2 \text{sat}(e_2/d_2) + m_1 f_1 + (1 - m_1)(\theta_1^T u_1 + \eta_1). \quad (3.3)$$

取 $z_2 = -c_1 s_1 - (1 - m_1)\hat{\theta}_1^T u_1 + \dot{y}_m - (d_2 + m_1 F_1 + (1 - m_1)\varepsilon) \text{sat}(e_1/d_1)$.

Step 2 当 $|e_2/d_2| > 1$ 时, 有 $s_2 \neq 0$, 且

$$\dot{s}_2 = s_3 + z_3 - \dot{z}_2 + d_3 \text{sat}(e_3/d_3) + m_2 f_2 + (1 - m_2)(\theta_2^T u_2 + \eta_2). \quad (3.4)$$

取 $z_3 = -s_1 - c_2 s_2 - (1 - m_2)\hat{\theta}_2^T u_2 +$

$$\frac{\partial z_2}{\partial x_{11}}(x_{12} + (1 - m_1)\hat{\theta}_1^T u_1) +$$

$$\frac{\partial z_2}{\partial x_2} q(x_{11}, x_2) + \frac{\partial z_2}{\partial \hat{\theta}_1} (1 - m_1) T_1 (s_1 -$$

$$\frac{\partial z_2}{\partial x_{11}} s_2) u_1 + \sum_{j=1}^2 \frac{\partial z_2}{\partial y_m^{(j-1)}} y_m^{(j)} -$$

$$(d_3 + m_2 F_2 + (1 - m_1)\varepsilon +$$

$$m_1 k_1^1 F_1 + (1 - m_1) c_1^1 \varepsilon) \text{sat}(e_2/d_2).$$

Step i ($3 \leq i \leq \rho - 1$) 当 $|e_i/d_i| > 1$ 时, 有 $s_i \neq 0$, 且

$$\dot{s}_i = s_{i+1} + z_{i+1} - \dot{z}_i + d_{i+1} \text{sat}(e_{i+1}/d_{i+1}) + m_i f_i + (1 - m_i)(\theta_i^T u_i + \eta_i). \quad (3.5)$$

取

$$z_{i+1} = -\sum_{j=1}^{i-2} \sum_{k=j+1}^{i-1} (1 - m_j) s_k \frac{\partial z_k}{\partial \hat{\theta}_j} T_j \frac{\partial z_i}{\partial x_{1j}} u_j -$$

$$s_{i-1} - c_i s_i - (1 - m_i)\hat{\theta}_i^T u_i +$$

$$\sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial z_i}{\partial x_{1j}} (x_{1,j+1} + (1 - m_j)\hat{\theta}_j^T u_j) +$$

$$\frac{\partial z_i}{\partial x_2} q(x_{11}, x_2) + \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial z_i}{\partial \hat{\theta}_j} (1 - m_j) T_j (s_j -$$

$$\sum_{k=j+1}^i \frac{\partial z_k}{\partial x_{1j}} s_k) u_j + \sum_{j=1}^i \frac{\partial z_i}{\partial y_m^{(j-1)}} y_m^{(j)} -$$

$$(\varepsilon(1 - m_i + \sum_{j=1}^{i-1} (1 - m_j) c_i^j) +$$

$$m_i F_i + \sum_{j=1}^{i-1} m_j k_j^i F_j + d_{i+1}) \text{sat}(e_i/d_i).$$

Step ρ 当 $|e_\rho/d_\rho| > 1$ 时, 有 $s_\rho \neq 0$, 且

$$\dot{s}_\rho = b(x) + a(x)u + m_\rho f_\rho + (1 - m_\rho)(\theta_\rho^T u_\rho + \eta_\rho) - \dot{z}_\rho. \quad (3.6)$$

控制规律取为

$$u = \frac{1}{a(x)} \left\{ -s_{\rho-1} - \sum_{j=1}^{\rho-2} \sum_{k=j+1}^{\rho-1} (1 - m_j) s_k \frac{\partial z_k}{\partial \hat{\theta}_j} T_j \frac{\partial z_\rho}{\partial x_{1j}} u_j - b(x) - c_\rho s_\rho + \sum_{j=1}^{\rho-1} \frac{\partial z_\rho}{\partial x_{1j}} (x_{1,j+1} + (1 - m_j)\hat{\theta}_j^T u_j) - (1 - m_i)\hat{\theta}_i^T u_\rho + \frac{\partial z_\rho}{\partial x_2} q(x_{11}, x_2) + \sum_{j=1}^{\rho-1} \frac{\partial z_\rho}{\partial \hat{\theta}_j} (1 - m_j) T_j (s_j - \sum_{k=j+1}^{\rho} \frac{\partial z_k}{\partial x_{1j}} s_k) u_j + \sum_{j=1}^{\rho} \frac{\partial z_\rho}{\partial y_m^{(j-1)}} y_m^{(j)} - [\varepsilon(1 - m_\rho + \sum_{j=1}^{\rho-1} (1 - m_j) c_\rho^j) + m_\rho F_\rho + \sum_{j=1}^{\rho-1} m_j k_j^\rho F_j] \text{sat}(e_\rho/d_\rho) \right\}. \quad (3.7)$$

其中 $\hat{\theta}_i, 1 \leq i \leq \rho$ 满足:

$$\dot{\hat{\theta}}_j = (1 - m_j) T_j u_j (s_j - \sum_{k=j+1}^{\rho} s_k \frac{\partial z_k}{\partial x_{1j}}), \quad 1 \leq j \leq \rho - 1, \quad (3.8)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_\rho = (1 - m_\rho) T_\rho s_\rho u_\rho. \quad (3.9)$$

注 3.1 上述算法中 k_i^j 满足 $\left| \frac{\partial z_\rho}{\partial x_{1j}} \right| \leq k_i^j, c_i^j,$

$T_i, c_i, 1 \leq j < i \leq \rho$ 的选取同上节.

类似上节中的讨论, 我们有:

定理 3.1 若不确定系统(2.1)满足假设 2.1, 2.2, 则对于任意的系统初始状态和网络初始权重, 可构造基于滑动模控制和 GRBF 网络的动态补偿器(3.7) ~ (3.9), 使得闭环系统的输出 y 渐近跟踪参考信号 $y_m(t)$, 即

$$|y(t) - y_m(t)| \leq d_1$$

全局渐近成立, 且闭环系统所有信号全局有界.

注 3.2 由于 s_i 渐近地收敛到原点的一个小邻域, 再注意到 D 及 D_i 的取法, 最终, 对于任意的初始系统状态和网络权重, 控制只依赖于 GRBF 网络的输出.

4 仿真(Simulation)

例 4.1

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + f_1(x_1), \\ \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2) + u, \\ y = x_1. \end{cases} \quad (4.1)$$

我们的设计目标是使得系统(4.1)的输出 y 渐进跟踪已知参考信号 $y_m(t) = \cos(5t)$ 及 $y_m(t) = \exp(-5t)$.

为保证系统(4.1)的控制最终只依赖于神经网络的输出,我们分别采用两个 GRBF 网络在区域 $D_{x_1} = [-11\Delta_1, 11\Delta_1]$, $D_{x_1, x_2} = [-13\Delta_2, 13\Delta_2] \times [-14\Delta_2, 6\Delta_2]$ 上自适应补偿不确定项 f_1, f_2 . 其中 $\Delta_1 = 0.2, \Delta_2 = 0.125$.

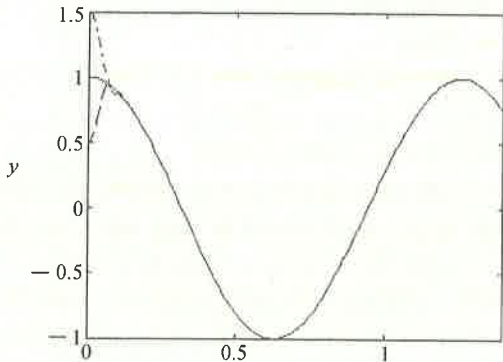


图1 系统(4.1)的输出(点划线)跟踪 $y_m(t)=\cos(5t)$ (虚线)的性能
Fig. 1 The tracking performance of system (4.1) (Dashed lines)

5 结束语 (Conclusion)

本文研究了一类不确定仿射非线性系统的自适应控制问题,构造出基于滑动模控制和 GRBF 网络的控制器,使得被控系统的输出全局渐进跟踪已知参考信号,控制算法中所需估计参数个数等于网络实际参数个数,仿真结果令人满意.

参考文献 (References)

- 1 Sastry S S and Isidori A. Adaptive control of linearizable systems. IEEE Trans. Automat. Contr., 1989,34(11):1123 - 1131
- 2 Taylor D G, Kokotovic P V, Marimo R and Kanellakopoulos I. Adaptive regulation of nonlinear systems with unmodeled dynamics. IEEE Trans. Automat. Contr., 1989,34(4):405 - 412
- 3 Sanner R M and Slotine J J E. Gaussian networks for direct adaptive control. IEEE Trans. Neural Networks, 1992,3(6):837 - 863
- 4 秦化淑,陈彭年,洪奕光.不确定控制系统的输出反馈镇定.控制与决策,1994,9(6):432 - 436
- 5 Qin Huashu, Hong Yiguang and Mei Shenwei. A Robustly Finite Attraction for nonlinear mechanics systems with uncertainties. Proc. Int. Conf. Control and Information, Hongkong, 1995
- 6 Kanellakopoulos I, Kokotovic P V and Morse A S. Systematic design of

仿真中取 $f_1(x_1) = \left[\frac{\sin(\pi x_1)}{\pi x_1} \right]^2, f_2(x_1, x_2) = 4 \frac{\sin(4\pi x_1)}{4\pi x_1} \left[\frac{\sin(\pi x_2)}{\pi x_2} \right]^2$. 取网络逼近误差为 $\epsilon_f \leq 0.05; d_1 = 0.001; d_2 = 0.005; c_1 = c_2 = 20; T_1 = T_2 = 30; F_1 = 10; F_2 = 30$. 采用的仿真算法为4阶龙格-库塔算法,步长 h 取为 0.0001,系统状态初值和网络权初值分别取为: 1) $x_1(0) = x_2(0) = 0.5, \hat{\theta}_1^T(0) = [1, \dots, 1]^T, \hat{\theta}_2^T(0) = [1, \dots, 1]^T$; 2) $x_1(0) = x_2(0) = 1.5, \hat{\theta}_1^T(0) = [0, \dots, 0]^T, \hat{\theta}_2^T(0) = [0, \dots, 0]^T$; 3) $x_1(0) = x_2(0) = 0.0, \hat{\theta}_1^T(0) = [1, \dots, 1]^T, \hat{\theta}_2^T(0) = [1, \dots, 1]^T$; 4) $x_1(0) = x_2(0) = 2.0, \hat{\theta}_1^T(0) = [0, \dots, 0]^T, \hat{\theta}_2^T(0) = [0, \dots, 0]^T$. 仿真结果如下:

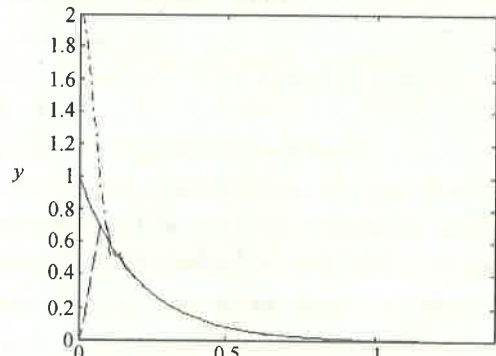


图2 系统(4.1)的输出(点划线)跟踪 $y_m(t)=\exp(-5t)$ (虚线)的性能
Fig. 2 The tracking performance of system (4.1) (Dashed lines)

adaptive controllers for feedback linearizable systems. IEEE Trans. Automat. Contr., 1991,36(11):1241 - 1253

- 7 Liu C C and Chen F C. Adaptive control of non-linear continuous-time systems using neural networks — general relative degree and MIMO cases. Int. J. Control, 1993,58(2):317 - 336
- 8 Funahashi K. On the approximate realization of continuous mappings by neural networks. Neural Networks, 1989,2(3):183 - 192
- 9 Astrom K J and Wittenmark B. Adaptive Control. Second ed. Redwood; Addison-Wesley Publishing Company, 1995
- 10 Narendra K S and Annaswamy A M. Stable Adaptive Systems. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1989
- 11 Slotine J J E and Hedrick J K. Robust input-output feedback linearization. Int. J. Control, 1993,57(5):1133 - 1140

本文作者简介

张怀宙 1972年生.1992年毕业于山东大学数学系控制理论专业.同年,考入郑州大学数学与系统科学系,1995年获得郑州大学数学与系统科学系硕士学位.1998年获理学博士学位,主要研究兴趣是:非线性系统混沌的生成、利用和控制问题的理论和仿真研究.

秦化淑 1934年生.1956年毕业于南开大学数学系,1961年在波兰雅盖龙大学获博士学位.从事过常微分方程,线性与非线性系统控制及其在导弹制导和机器人控制的应用等方面的研究工作.目前对非线性系统结构性质,镇定,机器人控制,不确定系统控制等有兴趣.