

SGCMG 系统非奇异路径规划*

吴 忠 吴宏鑫

(北京控制工程研究所·北京, 100080)

摘要: 单框架控制力矩陀螺(SGCMG)是应用在航天器上的一类惯性执行机构. 在航天器的姿态控制中, 通常采用三个或以上的 SGCMG, 以满足三轴控制的要求. 但是, 当多个 SGCMG 协调工作时, 系统会出现奇异现象, 并极大地降低了 SGCMG 系统的操纵性能. 为回避 SGCMG 系统的奇异, 本文提出了一种新的奇异回避条件, 并对非线性规划中当前 Kuhn-Tucker 乘子值的估计, 得到了冗余 SGCMG 系统闭合形式的非奇异路径, 而不需繁杂的数值求解. 正是由于这些新的手段, 使得本文提出的算法不仅具有良好的奇异回避性能, 而且形式简单, 易于实现. 对金字塔构形的 4-SGCMG 系统的仿真结果表明, 上述算法是可行的.

关键词: 控制力矩陀螺; 路径规划; 执行机构; 奇异; 冗余

Nonsingular Path Planning in Single Gimbal Control Moment Gyroscope Systems

Wu Zhong and Wu Hongxin

(Beijing Institute of Control Engineering · Beijing, 100080, P. R. China)

Abstract: Single Gimbal Control Moment Gyroscopes (SGCMGs) are torque producing devices which are internal to a spacecraft and operate based on principles of momentum exchange. Normally, three or more SGCMGs are used in the spacecraft in order to realize 3-axis control. However, the research and design of the steering law do suffer from a serious drawback—singularity, which exists in SGCMG systems and can affect the control performance to a great extent. In order to avoid system singularities, a new singularity avoidance condition is presented. Thereafter, a closed-form nonsingular path is obtained in redundant SGCMG systems through the estimation of the Kuhn-Tucker multipliers, without sophisticated numerical calculations. This innovation makes the algorithm presented here not only have good performance in singularity avoidance, but also have a simple form and can be implemented easily. Simulation results of the pyramid-type 4-SGCMG system indicate that the algorithm stated above is feasible.

Key words: control moment gyroscopes; path planning; actuators; singularity; redundancy

1 引言(Introduction)

单框架控制力矩陀螺(SGCMG)是应用在航天器上的一类惯性执行机构, 主要通过动量交换产生内部力矩, 以对航天器进行姿态控制(或稳定). 由于 SGCMG 具有机械结构简单、输出力矩大(力矩放大作用)等优点, 在航天控制应用领域, 引起了广泛的关注. 但是, 要使利用 SGCMG 的姿态控制达到较高的性能, 保证 SGCMG 系统稳定、可靠的运行, 必须研究具有良好性能的操纵律, 操纵 SGCMG 以产生期望力矩. 由于 SGCMG 系统中存在奇异状态(使操纵律不能产生期望力矩), 给系统操纵律的研究和设计带来了很大的困难. 因此, 在 SGCMG 系统操纵律的研究中, 奇异回避是最基本的主题^[1].

根据求解方式的不同, 现存 SGCMG 系统操纵

律可分为框架角操纵律^[2,3]、框架角速率操纵律和框架角加速度操纵律^[1]等. 在框架角速率操纵律中, 又存在几种主要形式, 如 Penrose-Moore 伪逆操纵律^[1,4]、带零运动的伪逆操纵律^[5-7]、奇异鲁棒(Singularity Robustness)逆操纵律^[2,5]等. 但这些方法都不能使 SGCMG 系统的操纵达到完全满意的性能, 或者在奇异回避方面较差, 或者计算量太大, 不能实时实现.

为解决以上 SGCMG 系统操纵律中存在的问题, 文献[8]提出了初始框架角选择法, 但此种方法需事先已知待产生的力矩信息; 文献[9]则利用查表法来回避奇点, 但此种方法占用了较多的内存, 且由于干扰或其它因素引起的系统变化没有适应性; 文献[10,11]则基于 Lyapunov 稳定性理论来选择合适

* 国家自然科学基金及航天工业总公司预研课题资助项目.
本文于 1997 年 10 月 20 日收到, 1998 年 9 月 3 日收到修改稿.

的零运动,但也不能保证回避系统所有的内部奇点;文献[12,13]则把非线性规划引入到 SGCMG 系统的操纵中,虽然能在奇异回避方面取得较好的效果,但由于非线性规划问题求解的复杂性,也使得这两种算法难于实时实现.

与 SGCMG 系统类似,在机械臂(Robot Manipulators)的关节控制中,同样需要考虑奇异回避问题.为完成特定任务,满足冗余机械臂关节控制的要求,其奇异的回避大都通过路径规划来实现^[14~21]. J. Baillieul^[17~19]认为冗余机械臂可以实施非奇异控制,且非奇异路径可以由数学规划得到;文献[14,15]皆以系统的可操纵性(Manipulability)为性能指标,且假设任务已知,虽然可以得到非奇异路径,但其计算大都离线进行;文献[16]则在路径规划中采用了 Newton-Raphson 算法进行迭代求解,虽然所得到的路径不易出现奇异等问题,但所需的计算量也是十分可观的;文献[20]虽然可以得到一个路径规划问题的闭合形式解,亦可通过一定的性能指标来达到回避奇异的目的,但其研究却仅限于算法的可重复性,而对奇异的回避关注甚少;文献[21]则把系统非奇异的条件用一个二阶条件表示,且非线性规划求解中,通过指定 Kuhn-Tucker 乘子的值来简化计算,并得到了一个闭合形式的满意解,但系统非奇异条件的表达及 Kuhn-Tucker 乘子值的指定方法却值得商榷.

因此,为实现 SGCMG 系统的非奇异路径规划,本文改进了文献[21]中的非奇异条件及 Kuhn-Tucker 乘子值的估计方法,并在一定理论分析的基础上,得到了 SGCMG 系统闭合形式的非奇异路径.

2 SGCMG 系统运动学描述及基本引理 (Kinematics of SGCMG systems and primary lemmas)

为便于讨论,在此,设 n -SGCMG 系统的配置满足文献[22]中的假设,并设角动量空间 $H \subset \mathbb{R}^3$, 框架角空间 $\Theta \subset \mathbb{R}^n$, 则 n -SGCMG 系统的运动学关系可表示为

$$\dot{\bar{h}}(t) = \bar{f}(\bar{\sigma}(t)), \bar{h}(t) \in H, \bar{\sigma}(t) \in \Theta. \quad (1)$$

其中 $\bar{f}(\cdot)$ 为非线性矢量函数. 对式(1)两边微分,可得

$$\dot{\bar{h}}(t) = J(\bar{\sigma}(t))\dot{\bar{\sigma}}(t). \quad (2)$$

其中 $J(\bar{\sigma}(t)) = \partial \bar{f}(\bar{\sigma}(t)) / \partial \bar{\sigma}(t)$ 为 Jacobi 阵. 由此,可写出式(2)的通解如下式所示:

$$\dot{\bar{\sigma}}(t) = J^+(\bar{\sigma}(t))\dot{\bar{h}}(t) + [I - J^+(\bar{\sigma}(t))J(\bar{\sigma}(t))]\bar{v}(t). \quad (3)$$

其中 $J^+(\bar{\sigma}(t)) = J^T(\bar{\sigma}(t))[J^T(\bar{\sigma}(t))J(\bar{\sigma}(t))]^{-1}$, $\bar{v}(t) \in \mathbb{R}^n$, I 为单位阵.

考虑时间间隔 $[t_0, t_f]$, 设存在时间序列 $\{t(k)\}$, 且 $t_0 = t(0) < t(1) < \dots < t(M) = t_f$, $\Delta t(k) = t(k) - t(k-1)$, $\max_k(\Delta t(k)) \ll (t_f - t_0)$, $k = 0, 1, \dots, M$. 对于第 k 个时刻,记 $\bar{h}(k) = \bar{h}(t(k))$, $\bar{\sigma}(k) = \bar{\sigma}(t(k))$, $J(k) = J(\bar{\sigma}(t(k)))$, $\bar{v}(k) = \bar{v}(t(k))$, 则式(1)~式(3)可写成:

$$\bar{h}(k) = f(\bar{\sigma}(k)), \quad (4)$$

$$\dot{\bar{h}}(k) = J(k)\dot{\bar{\sigma}}(k), \quad (5)$$

$$\dot{\bar{\sigma}}(k) = J^+(k)\dot{\bar{h}}(k) + [I - J^+(k)J(k)]\bar{v}(k). \quad (6)$$

引理 1 设 $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$, δA 为矩阵 A 的扰动, $B = A + \delta A$, 矩阵 A, B 的最小奇异值分为 $s_{Amin}, s_{Bmin} \neq 0$, 则 $s_{Bmin} \geq s_t$ 的充分条件是

$$\|A^+\|_2(s_t + \|\delta A\|_2) \leq 1, \quad (7)$$

其中 s_t 为任意正数.

应用奇异值扰动定理^[23], 即可得到引理 1 的证明.

3 奇异回避的基本条件 (Primary conditions of singularity avoidance)

考察任意时刻 $t(k) \in [t_0, t_f]$, 则 $t(k+1)$ 时刻的 Jacobi 阵可表示为

$$J(\bar{\sigma}(k+1)) = J(\bar{\sigma}(k)) + \dot{J}(\bar{\sigma}(k))\Delta t(k+1) + o(\Delta t^2(k+1)). \quad (8)$$

其中 $\dot{J}(\bar{\sigma}(k)) = dJ(\bar{\sigma}(k))/dt$, $o(\cdot)$ 为 (\cdot) 的高阶无穷小. 令

$$\bar{J}(\bar{\sigma}(k)) \stackrel{\text{def}}{=} J(\bar{\sigma}(k))\Delta t(k+1) + o(\Delta t^2(k+1)), \quad (9)$$

则式(8)可写成

$$J(\bar{\sigma}(k+1)) = J(\bar{\sigma}(k)) + \bar{J}(\bar{\sigma}(k)). \quad (10)$$

由式(10), 可以得到奇异回避问题的描述如下:

任给 $t(k) \in [t_0, t_f]$, $J(\bar{\sigma}(k))$ 满秩, 选择满足式(2)的框架角速度 $\dot{\bar{\sigma}}(k)$, 使得 $[J(\bar{\sigma}(k)) + \bar{J}(\bar{\sigma}(k))]$ 满秩, 即 $J(\bar{\sigma}(k+1))$ 满秩.

定理 1 设 $n > 3$, $t(k) \in [t_0, t_f]$, $\text{rank}[J(\bar{\sigma}(k))] = 3$, 则 $J(\bar{\sigma}(k+1))$ 满秩且最小奇异值 $s_{min} \geq s_t$ 的充分条件为

$$\|J^+(\bar{\sigma}(k))\|_2(s_t + \|\bar{J}(\bar{\sigma}(k))\|_2) \leq 1. \quad (11)$$

其中 s_t 为任意正数.

根据引理 1, 可以很方便地得到定理 1 的证明,

在此不赘述.

定理 2 设 $n > 3, t(k) \in [t_0, t_f], \text{rank}[J(\bar{\sigma}(k))] = 3$, 且存在

$$\dot{\bar{\sigma}}(k) = J_{\bar{W}}^+(\bar{\sigma}(k))\dot{\bar{h}}(k) + [I - J_{\bar{W}}^+(\bar{\sigma}(k))J(\bar{\sigma}(k))] \bar{v}(k), \quad (12)$$

则式(11)成立的充分必要条件为

$$\|J(\bar{\sigma}(k))[\dot{\bar{\sigma}}(k) - \bar{v}(k)]\|_2 \geq (s_t + \|\bar{J}(\bar{\sigma}(k))\|_2) \|\dot{\bar{\sigma}}(k) - \bar{v}(k)\|_2. \quad (13)$$

其中 $J_{\bar{W}}^+(\bar{\sigma}(k)) = WJ^T(\bar{\sigma}(k))[J(\bar{\sigma}(k))WJ^T(\bar{\sigma}(k))]^{-1}$, $[\dot{\bar{\sigma}}(k) - \bar{v}(k)] \neq 0 \in \mathbb{R}^n, W > 0$.

定理 2 的证明略. 通过定理 2, 可以把定理 1 中的奇异回避条件转化为关于框架角速度的二阶条件, 以简化非奇异规划中的约束条件, 有利于规划问题的求解.

4 非奇异路径规划 (Nonsingular path planning)

要实现 SGCMG 系统的非奇异操纵, 必须根据 SGCMG 系统的任务, 规划出一条非奇异路径. 任给 $t(k) \in [t_0, t_f]$, 可以得到非奇异路径规划问题的描述如下:

$$\min_{\dot{\bar{\sigma}}(k)} [\dot{\bar{\sigma}}^T(k) W_1 \dot{\bar{\sigma}}(k) + 2\dot{\bar{\sigma}}^T(k) A\bar{q}] \quad (14a)$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} \dot{\bar{h}}(k) - J(\bar{\sigma}(k))\dot{\bar{\sigma}}(k) = 0, \\ \bar{y}^T [J^T(\bar{\sigma}(k))J(\bar{\sigma}(k)) - (s_t + A_m)^2 I] \bar{y} \geq 0. \end{cases} \quad (14b)$$

其中 W_1, A 为对称正定阵, $\bar{q} \in \mathbb{R}^{n \times 1}, \bar{y} = \dot{\bar{\sigma}}(k) - \bar{v}(k)$, 不等式约束条件由定理 2 得到, A_m 为 $\|\bar{J}(\bar{\sigma}(k))\|_2$ 的最大值, 并由 SGCMG 的最大允许框架角速率决定.

定理 3 (约束规范条件) 设 $\bar{y}_N = [I - J^+(\bar{\sigma}(k))J(\bar{\sigma}(k))] \bar{y}$ 为 \bar{y} 的零运动分量, 则当 \bar{y}_N 非零时, 非线性规划问题(14)的等式约束函数 $\bar{l} = \dot{\bar{h}}(k) - J(\bar{\sigma}(k))\dot{\bar{\sigma}}(k)$ 与不等式约束函数 $g = \bar{y}^T \cdot [J^T(\bar{\sigma}(k))J(\bar{\sigma}(k)) - (s_t + A_m^2)I] \bar{y}$ 的梯度在最优线性无关.

定理 3 的证明略. 在定理 3 的条件下, 非线性规划(14)满足约束规范. 为求解此规划问题, 可写出其 Lagrange 函数(在下面的推导中, 略去下标 k):

$$L(\bar{\sigma}, \bar{\mu}, \bar{\lambda}) = \dot{\bar{\sigma}}^T W_1 \dot{\bar{\sigma}} + 2\dot{\bar{\sigma}}^T A\bar{q} + \bar{\mu}^T (\dot{\bar{h}} - J\dot{\bar{\sigma}}) +$$

$$\lambda \bar{y}^T [J^T J - (s_t + A_m)^2 I] \bar{y}. \quad (15)$$

据 Kuhn-Tucker 定理^[24], 可得

$$\nabla_{\dot{\bar{\sigma}}} L = 2(W_1 \dot{\bar{\sigma}}^* + A\bar{q}) - J^T \bar{\mu}^* - 2\lambda^* [J^T J - (s_t + A_m)^2 I] \bar{y} = 0, \quad (16a)$$

$$\dot{\bar{h}} - J\dot{\bar{\sigma}}^* = 0, \quad (16b)$$

$$\lambda^* \bar{y}^{*T} [J^T J - (s_t + A_m)^2 I] \bar{y}^* = 0, \quad (16c)$$

$$\lambda^* \geq 0. \quad (16d)$$

消去式(16)中的乘子 $\bar{\mu}^*$, 则可得

$$\dot{\bar{\sigma}}^* = J_{W_2}^+ \dot{\bar{h}} - [I - J_{W_2}^+ J] W_2 [A\bar{q} + \lambda^* (J^T J - (s_t + A_m)^2 I) \bar{v}], \quad (17)$$

其中

$$J_{W_2}^+ = W_2 J^T (J W_2 J^T)^{-1},$$

$$W_2 = [W_1 - \lambda^* (J^T J - (s_t + A_m)^2 I)]^{-1}.$$

由上式可以看出, λ^* 的取值情况, 也直接决定了应施加的零运动的大小. 在此, 如令 $-A\bar{q} = W_1 \bar{v}$, 则式(17)可写成

$$\dot{\bar{\sigma}}^* = J_{W_2}^+ \dot{\bar{h}} + [I - J_{W_2}^+ J] \bar{v}. \quad (18)$$

显然, 式(18)与定理 2 中的式(12)相吻合, 则在非线性规划中所用到的相关结论是成立的.

然而, 只通过式(17)是无法确定所需的框架角速度的, 因为 Kuhn-Tucker 乘子 λ^* 的值并没有确定. 要得到满足式(16)的最优的 λ^* 值, 可以用数值求解的方法, 但这种方法所需计算量过大, 会给实时实现带来一定困难. 现在的问题是: 能不能避开复杂的数值计算, 而通过其他方法得到系统的一个满意解呢? 回答是肯定的^[21]. 下面的工作就是如何确定 Kuhn-Tucker 乘子的值, 以得到非线性规划问题的满意解.

定理 4 设 λ^* 是满足式(16)的最优 Kuhn-Tucker 乘子, λ 是问题(14)的满意解, 即其对应的框架角速度满足运动约束条件和非奇异约束条件(14b), 但不一定是最优解, 且 $\lambda = \lambda^* + \Delta\lambda$, 那么 λ 和 $\Delta\lambda$ 需满足

$$\textcircled{1} \lambda < 1 / \|W_1^{-1}\|_2 \|J^T J - (s_t + A_m)^2 I\|_2;$$

$$\textcircled{2} W_1 = I \text{ 时, } \Delta\lambda \geq 0 \text{ 或 } \Delta\lambda \leq -2[1 + \lambda^* (s_t + A_m)^2] / (s_t + A_m)^2.$$

定理 4 的证明略. 根据定理 4 可知, 可以通过指定合适的 Kuhn-Tucker 乘子的值, 得到非奇异路径规划问题的满意解. 虽然定理 4 给出了一个 $\Delta\lambda$ 的大致范围, 但要具体给出一个合适的 λ 还是十分困难的.

考虑到 λ 与不等式约束函数的关系,可根据算法 I 选择 λ 值,以使加入的零运动适当,其中 k_1 为比例系数,且 $0 < k_1 < 1$.

算法 I λ 的计算.

① 根据 $\bar{\sigma}(k-1), J(\bar{\sigma}(k)), \bar{v}(k-1)$, 计算 $TEMP = \bar{y}^T [J^T J - (s_t + A_m)^2 I] \bar{y}$;

② 如果 $TEMP \geq 0$,
 $\lambda = 0$;

否则

$$\lambda = -k_1 \cdot TEMP;$$

③ 返回.

要根据式(17)得到使下一时刻的 Jacobi 阵非奇异的框架角速度,还需确定 A 和 \bar{q} 的值. 根据 SGCMG 系统操纵的特点,总是希望在每次的操纵过程中,能顺利地到达饱和奇异处,而不遇到内部奇点.因此,可以考虑通过 A, \bar{q} 值的选取,来达到尽快到达饱和奇异点的目的,即可取 $\bar{q} = \bar{\sigma} - \bar{\sigma}_d, A = I$. 其中 $\bar{\sigma}_d$ 为期望到达的饱和奇异框架角组合,其计算可根据算法 II 进行.

算法 II 饱和奇异点的确定.

① $\bar{u} = \bar{\tau}_{given} / |\bar{\tau}_{given}|, \bar{\tau}_{given}$ 为当前力矩给定;

② 根据 $\bar{\sigma}(k-1)$, 计算第 i 个 SGCMG 的角动量 $\bar{h}_i(k-1)$ 和力矩 $\bar{j}_i(k-1), i = 1, \dots, n$;

③ $\sigma_{d_i} = \arctg[\bar{j}_i(k-1) \cdot \bar{u} / \bar{h}_i(k-1) \cdot \bar{u}]$,
 $\bar{\sigma}_d = [\sigma_{d_1}, \dots, \sigma_{d_2}]^T$;

④ 返回.

相关的参数确定以后,就可以根据式(17)得到 SGCMG 系统的非奇异路径,实施非奇异操纵.同时,可以发现,式(17)与带零运动的伪逆法特别相似,但二者又有很大的不同,这主要由于在本文的方法中,包含了回避奇异的信息,且通过 A_m 的选取,考虑了框架角速度限制.这样,得到的系统操纵即可达到较

高的性能,又能具有较简单的形式,易于实现.

5 仿真结果及分析 (Simulation results and analysis)

为验证理论分析的正确性,在此,以金字塔构形的 4-SGCMG 系统为例^[2,5],对本文提出的非奇异路径规划方法进行了仿真,并和逆增益法^[2,5]、奇异鲁棒逆操纵律^[2,5]、使奇异测度取极值的梯度法^[5,6]作了对比分析.在仿真中,视 SGCMG 为理想器件,不考虑其伺服特性,并具有单位角动量,且选取采样周期 $T_s = 0.05s$,最大框架角速率 $\|\dot{\bar{\sigma}}\|_{\infty} = 2rad \cdot s^{-1}, A_m = 0.164, s_t = 0.5, W_1 = I, A = I, k_1 = 0.1$,系统的初始框架角取为 $[45^\circ, -45^\circ, 45^\circ, -45^\circ]$,由仿真结果可以知道,本文的方法是显然优于逆增益法和奇异鲁棒逆操纵律的.因此,本文只针对两种典型输入,给出梯度法和非奇异路径规划法的仿真结果如图 1 ~ 图 4 所示(在奇异测度仿真曲线中, $m = \sqrt{\det(JJ^T)}$;在框架角速度仿真曲线中,实线表示框架 1,虚线表示框架 2,点划线表示框架 3,双折线表示框架 4).

① $\bar{\tau}_{given}^{[5]} = \begin{cases} [0.7071 & 0.7071 & 0], & t < 0.83s \\ [-0.7071 & 0.7071 & 0], & t > 0.83s \end{cases}$
 仿真结果如图 1 ~ 图 2 所示.可以看出,梯度法和非奇异路径规划法的操纵性能均较好,在到达饱和奇异点(约 4.0s)之前,奇异测度值均较高,没有出现奇异现象,而这是逆增益法和奇异鲁棒逆操纵律所不能比拟的.

② $\bar{\tau}_{given}^T = 0.7071[\sin 4\pi t \cos 4\pi t \ 1]$, 仿真结果如图 3 ~ 图 4 所示.可以看出,梯度法出现了严重的奇异现象(2 ~ 4s),最大框架角速度竟达 $20rad \cdot s^{-1}$; 相比而言,非奇异路径规划法的奇异现象较轻,最大框架角速度较小 ($< 4rad \cdot s^{-1}$),操纵性能较好.

综合①②,可以知道,而使奇异测度取极值的梯

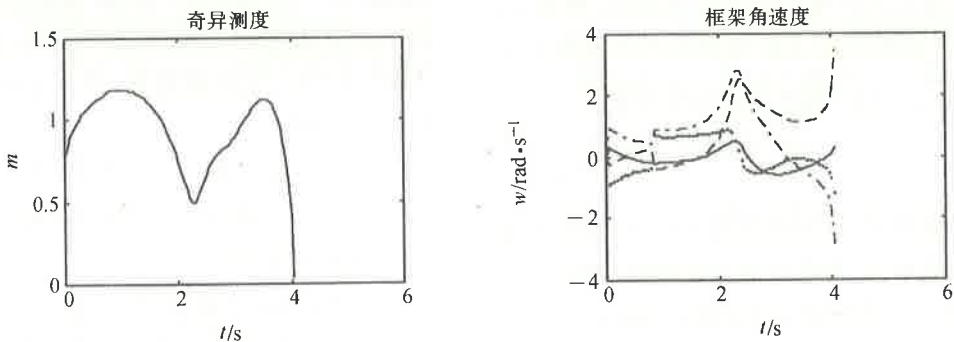


图 1 梯度法(输入为突变型)

Fig. 1 Gradient method (when input varies suddenly)

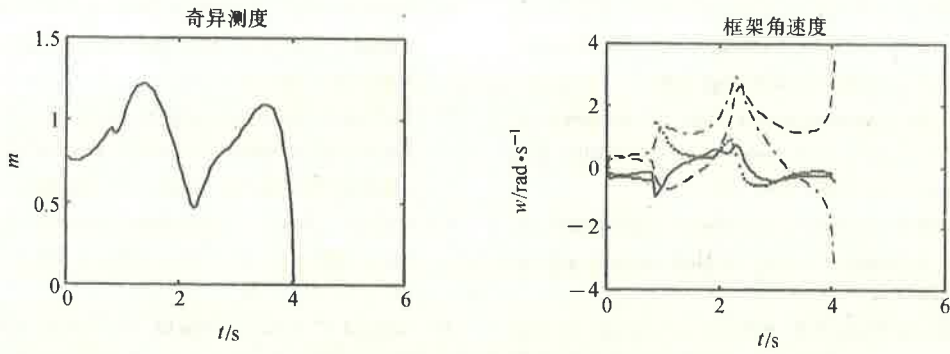


图 2 非奇异路径规划法(输入为突变型)

Fig. 2 Nonsingular path planning (when input varies suddenly)

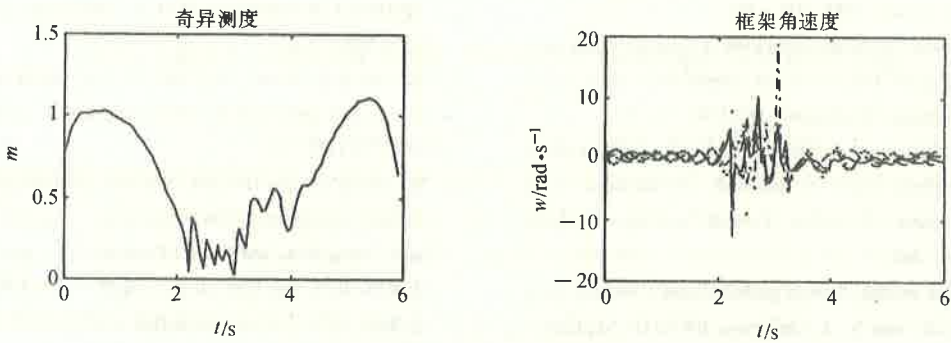


图 3 梯度法(输入为缓变型)

Fig. 3 Gradient method (when input varies slowly)

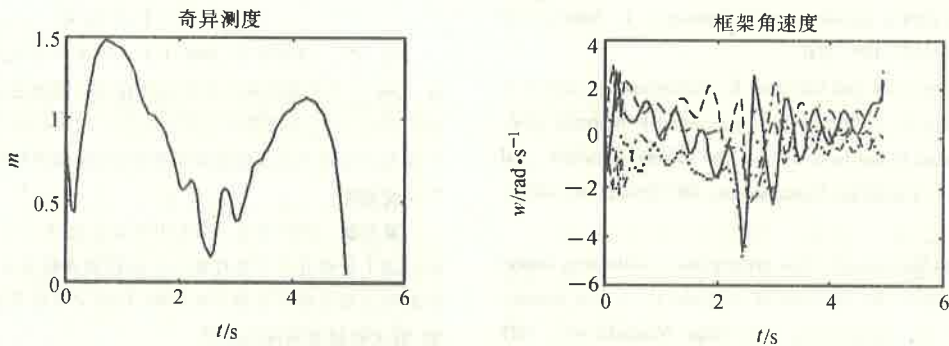


图 4 非奇异路径规划法(输入为缓变型)

Fig. 4 Nonsingular path planning (when input varies slowly)

度法相比,非奇异路径规划法虽仅在某些输入信号下,操纵性能稍优,但非奇异路径规划法的计算量较小,具有较好的实时性.

6 结论(Conclusion)

本文在提出一种新的非奇异条件的基础上,通过对非线性规划中当前时刻 Kuhn-Tucker 乘子值的估计,得到了一种闭合形式的非奇异路径.与其他类型的操纵算法相比,本文提出的算法不仅具有良好的奇异回避性能,而且算法简单,易于实现,这已为金字塔构形 4-SGCMG 系统的仿真所验证.但是,本文的理论和仿真分析仅是基于 SGCMG 的理想化模型进行的,对于考虑实际模型的操纵性能如何,还有

待于进一步分析和验证.

参考文献(References)

- 1 Oh H S and Vadali S R. Feedback control and steering laws for spacecraft using single gimbal control moment gyros. *J. Astronautical Sciences*, 1991, 39(2): 183 - 203
- 2 Bedrossian N S, Paradiso J, Bergmann E V and Rowell D. Steering law design for redundant single-gimbal control moment gyroscopes. *J. Guidance*, 1990, 13(6): 1083 - 1089
- 3 Schihlen W O. Two different approaches for a control law of single gimbal control moment gyros. NASA TMX-64693
- 4 Klein C A and Huang C H. Review of pseudoinverse control for use with kinematically redundant manipulators. *IEEE Trans. Syst., Man, and Cybern.*, 1983, 13(3): 245 - 250

- 5 Bedrossian N S. Steering law design for redundant single-gimbal control moment gyro systems: [M S Thesis]. Cambridge, MA: Mechanical engineering, Massachusetts Institute of Technology, 1987
- 6 Branets V N et al. Development experience of the attitude control system using single-axis control moment gyros for long-term orbiting space stations. *Acta Astronautica*, 1988, 18:91 - 98
- 7 Cornick D E. Singularity avoidance control laws for single gimbal control moment gyros. In: Boulder C O. Proc. of AIAA Guidance and Control Conference, New York, 1979, 20 - 30
- 8 Vadali S R, Oh H S and Walker S R. Preferred gimbal angles for single gimbal control moment gyros. *J. Guidance*, 1990, 13(6):1090 - 1095
- 9 Kurokawa H, Yajima N and Usui S. A new steering law of a single-gimbal CMG system of pyramid configuration. IFAC Automatic Control in Space, Toulouse, France, 1985, 251 - 257
- 10 Byers R M. Singularity free torque generation in redundant single gimbal control moment gyros. Proc. of the 4th Annual AAS/AIAA Spaceflight Mechanics Meeting, Washington, DC, 1994, 37 - 50
- 11 Vadali S R, et al. Suboptimal command generation for control moment gyroscopes and feedback control of spacecraft. In: Scottsdale A Z. Proc. of AIAA Guidance, Navigation, Control Conference, Washington, DC, 1994, 637 - 646
- 12 Paradiso J A. Global steering of single gimballed control moment gyroscopes using a directed search. *J. Guidance*, 1992, 15(5):1236 - 1244
- 13 Hoelscher B R and Vadali S R. Optimal open-loop and feedback control using single gimbal control moment gyroscopes. *J. Astronautical Sciences*, 1994, 42(2):189 - 206
- 14 Uchiyama M, Shimizu K and Hakomori K. Performance evaluation of manipulators using the Jacobian and its applications to trajectory planning. In: Hanafusa H and Inoue H eds. *The Robotics Research*, 2nd Intl. Symposium, Cambridge Massachusetts: MIT Press, 1985, 448 - 454
- 15 Nakamura Y and Hanafusa H. Task priority based redundancy control of robot manipulators. In: Hanafusa H and Inoue H eds. *The Robotics Research*, 2nd Intl. Symposium, Cambridge Massachusetts: MIT Press, 1985, 115 - 162
- 16 Seereeram S and Wen J T. A global approach to path planning for redundant manipulators. *IEEE Trans. Robotics and Automation*, 1995, 11(1):152 - 160
- 17 Baillieul J, Hoellerbach J and Brockett R. Programming and control of kinematically redundant manipulators. Proc. of 23rd Conference on Decision and Control, Las Vegas, NV, 1984, 768 - 774
- 18 Baillieul J. Kinematic programming alternatives for redundant manipulators. 1985 IEEE Int. Conf. Robotics and Automation, St. Louis, MO, 1985, 722 - 728
- 19 Baillieul J. Avoiding obstacles and resolving kinematic redundancy. 1986 IEEE Int. Conf. Robotics and Automation, San Francisco, CA, 1986, 3: 1698 - 1704
- 20 Chang P H. A closed-form solution for inverse kinematics of robot manipulators with redundancy. *IEEE J. Robotics and Automation*, 1987, 3(5):1698 - 1704
- 21 Mayorga R V, Wong A K C and Ma K S. An efficient local approach for the path generation of robot manipulators. *J. Robotic Systems*, 1990, 7(1):23 - 55
- 22 Wu Zhong and Wu Hongxin. Existence of Nonsingular steering in redundant single gimbal control moment gyroscope systems. AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, Boston, 1998, 98 - 4433
- 23 姜家辉. 矩阵理论基础. 大连:大连理工大学出版社, 1995
- 24 韩崇昭, 胡保生. 泛函分析及其在自动控制中的应用. 西安:西安交通大学出版社, 1991

本文作者简介

吴忠 1970年生. 1995年于天津大学自动化系获工学硕士学位, 1998年于北京控制工程研究所自动控制理论及应用专业获工学博士学位, 现在铁道部科学研究院进行博士后研究. 目前的主要研究方向为冗余动力系统的运动奇异及回避, 航天器姿态控制, 交流电机拖动控制等.

吴宏鑫 1939年生. 1965年毕业于清华大学自动化系, 现为北京控制工程研究所智能控制与空间机器人研究室主任, 研究员, 自动控制理论及应用专业博士生导师. 目前主要从事智能控制, 自适应控制, 航天控制等领域的研究.