

利用 BP 算法的一种自适应模糊预测控制器*

张阿卜

(厦门大学自动化系·厦门, 361005)

摘要: 提出一种由模糊预测器和模糊预测控制器组成的自适应模糊预测控制方案, 采用 BP 算法训练模糊预测器和模糊预测控制器, 并给出这种模糊预测控制器的训练算法. 控制系统对于具有纯时延的非线性被控过程有良好的控制性能.

关键词: 预测控制; 模糊控制; BP 算法; 自适应控制

An Adaptive Fuzzy Predictive Controller Using BP Algorithm

Zhang Abu

(Department of Automation, Xiamen University·Xiamen, 361005, P.R. China)

Abstract: An adaptive fuzzy predictive control scheme is proposed in this paper. This fuzzy predictor and fuzzy predictive controller are trained by using BP algorithm. And learning algorithm for the fuzzy predictive controller is given. The control systems have good performance for nonlinear plant with dead time.

Key words: predictive control; fuzzy control; BP algorithm; adaptive control

1 引言(Introduction)

在自适应模糊逻辑控制系统中, 可以采用 BP 算法对模糊规则进行修正^[1,2]. 由于隶属函数的参数具有明确的物理意义, 而且可以充分利用已有的经验规则, 进而可以选择较合适的初始参数, 使 BP 算法具有较快的收敛速度, 同时避免局部极小值问题. 另一方面, 模糊控制和广义预测控制均具有较强的鲁棒性^[3], 已有不少关于模糊广义预测控制的研究成果^[4]. 基于这两方面的原因, 本文提出一种包含模糊预测器和模糊预控制器的自适应模糊预测控制系统, 其中的预测器和预测控制器均采用 BP 算法进行训练. 为简化算法, 采用的是控制长度为 1 的广义预测控制算法. 本文导出这种情形下的 BP 训练算法. 仿真实验表明, 这种控制系统对于具有纯时延的非线性被控过程有良好的控制性能, 而且模糊预测器和控制器的训练有较快的收敛速度.

2 模糊预测器和模糊预测控制器(Fuzzy predictor and fuzzy predictive controller)

考虑如下离散非线性被控对象:

$$y(k+1) = f(y(k), \dots, y(k-n+1); u(k), \dots, u(k-m+1)).$$

式中, u 和 y 分别为对象的输入和输出. 设该对象可

由 M 条模糊规则表示, 其中第 l 条模糊规则的形式为:

$$R_p^{(l)}: \text{ 如果 } x_1(k) \text{ 为 } F_1^l, \text{ 且 } \dots, \text{ 且 } x_{n+m}(k) \text{ 为 } F_{n+m}^l, \text{ 则 } \hat{y}(k+1) \text{ 为 } G^l.$$

式中 F_i^l 和 G^l 为模糊集合, $x_1(k), \dots, x_{n+m}(k)$ 和 $\hat{y}(k+1)$ 均为语言变量, $l = 1, 2, \dots, M$. 其中

$$\begin{aligned} x_i(k) &= y(k-i+1), i = 1, 2, \dots, n; \\ x_i(k) &= u(k+n-i+1), i = n+1, \dots, n+m; \\ \hat{y}(k+1) &\approx y(k+1). \end{aligned}$$

F_i^l 的隶属函数取如下的高斯函数:

$$\mu_{F_i^l}(x_i) = \exp\left[-\left(\frac{x_i - \bar{x}_i^l}{\sigma_i^l}\right)^2\right].$$

对于上述模糊规则构成的模糊逻辑系统, 根据文献[1]有如下定理.

定理^[1] 当上述模糊逻辑系统采用中心平均模糊消除器、模糊蕴涵乘积规则、乘积推理规则和单值模糊产生器时, 其输出变量 $\hat{y}(k+1)$ 具有如下形式:

$$\hat{y}(k+1) = \sum_{l=1}^M \hat{y}^l(k) z_x^l(k) / b_x(k). \quad (1)$$

$$\text{式中 } z_x^l(k) = \prod_{i=1}^{n+m} \exp\left[-\left(\frac{x_i(k) - \bar{x}_i^l(k)}{\sigma_i^l(k)}\right)^2\right],$$

* 智能技术与系统国家重点实验室和福建省自然科学基金(F97002)资助项目.
本文于 1997 年 4 月 10 日收到, 1998 年 5 月 7 日收到修改稿.

$$b_x(k) = \sum_{l=1}^M z_x^l(k).$$

$$u(k) = \sum_{l=1}^L \bar{u}^l(k) z_u^l(k) / b_u(k). \quad (4)$$

$\bar{y}^l(k)$ 为模糊子集 G^l 的中心.

据此可按如下方式进行 N 步输出预测:

$$\begin{cases} x_1(k+j-1) = \hat{y}(k+j-1), j = 1, 2, \dots, N, \\ x_i(k+j-1) = x_{i-1}(k+j-2), \\ \quad \quad \quad i = 2, 3, \dots, N; j = 1, 2, \dots, N, \\ x_{n+1}(k+j-1) = u(k+j-1), j = 1, 2, \dots, N, \\ x_i(k+j-1) = x_{i-1}(k+j-2), i = n+2, \dots, n+m; \\ \quad \quad \quad j = 1, 2, \dots, N, \\ \hat{y}(k+j) = \sum_{l=1}^M \bar{y}^l(k) z_x^l(k+j-1) / b_x(k+j-1), \\ \quad \quad \quad j = 1, 2, \dots, N. \end{cases} \quad (2)$$

式中

$$z_x^l(k+j-1) = \prod_{i=1}^{n+m} \exp\left[-\left(\frac{x_i(k+j-1) - \bar{x}_i^l(k)}{\sigma_i^l(k)}\right)^2\right],$$

$$b_x(k+j-1) = \sum_{l=1}^M z_x^l(k+j-1).$$

应用广义预测控制算法^[3]设计模糊预测控制器. 这里取控制长度为 1, 预测长度为 N . 为此可令 $u(k+j) = u(k), j = 1, 2, \dots, N$. u 是模糊预测控制器的输出. 考虑性能指标:

$$J = \frac{1}{2} \left[\sum_{j=1}^N (y_r(k+j) - y(k+j))^2 + \lambda (u(k))^2 \right]. \quad (3)$$

式中 $y_r(k+j)$ 是参考轨迹, λ 是控制量的加权因子.

设有 L 条模糊预测控制规则, 其中第 l 条规则为:

$R_c^{(l)}$: 如果 $c_1(k)$ 为 P_1^l , 且 \dots , 且 $C_{N+n+m-1}(k)$ 为 $P_{N+n+m-1}^l$, 则 $u(k)$ 为 H^l .

其中 P_i^l 和 H^l 为模糊子集, $c_i(k)$ 以及 $u(k)$ 均为语言变量, $l = 1, 2, \dots, L$.

$$\begin{aligned} c_i(k) &= y_r(k+i), i = 1, 2, \dots, N; \\ c_i(k) &= y(k+i-N+1), \\ & i = N+1, \dots, N+n; \\ c_i(k) &= u(k-i+N+n), \\ & i = N+n+1, \dots, N+n+m-1. \end{aligned}$$

P_i^l 的隶属函数取如下高斯函数:

$$\mu_{P_i^l}(c_i) = \exp\left[-\left(\frac{c_i - \bar{c}_i^l}{\bar{\sigma}_i^l}\right)^2\right].$$

与模糊预测器类似, 模糊预测控制器的输出可表示为:

式中

$$z_u^l(k) = \prod_{i=1}^{N+n+m-1} \exp\left[-\left(\frac{c_i(k) - \bar{c}_i^l(k)}{\bar{\sigma}_i^l(k)}\right)^2\right],$$

$$b_u(k) = \sum_{l=1}^L z_u^l(k).$$

\bar{u}^l 为模糊子集 H^l 的中心.

3 模糊预测器和模糊预测控制器的修正 (Correction for fuzzy predictor and fuzzy predictive controller)

对模糊预测器的修正, 实际上是对隶属函数的参数 \bar{x}_i^l, σ_i^l 和 \bar{y}^l 的修正. 取误差函数:

$$E = \frac{1}{2} [\hat{y}(k+1) - y(k+1)]^2.$$

采用 BP 算法进行修正, 可得如下修正公式^[1]:

$$\bar{y}^l(k+1) = \bar{y}^l(k) - \alpha e(k+1) z_x^l(k) / b_x(k), \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \bar{x}_i^l(k+1) &= \bar{x}_i^l(k) - 2\alpha e(k+1) z_x^l(k) [\bar{y}^l(k) - \hat{y}(k+1)] [x_i(k) - \bar{x}_i^l(k)] / b_x(k) \cdot \\ & [b_x(k) (\sigma_i^l(k))^2], \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \sigma_i^l(k+1) &= \sigma_i^l(k) - 2\alpha e(k+1) z_x^l(k) [\bar{y}^l(k) - \hat{y}(k+1)] [x_i(k) - \bar{x}_i^l(k)]^2 / b_x(k) \cdot \\ & [b_x(k) (\sigma_i^l(k))^3]. \end{aligned} \quad (7)$$

式中 $e(k+1) = \hat{y}(k+1) - y(k+1), i = 1, 2, \dots, n+m, l = 1, 2, \dots, M, \alpha$ 为学习因子.

定义训练模糊预测控制器的目标函数为控制系统的性能指标 J , 仍采用 BP 算法进行训练, 调整 $\bar{u}^l, \bar{c}_i^l, \bar{\sigma}_i^l$ 使 J 最小. 这也是对模糊预测控制规则的修正.

由(4)式可得出

$$\frac{\partial u(k)}{\partial \bar{u}^l(k)} = \frac{z_u^l(k)}{b_u(k)}, \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u(k)}{\partial \bar{c}_i^l(k)} &= \frac{2z_u^l(k) (\bar{u}^l(k) - u(k))}{b_u(k)} \cdot \\ & \frac{(c_i(k) - \bar{c}_i^l(k))}{(\bar{\sigma}_i^l(k))^2}, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u(k)}{\partial \bar{\sigma}_i^l(k)} &= \frac{2z_u^l(k) (\bar{u}^l(k) - u(k))}{b_u(k)} \cdot \\ & \frac{(c_i(k) - \bar{c}_i^l(k))^2}{(\bar{\sigma}_i^l(k))^3}. \end{aligned} \quad (10)$$

式中, $i = 1, 2, \dots, N+n+m-1, l = 1, 2, \dots, L$.

令

$$V^l(k) = [\bar{u}^l(k), \bar{c}_1^l(k), \bar{c}_2^l(k), \dots, \bar{c}_{N+n+m-1}^l(k), \bar{\sigma}_1^l(k), \dots, \bar{\sigma}_{N+n+m-1}^l(k)],$$

$$V(k) = [V^1(k), V^2(k), \dots, V^l(k)]^T,$$

则 $\frac{\partial u(k)}{\partial V(k)}$ 可由(8),(9),(10)式求出.

令

$$\begin{aligned} e_c(k+j) &= y_r(k+j) - y(k+j) \approx \\ & y_r(k+j) - \hat{y}(k+j), \\ \frac{\partial y(k+j)}{\partial V(k)} &\approx \frac{\partial \hat{y}(k+j)}{\partial V(k)}. \end{aligned}$$

下面先推导 $\frac{\partial \hat{y}(k+j)}{\partial V(k)}$ 的递推计算式. 注意到 $u(k+j-i) = u(k), i \leq j$, 因此有

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{y}(k+j)}{\partial V(k)} &= \sum_{i=1}^n \frac{\partial \hat{y}(k+j)}{\partial \hat{y}(k+j-i)} \cdot \frac{\partial \hat{y}(k+j-i)}{\partial V(k)} + \\ & \sum_{i=1}^m \frac{\partial \hat{y}(k+j)}{\partial u(k+j-i)} \cdot \frac{\partial u(k+j-i)}{\partial V(k)} = \\ & \sum_{i=1}^n \frac{\partial \hat{y}(k+j)}{\partial \hat{y}(k+j-i)} \cdot \frac{\partial \hat{y}(k+j-i)}{\partial V(k)} + \\ & \sum_{i=1}^m \frac{\partial \hat{y}(k+j)}{\partial u(k+j-i)} \Big|_{u(k+j-i)=u(k)} \cdot \frac{\partial u(k)}{\partial V(k)}. \end{aligned}$$

上式显然可写成

$$\frac{\partial \hat{y}(k+j)}{\partial V(k)} = \delta(j) \frac{\partial u(k)}{\partial V(k)}, j = 1, 2, 3, \dots, N. \tag{11}$$

其中 $\delta(j)$ 可按如下关系进行递推计算:

$$\delta(1) = \frac{\partial \hat{y}(k+1)}{\partial u(k)}, \tag{12}$$

$$\begin{aligned} \delta(j) &= \sum_{i=1}^n \frac{\partial \hat{y}(k+j)}{\partial \hat{y}(k+j-i)} \delta(j-i) + \\ & \sum_{i=1}^m \frac{\partial \hat{y}(k+j)}{\partial u(k+j-i)} \Big|_{u(k+j-i)=u(k)}, \\ & j = 2, 3, \dots, N. \end{aligned} \tag{13}$$

根据(2)式可得到:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{y}(k+j)}{\partial x_i(k+j-1)} &= \\ \frac{(-2)}{b_x(k+j-1)} \cdot \sum_{i=1}^M [\bar{y}^l(k) - \\ \hat{y}(k+j)] z_x^l(k+j-1) \cdot \end{aligned}$$

$$\frac{[x_i(k+j-1) - \bar{x}_i^l(k)]}{[\sigma_i^l(k)]^2}, i = 1, 2, \dots, n+m. \tag{14}$$

$$\frac{\partial \hat{y}(k+j)}{\partial \hat{y}(k+j-i)} = \frac{\partial \hat{y}(k+j)}{\partial x_i(k+j-1)}, i = 1, 2, \dots, n, i \leq j-1. \tag{15}$$

$$\frac{\partial \hat{y}(k+j)}{\partial u(k+j-i)} = \frac{\partial \hat{y}(k+j)}{\partial x_{n+i}(k+j-1)}, i = 1, 2, \dots, m, i \leq j. \tag{16}$$

由式(3)有

$$\begin{aligned} \frac{\partial J}{\partial V(k)} &= \\ - \sum_{j=1}^N e_c(k+j) \delta(j) \frac{\partial u(k)}{\partial V(k)} + \lambda u(k) \frac{\partial u(k)}{\partial V(k)} &= \\ \delta_V(k) \frac{\partial u(k)}{\partial V(k)}. \end{aligned}$$

式中 $\delta_V(k) = - \sum_{j=1}^N e_c(k+j) \delta(j) + \lambda u(k)$.

采用梯度下降法, 便有如下参数修正公式:

$$V(k+1) = V(k) - \beta \delta_V(k) \frac{\partial u(k)}{\partial V(k)}. \tag{17}$$

式中 β 为学习因子.

4 仿真实验 (Simulation experiment)

被仿真的是如下含纯时延的非线性被控对象:

$$\begin{aligned} y(k+1) &= \frac{y(k) \cdot y(k-1) [y(k) + 2.5]}{1 + y^2(k) + y^2(k-1)} + \\ & 1.25u(k-2). \end{aligned}$$

取 $n = 2, m = 3, N = 4$, 参考轨迹为 $y_r(k+1) = 0.8y_r(k) + 0.2r(k+1)$, $r(k)$ 是幅度为 5 的正负跳变的方波. 根据对被控对象的初步离线实验, 大致确定 y_r 和 y 的基本论域为 $[-5, 5]$, u 的基本论域为 $[-4, 2]$, 语言变量值取 PB, PM, PS, 0, NS, NM, NB 七种. 模糊预测器的模糊规则条数 $M = 40$, 模糊控制规则条数 $L = 50$. 根据基本论域的大小, 确定对应的隶属函数的初始参数, 然后用 BP 算法进行在线修正. 取 $\alpha = 0.1, \beta = 0.2, \lambda = 0.001$. 为了考察系统的自适应能力, 在第 340 步后被控对象的模型改为

$$y(k+1) = \frac{y(k)y(k-1)[y(k)+2.5]}{1+y^2(k)+y^2(k-1)} + u(k-1).$$

图 1 是仿真的结果. 可以看出, 模糊预测器和模糊预测控制器的训练有较快的收敛速度, 经过一个周期的训练之后, 系统就有令人满意的跟踪性能. 被控对象的参数发生变化后, 系统表现出它的自适应能力. 作为比较, 图 2 是按未经训练的初始规则进行控制的仿真结果.

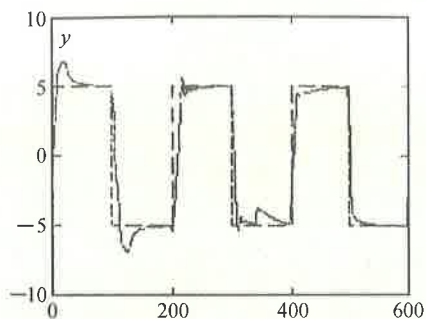


图1 自适应模糊预测控制器仿真结果

Fig. 1 Simulation result for adaptive fuzzy predictive controller

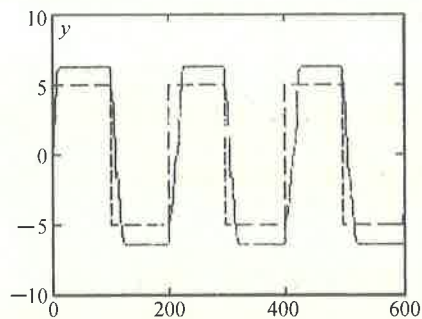


图2 未修正模糊预测控制器仿真结果

Fig. 2 Simulation result for uncorrected fuzzy predictive controller

5 结论(Conclusion)

本文提出的自适应模糊预测控制器采用BP算法对模糊预测器和模糊预测控制器进行在线训练,由于能充分利用已有的经验规则,使BP算法具有较快的收敛速度.同时,这种控制结构对于带纯时延的非线性被控对象有良好的控制性能.

参考文献(References)

- 1 王立新. 自适应模糊系统与控制—设计与稳定性分析. 北京: 国防工业出版社, 1995

本文作者简介

张阿卜 1946年生. 1970年毕业于清华大学自动控制系. 1970年至1979年在清华大学计算机系任教. 1982年在清华大学自动化系获工学硕士学位. 现为厦门大学自动化系副主任, 副教授. 主要研究兴趣为预测控制, 神经网络, 模糊控制等.

- 2 邢璐, 王磊, 戴冠中. 基于BP算法的自适应模糊控制系统研究. 控制理论与应用, 1996, 13(6): 797-801
- 3 Clarke D W, Mohtadi C and Tuffs P S. Generalized Predictive Control-Part I: The Basic algorithm. Automatica, 1987, 23(2): 137-148
- 4 张化光, 吕剑虹, 陈来九. 模糊广义预测控制及其应用. 自动化学报, 1993, 19(1): 9-17