

多指标的连续预测控制系统设计*

刘 兵

(电力自动化研究院系统所·南京, 210003) (东南大学自动化研究所·南京, 210096)

冯纯伯

薛禹胜

(电力自动化研究院·南京, 210003)

摘要: 本文对多指标的连续预测控制系统设计进行讨论. 在设计时除保留连续系统预测控制基本特点外, 同时考虑干扰、未建模动态等对系统的影响, 使得闭环系统鲁棒稳定性增强.

关键词: 预测控制; 谱分解; 鲁棒设计

Multi-Objective Design of Continuous-Time Predictive Control

Liu Bing

(System Control Department, Automation Research Institute of Nanjing·Nanjing, 210003, P. R. China)

Feng Chunbo

(Research Institute of Automation, Southeast University·Nanjing, 210096, P. R. China)

Xue Yusheng

(Automation Research Institute of Nanjing·Nanjing, 210003, P. R. China)

Abstract: In this paper, the multi-objective design of continuous-time predictive control is studied. Under condition that the essential features of continuous-time predictive control are retained, the continuous-time predictive control system is designed directly by considering the effectiveness of noises, uncertainty and interaction between output errors and control signals, and the robust stability of closed-loop system is enhanced.

Key words: predictive control; spectral factorisation; robust design

1 系统描述及预测估计 (System description and predictive estimation)

本文在文[1]的基础上, 对多重指标的连续预测控制系统进行深入讨论. 类似文[2], 记 $f \triangleq f(s)$, $f^* \triangleq f^*(s) \triangleq f^T(-s)$, Φ_{\cdot} 表示相应的功率谱, $\mathcal{L}(\cdot)$ 表示 Laplace 变换. 其它符号的意义参见文[1,2].

$$W_r = E(s)/A_e(s), W_d = C(s)/A(s),$$

$$W_v = D(s)/A(s), W = B(s)/A(s),$$

$H_f = e^{-k_0 s}$ 为测量延迟, C_{01} 和 C_{02} 为待定的控制器. Δ 表示未建模动态, 不失一般性, 令其满足 $\|\Delta\|_{\infty} < 1$.

由图 1 可得等价的标称系统模型为

$$A(s)y(t) = B(s)u(t) + D_n(s)\epsilon(t). \quad (1)$$

其中 $\epsilon(t)$ 为单位方差白噪声, $D_n(s)$ 稳定且满足

$$D_n D_n^* = D \Phi_{\eta\eta} D^* + C C^*,$$

$$\Phi_{d_v} = \Phi_{dd} + \Phi_{vv}, d_v(t) =$$

$$D_n(s)/A(s)\epsilon(t).$$

仿文[1]有预测估计式(2)、式(3)和参考轨迹式(4)

$$\mathcal{L}(\hat{y}_a(t+T)) =$$

$$[T_N G_h + (T_N F_d + p(s))W] S_0 C_{02} r(s) +$$

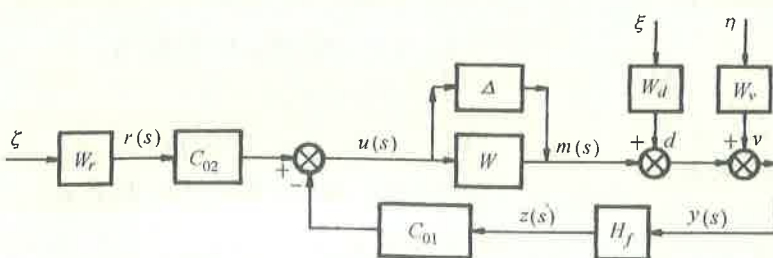


图 1 连续闭环控制系统

Fig. 1 Continuous-time closed-loop control system

参考文献[2,3], 本文考虑如图 1 所示的控制系统, 其中

* 国家自然科学基金(69334010)和河南省教委自然科学基金资助项目. 本文于 1996 年 4 月 1 日收到. 1997 年 8 月 20 日收到修改稿.

$$[(T_{N_y} F_d + p(s)) S_0 F_{d0} - T_{N_y} G_h M_0 F_{d0}] d_v(s). \quad (2)$$

其中

$$G_h = \bar{H} + [0, G_1, G_2, \dots, G_{N_y}]^T / D_n,$$

$$F_{d0} = F_0 / (p(s) D_n),$$

$$F_d = [0, F_1, F_2, \dots, F_{N_y}]^T / D_n \cdot p(s)$$

为辅助输出多项式, $\mathcal{L}(\hat{y}_a(t+T))$ 为辅助输出.

$$s^k p(s) D_n(s) = A(s) E_k(s) + F_k(s),$$

$$E_k(s) B(s) = D_n(s) H_k(s) + G_k(s).$$

$$\bar{H} = H_y S, S = [1, s, \dots, s^{N_{u0}}]^T,$$

$$N_{u0} = \min\{N_u, \partial p(s) + N_y - \rho\},$$

ρ 为系统的相对阶. $\partial(\cdot)$ 表示 (\cdot) 的阶次, N_u 为系统的控制阶^[1], N_y 为系统的预测阶^[4], H_y 是 $(N_y + 1) \times (N_{u0} + 1)$ 阶准下三角矩阵, 其元素为 $H_k(s)$ 的相应系数. $T_{N_y} = [1, T, \dots, T^{N_y} / N_y!]$. S_0 为灵敏度, M_0 为控制灵敏度.

$$\mathcal{L}(\hat{u}(t+T)) = T_{N_u} S_v S_0 C_{02} r(s) - T_{N_u} F_p M_0 d_v(s). \quad (3)$$

其中

$$T_{N_u} = [1, T, \dots, T^{N_u} / N_u!],$$

$$S_v = [1, s, \dots, s^{N_u}]^T,$$

$$F_p = [F_0, F_1, F_2, \dots, F_{N_u}]^T / (p(s) D_n).$$

$$R(s, T) = T_{N_y} r_v r(s). \quad (4)$$

其中 $r_v = [r_0, r_1, \dots, r_{N_y}]^T$, r_k 为“未来”参考模型 $R_f(s)$ 的 Markov 参数.

2 预测控制算法(Predictive control algorithm)

考虑连续系统预测控制的性能要求, 取指标函数

$$J_1 = \frac{1}{2\pi j} \sum_{i=1}^2 \left\{ \int_{N_1}^{N_2} \oint_D Q_i^* Q_i \Phi_{\hat{e}_i(t+T)} \hat{e}_i(t+T) ds dT + \int_0^{N_c} \oint_D Z_i^* Z_i \Phi_{\hat{u}_i(t+T)} \hat{u}_i(t+T) ds dT \right\}. \quad (5)$$

其中 $\hat{e}_1(t+T)$, $\hat{e}_2(t+T)$ 和 $\hat{u}_1(t+T)$, $\hat{u}_2(t+T)$ 分别为跟踪误差估计 $\hat{y}_a(t+T) - R(t, T)$ 和控制量的估计 $\hat{u}(t+T)$ 对参考信号、噪声的响应. N_1, N_2 分别为最小、最大预测时域, N_c 为控制时域, D 为包括虚轴的右半复平面内的封闭曲线. $Q_i, Z_i (i = 1, 2)$ 为加权项. 当 $Q_1 = Q_2, Z_1 = Z_2$ 时, 式(5)类似文[4]的指标函数.

考虑到输出误差 $e(t) = y(t) - r(t) = e_1(t) + e_2(t)$ ($e_1 = (WS_0 C_{02} - 1)r(t)$, $e_2 = -(WM_0 - 1)(d(t) + v(t))$) 与当前控制量 $u(t) = u_1(t) +$

$u_2(t)$ ($u_1 = S_0 C_{02} r(t)$, $u_2 = -M_0(d(t) + v(t))$) 之间相互作用, 取指标函数

$$J_2 = \frac{1}{2\pi j} \oint_D \{ \Gamma_1^* \Gamma_1 (\Phi_{e_1(t)u_1(t)} + \Phi_{u_1(t)e_1(t)}) + \Gamma_2^* \Gamma_2 (\Phi_{e_2(t)u_2(t)} + \Phi_{u_2(t)e_2(t)}) \} ds. \quad (6)$$

其中 $\Gamma_i (i = 1, 2)$ 为加权项.

为抑制噪声对系统的影响, 取指标函数^[1,2]

$$J_3 = \frac{1}{2\pi j} \oint_D \{ W_1 W_1^* S_0 H_f (\Phi_{dd} + \Phi_{vv}) H_f^* S_0^* + W_2 W_2^* (1 - S_0) (\Phi_{dd} + \Phi_{vv}) (1 - S_0^*) \} ds. \quad (7)$$

同文[2]类似的道理, 考虑参考量对控制信号的影响及系统对未建模动态的鲁棒性能要求, 取指标函数

$$J_4 = E \{ \| X_1 u_1(t) \|_2^2 + \| X_2 \frac{1}{\alpha} u_2(t) \|_2^2 \} = \frac{1}{2\pi j} \oint_D (X_1 X_1^* S_0 C_{02} \Phi_{rr} C_{02}^* S_0^* + X_2 X_2^* \frac{1}{\alpha^2} M_0 \Phi_{dd} M_0^*) ds, \quad (8)$$

其中 X_1 和 X_2 为加权项.

综上所述, 取综合指标函数

$$J = J_1 + J_2 + J_3 + J_4. \quad (9)$$

取各加权量分别为 $Q_i = Q_{ni} / A_w, Z_i = Z_{ni} / A_w, X_i = X_{ni} / A_w, \Gamma_i = \Gamma_{ni} / A_w, (i = 1, 2), W_1 = W_{n1} / A_w, W_2 = AW_{n2} / A_w, A_w$ 稳定.

假设参考量 $r(t)$ 在 $(-\infty, t+r]$ 内已知. 为使书写简洁, 概括求解综合指标函数式(9)的优化问题为如下求解步骤.

1) 谱分解.

$$D_{c1}^* D_{c1} = \alpha^2 [Q_{n2}^* Q_{n2} D_m F_0^* + Z_{n2}^* Z_{n2} \times (F_p p(s) D_n)^* T_{uu} (F_p p(s) D_n) A^* A D_n^* D_n + (W_{n1}^* W_{n1} + W_{n2}^* W_{n2} A^* A) B^* B \cdot (D_n^* D_n)^2 p^*(s) p(s)] + X_{n2}^* X_{n2} (AD_n^2 p(s)) (AD_n^2 p(s))^* + \alpha^2 \Gamma_{n2}^* \Gamma_{n2} (AB^* + BA^*) (D_n^* D_n)^2 \times p^*(s) p(s), \quad (10)$$

$$D_{c2}^* D_{c2} = Q_{n1}^* Q_{n1} D_m + Z_{n1}^* Z_{n1} S_v^* T_{uv} S_v A A^* D_n^* D_n + X_{n1}^* X_{n1} (AD_n) (AD_n)^* + \Gamma_{n1}^* \Gamma_{n1} (AB^* + BA^*) D_n^* D_n, \quad (11)$$

$$D_m = ((G_h D_n) A + (F_d D_n) B)^* T_{yy} ((G_h D_n) A + (F_d D_n) B) + T_y ((G_h D_n) A +$$

$$\begin{aligned}
& (F_d D_n) B) B^* p^*(s) D_n^* + \\
& D_n p(s) B((G_h D_n) A + (F_d D_n) B)^* T_y^T + \\
& (N_2 - N_1) p(s) p^*(s) B^* B D_n^* D_n, \quad (12)
\end{aligned}$$

并且 D_{c1}, D_{c2} 稳定.

2) 丢番图方程.

$$\begin{aligned}
& D_{c1}^* K + L(A_w A D_n p(s)) = \\
& \alpha Q_{n2}^* Q_{n2} [((G_h D_n) A + (F_d D_n) B)^* T_{yy} (F_d D_n) + \\
& T_y (F_d D_n) p^*(s) B^* D_n^* + \\
& p(s) D_n ((G_h D_n) A + (F_d D_n) B)^* T_y^T + \\
& (N_2 - N_1) p^*(s) p(s) B^* D_n^* D_n] F_0 F_0^* + \\
& \alpha W_{n1}^* W_{n1} (D_n^* D_n)^2 B^* p^*(s) p(s) + \\
& \alpha \Gamma_{n2}^* \Gamma_{n2} A^* (D_n^* D_n)^2 p^*(s) p(s), \quad (13)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& D_{c1}^* T - L(A_w D_n p(s) B) = \\
& \alpha Q_{n2}^* Q_{n2} [((G_h D_n) A + (F_d D_n) B)^* T_{yy} (G_h D_n) + \\
& T_y (G_h D_n) B^* p^*(s) D_n^*] F_0 F_0^* + \\
& \alpha Z_{n2}^* Z_{n2} (F_p p(s) D_n)^* T_{uu} \times \\
& (F_p p(s) D_n) A^* D_n^* D_n + \\
& \alpha W_{n2}^* W_{n2} A^* B B^* (D_n^* D_n)^2 p(s) p^*(s) + \\
& \frac{1}{\alpha} X_{n2}^* X_{n2} (D_n^2 p(s)) (A D_n^2 p(s))^* + \\
& \alpha \Gamma_{n2}^* \Gamma_{n2} B^* (D_n^* D_n)^2 p^*(s) p(s), \quad (14)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& D_{c2}^* K_0 + L_0(A_w A_e) = \\
& Q_{n1}^* Q_{n1} [((G_h D_n) A + (F_d D_n) B)^* T_{yy} r_v + \\
& T_y r_v p^*(s) B^* D_n^*] E + \Gamma_{n1}^* \Gamma_{n1} A^* D_n^* E. \quad (15)
\end{aligned}$$

3) 优化控制器的解.

$$\begin{aligned}
C_{01} &= \frac{C_{n1}}{C_{d1}} = \frac{K}{T} e^{k_0 s}, \\
C_{02} &= \frac{C_{n2}}{C_{d2}} = \frac{D_n D_{c1} (K_0 e^{-\tau s} + A_w A_e X(s, \tau)) e^{\tau s}}{\alpha D_{c2} C_{d1} E}, \quad (16)
\end{aligned}$$

定理 1 式(16)中的控制器使标称闭环系统内稳,适当选择参数可增强闭环系统的鲁棒稳定性,并且标称系统的特征多项式、灵敏度、补灵敏度、控制灵敏度分别为

$$\begin{aligned}
P &= A C_{d1} + B H_f C_{n1} = \frac{1}{\alpha} D_{c1}, \quad S_0 = \frac{\alpha A T}{D_{c1}}, \\
1 - S_0 &= \frac{\alpha B K}{D_{c1}}, \quad M_0 = \frac{\alpha A K}{D_{c1}}. \quad (17)
\end{aligned}$$

$$Y_{c2} S_0 C_{02} Y_r - Y_{c2}^{-1} \phi_2 Y_2^{-1} = \left[\frac{D_{c2} C_{n2} C_{d1} E e^{-\tau s} - C_{d2} D_n (A C_{d1} + B H_f C_{n1}) (K_0 e^{-\tau s} + A_w A_e X(r, s))}{A_w A_e D_n C_{d2} (A C_{d1} + B H_f C_{n1})} \right] - \frac{N_0}{D_{c2}^*}, \quad (A6)$$

证 见附录.

3 结论(Conclusion)

本文面向噪声干扰和未建模动态设计连续预测控制系统,增强了闭环系统的鲁棒稳定性.

参考文献(References)

- 1 刘兵,冯纯伯,薛禹胜.基于双重准则的二自由度预测控制:连续情况.自动化学报,1998,24(6):834-836
- 2 刘兵,冯纯伯,薛禹胜.具有动态不确定性的离散预测控制系统设计.控制理论与应用,1998,15(3):455-459
- 3 Grimble M J. LQG predictive optimal controller for continuous-time system. IEE, Pt-D, 1993, 140(3): 181-189
- 4 Demircioglu H and Gawthrop P J. Continuous-time generalized predictive control(CGPC). Automatica, 1991, 27(1): 55-74

附录(Appendix)

定理 1 的证明.整理式(9)得

$$\begin{aligned}
J &= \frac{1}{2\pi j} \oint_D [(Y_{c1} \frac{1}{\alpha} M_0 Y_f - Y_{c1}^{-1} \phi_1 Y_f^*^{-1}) \cdot \\
& (Y_{c1} \frac{1}{\alpha} M_0 Y_f - Y_{c1}^{-1} \phi_1 Y_f^*^{-1})^* + \\
& (Y_{c2} S_0 C_{02} Y_r - Y_{c2}^{-1} \phi_2 Y_r^*^{-1}) \cdot \\
& (Y_{c2} S_0 C_{02} Y_r - Y_{c2}^{-1} \phi_2 Y_r^*^{-1})^* + \phi_0] ds, \quad (A1)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Y_{c1} &= \frac{D_{c1}}{A_w A D_n^2 p(s)}, \quad Y_{c2} = \frac{D_{c2}}{A_w A D_n}, \\
Y_f &= \frac{D_n}{A}, \quad Y_r = \frac{E e^{-\tau s}}{A_e}, \quad (A2)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\phi_1 &= \alpha Q_2^* Q_2 [(G_h + F_d W)^* T_{yy} F_d + \\
& p^*(s) W^* T_y F_d + (G_h + F_d W)^* T_y^T p(s) + \\
& (N_2 - N_1) p(s) W^* p^*(s)] F_{d0} \Phi_{d_v} F_{d0}^* + \\
& \alpha W_1^* W_1 \Phi_{d_v} W^* + \alpha \Gamma_2^* \Gamma_2 \Phi_{d_v}, \quad (A3)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\phi_2 &= Q_1^* Q_1 [(G_h + F_d W)^* T_{yy} r_v + \\
& T_y r_v W^* p^*(s)] \Phi_{\tau} + \Gamma_1^* \Gamma_1 \Phi_{\tau}, \quad (A4)
\end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned}
T_{yy} &= \int_{N_1}^{N_2} T_{N_y}^T T_{N_y} dT, \quad T_y = \int_{N_1}^{N_2} T_{N_y} dT, \\
T_{uu} &= \int_0^N T_{N_u}^T T_{N_u} dT.
\end{aligned}$$

D_{c1}, D_{c2} 分别满足式(10)、式(11), ϕ_0 与控制器无关.

$$\text{令 } C_{01} = C_{n1}/C_{d1}, C_{02} = C_{n2}/C_{d2}.$$

仿文[1]可推得

$$\begin{aligned}
Y_{c1} \frac{1}{\alpha} M_0 Y_f - Y_{c1}^{-1} \phi_1 Y_f^*^{-1} &= \\
\left[\frac{T C_{n1} H_f - K C_{d1}}{A_w D_n p(s) (A C_{d1} + B H_f C_{n1})} \right] - \frac{L}{D_{c1}^*}, \quad (A5)
\end{aligned}$$

(下转第 126 页)

原闭环系统的静态增益为 0.5, 反馈向量 $K[4 \ 4 \ 3]$.

两算例采用本文方法求解的结果如表 1 所示. 由求解结果知, 本文的基于非线性优化的两种控制律重构数值解法具有较高的求解效率, 不失为求解容错控制问题的实用有效算法. 利用本文方法再辅之以 CAD 技术, 对实际容错控制系统设计具有现实意义.

参考文献(References)

- 1 Ackermann J. Robustness against sensor failure. *Automatica*, 1984, 20(2): 211 - 215
- 2 Veillette R J. Reliable linear quadratic state-feedback control. *Automatica*, 1995, 31(1): 137 - 143
- 3 葛建华, 孙优贤, 周春晖. 状态反馈控制系统的容错控制策略. *自动化学报*, 1991, 17(2): 191 - 197
- 4 孙金生, 冯纘刚, 李军. 状态反馈控制系统的容错控制又一策略. *控制理论与应用*, 1995, 12(4): 519 - 523

本文作者简介

赵明旺 1964年生. 1990年毕业于浙江大学工业控制研究所, 获博士学位. 现为武汉冶金科技大学自动化系教授, 研究生处处长. 主要研究方向为系统辨识与自适应控制, 鲁棒控制和智能控制.

(上接第 119 页)

其中 $X(s, \tau) = \frac{L_0}{D_{c2}^*} e^{-s\tau} - \sum_{i=1}^m \frac{k_i e^{-s_i \tau}}{(-s + s_i)}$, k_i 满足 $\frac{L_0}{D_{c2}^*} = \sum_{i=1}^m \frac{k_i}{(-s + s_i)}$, $-s_i$ 为 D_{c2} 稳定的特征根. 仿文[1,2] 令式(A5)和式(A6)方括号内项为 0 有(16)和式(17)成立.

参考文[2]的讨论, 适当选择加权项 X_{n2} 及参数 α , 可使 $\|M_0\|_{\infty} = \alpha \|\frac{AK}{D_{c1}}\|_{\infty}$ 尽可能小(或小于 1), 进而使闭环系统鲁棒稳定性增强, 并给出闭环系统鲁棒稳定所允许未建模动态的上界. 证毕.

本文作者简介

刘兵 1964年生. 分别于 1985年、1989年和 1996年获河南大学学士、浙江大学硕士和东南大学博士学位. 现为电力部电力自动化研究院系统控制研究所高级工程师. 目前研究兴趣为电力系统的稳定性分析与控制等.

冯纯伯 1928年生. 中国科学院院士, 俄罗斯自然科学院外籍院士, 东南大学教授, 博士生导师. 目前研究领域为系统建模, 鲁棒控制, 非线性控制等.

薛禹胜 1941年生. 1987年获比利时列日大学博士学位. 博士生导师, 电力自动化研究院总工程师, 中国工程院院士, 主要从事电力系统自动化方面的研究工作.