

常增益交互式多模型算法*

梁彦 潘泉 张洪才
(西北工业大学自动控制系·西安, 710072)

摘要: 针对混合估计自适应滤波器的工程应用问题, 首先证明了交互式多模型算法 (IMM) 在一定条件下, 其模型输入交互方差可与状态解耦, 并给出了两模型下的 IMM 的模型输入交互方差之间部分解耦及完全解耦的条件, 从而将常增益滤波与 IMM 相结合, 提出两模型常增益 IMM 自适应滤波算法. 仿真表明在精度与 IMM 相当的情况下, 计算量减少了约 50%, 并消除了单模型常增益滤波的有偏性.

关键词: 自适应滤波; 常增益滤波; 目标跟踪

Interacting Multiple Models Algorithm Based on α - β & α - β - γ Filters

Liang Yan, Pan Quan and Zhang Hongcai

(Department of Automatic Control, Northwestern Polytechnic University · Xi'an, 710072, P. R. China)

Abstract: In this paper, we firstly prove in interacting multiple models algorithm (IMM) model-conditional estimational variances can be decoupled with model-conditional state estimation under certain conditions, and then supply the conditions to partly-decoupling and absolutely-decoupling among model-conditional estimational variances. Therefore IMM based on α - β & α - β - γ filters is proposed. The Monte Carlo simulations show that this algorithm not only remains almost as accurate as IMM, but also save about half of the computation.

Key words: adaptive filtering; α - β filter; α - β - γ filter; tracking

1 引言 (Introduction)

混合估计是近年来自适应估计领域的一个新兴研究方向^[1,3]. 混合估计应用于同时估计系统的状态及参数, 特别是随机突变参数. 混合估计自适应滤波在现实系统中有着广泛的应用, 如: 跟踪机动目标^[3], 在线辨识故障的发生与修复^[4], 非线性随机系统的分段线性化滤波^[5]等.

混合估计当前以多模型估计为主流, 多模型估计具有以下优点: 1) 由于算法可细化参数空间描述, 因而可通过扩充模型的方法达到细化建模, 细化参数取值的效果; 2) 在满足先验假设的条件下, 它是在均方误差意义下的最优估计; 3) 算法具有明显的并行结构, 便于有效地并行实现.

在多模型估计算法中, 以 IMM 较为优越^[1,3], 与其它多模型估计算法相比, IMM 的自适应能力更强; 在估计精度相当的情况下, IMM 的计算量仅为二阶广义伪贝叶斯方法 (GPB2) 的 m 分之一 (m 为模型数); IMM 还避免了全假设树滤波 (FHT) 计算量随时间无限增长的不足. 近年来, 常增益自适应滤波正从单模型向多模型方向发展. 如: 文献^[6]将两级卡尔曼滤波简化为两级常增益滤波; 文献^[8]将变维

滤波器简化为变维常增益滤波器.

然而, 在 IMM 中, 由于各模型估计器的估计方差之间不仅相互耦合, 而且与各模型的估计以及各模型的概率相耦合, 因而到目前为止 IMM 的研究尚未扩展到常增益领域. 本文研究了 IMM 中基于模型的估计方差的解耦条件, 从而将 IMM 与常增益滤波器相结合, 提出了两模型下的常增益 IMM 自适应滤波算法. 仿真表明在精度与 IMM 相当的情况下, 计算量减少了约 50%, 并消除了单模型常增益滤波的有偏性.

2 方差与状态的解耦 (Decouple calculating covariances with state estimation)

设第 i 个模型的状态转移方程及量测方程为:

$$X_i(k+1) = \Phi_i(k) \cdot X_i(k) + B_i(k) \cdot u_i(k) + \Gamma_i(k) \cdot q_i(k), \quad (2.1)$$

$$Z(k) = H_i(k) \cdot X_i(k) + v_i(k). \quad (2.2)$$

其中: $\Phi_i(k)$ 为状态转移阵, $B_i(k)$ 为输入变换矩阵, $u_i(k)$ 为控制项, $H_i(k)$ 为量测阵, $Z(k)$ 为滤波系统的量测, $q_i(k)$ 和 $v_i(k)$ 为不相关高斯零均值白噪声, 其方差分别为 $Q_i(k)$, $R_i(k)$.

标准的 IMM 算法分为四步: 输入交互, 滤波计算,

* 国家自然科学基金 (69772031) 资助项目.

本文于 1998 年 3 月 25 日收到, 1998 年 11 月 25 日收到修改稿.

模型概率更新,输出交互.为方便起见,其公式见文献[1].

设目标的真实运动符合方程:

$$X(k+1) = F^r(X(k), k). \quad (2.3)$$

设 $\eta_i(k)$ 为第 i 个模型滤波器的滤波偏差,

$$\eta_i(k) = \hat{X}_i(k|k) - F^r(X(k-1), k-1), \quad (2.4)$$

$$\eta_i^0(k) = \hat{X}_i^0(k|k) - F^r(X(k-1), k-1), \quad (2.5)$$

其中

$$\hat{X}_i^0(k-1|k-1) = \sum_{s=1}^m u_{s|i}(k-1) \cdot \hat{X}_s(k-1|k-1),$$

$$u_{s|i}(k) = p\{m_s(k) | m_i(k+1), Z^k\} \triangleq U_{st}(k).$$

定理 1 若满足如下条件:

$$P_i(k) = E\{\eta_i(k) \cdot \eta_i(k)^T | m_i(k+1), Z^k\} \geq$$

$$P_i^*(k) = E\{\eta_i(k) \cdot \eta_i(k)^T | Z^k\}, \quad (2.6)$$

则即使不考虑状态交互项,仍有输入交互的计算方差大于真实方差.即有:

$$P_i^0(k) = E\{\eta_i^0(k) \cdot \eta_i^0(k)^T | m_i(k+1), Z^k\} \geq$$

$$P_i^{0*}(k) = E\{\eta_i^0(k) \cdot \eta_i^0(k)^T | Z^k\}.$$

证 略(参见文献[11]).

由定理 1 可知,只要系统建模满足条件(2.6),则可忽略 $\Delta P_{ii}^0(k)$,从而使方差计算与状态估计解耦,为 IMM 的方差离线计算奠定了基础.

3 模型方差半解耦与全解耦的条件(The conditions to partly decouple and absolutely decouple in model-conditional error associated variances)

在本节,我们利用第二节的结果,有:

$$P^0(k|k) = U(k) \cdot P(k|k). \quad (3.1)$$

其中:

$$P^0(k|k) = [P_1^0(k|k) \cdots P_m^0(k|k)]^T,$$

$$P(k|k) = [P_1(k|k) \cdots P_m(k|k)]^T.$$

由式(3.1)可知,在方差的状态交互项可以忽略的情况下,输入交互方差的随机性仅由模型概率影响.而在匹配模型持续保持与实际系统运动模式匹配的情况下,模型概率相当稳定.可将其近似取为恒定,从而方差的计算完全不受状态及模型概率的影响,从而可以离线计算.

3.1 模型输入交互估计方差的半解耦(Partly decoupling among model-conditional error associated variances)

设 $k-1$ 时刻,系统辨识 i 模型为匹配模型.在

$[k-1, k]$ 滤波周期内,各模型的输入交互方差半解耦形式取为:

$$P_i^0(k) = P_i(k),$$

$$P_i^0(k) = \frac{1}{u_{l|i}(k) + u_{l|i}(k)} \cdot [u_{l|i}(k) \cdot P_i(k) + u_{l|i}(k) \cdot P_i(k)], \quad l \neq i. \quad (3.2)$$

此时,匹配模型的输入交互方差近似等于其自身方差,可以单独离线计算,这相当于单模型,而不匹配模型的输入交互方差近似由其自身方差、匹配模型状态方差及稳定的模型概率决定.

在两模型的情况下,由式(3.1)可得模型输入交互方差半解耦式(3.2)的成立条件为:

$$\frac{\|P_i^0(k) - P_i(k)\|}{\|P_i(k)\|} = \frac{\pi_{ij} \cdot u_l(k)}{\pi_{ii} \cdot u_i(k) + \pi_{ij} \cdot u_l(k)} \cdot \frac{\|P_l(k) - P_i(k)\|}{\|P_i(k)\|} \leq \xi_i. \quad (3.3)$$

其中: $0 < \xi_i \ll 1$,为 i 模型因解耦近似而产生的精度损失率.

3.2 模型输入交互估计方差的全解耦(Absolutely decoupling among model-conditional error associated variances)

在 $[k-1, k]$ 滤波周期内,各模型的输入交互方差全解耦形式取为:

$$P_l^0(k) = P_l(k). \quad (3.4)$$

在两模型的情况下,由式(3.1)可得模型输入交互方差全解耦式(3.4)的成立条件为:

$$\frac{\pi_{ji} \cdot u_i(k)}{\pi_{jj} \cdot u_j(k) + \pi_{ji} \cdot u_i(k)} \cdot \frac{\|P_i(k) - P_j(k)\|}{\|P_j(k)\|} \leq \xi_j, \quad (3.5)$$

$$\Delta P_{ij} = \frac{\pi_{ij} \cdot u_j(k)}{\pi_{ii} \cdot u_i(k) + \pi_{ij} \cdot u_j(k)} \cdot [P_i(k) - P_j(k)] \text{非正定}. \quad (3.6)$$

显然,这是对 IMM 常增益化的参数限定.从后面的仿真分析可知,在 $\pi_{ii} \gg \pi_{ij}$ 时,对于采用 CV, CA 两模型的 IMM,将滤波参数代入式(3.5), (3.6)可发现全解耦条件基本满足.而常增益 IMM 与 IMM 在仿真中所表现出相近的滤波精度也表明了全解耦条件的可满足性.

4 常增益 IMM 自适应滤波算法(IMM based on α - β / α - β - γ filters)

利用上两节条件,可得含有 α - β / α - β - γ 模型的常增益 IMM,其算法分如下 4 步.

4.1 输入交互(Input interaction)

$$\hat{X}_i^0(k-1|k-1) = \sum_{s=1}^m u_{s|i}(k-1) \cdot \hat{X}_s(k-1|k-1), \tag{4.1}$$

$$u_{s|i}(k-1) = \frac{1}{u_i^0(k-1)} \cdot \pi_{is} \cdot u_s(k-1), \tag{4.2}$$

$$u_i^0(k-1) = P\{m_i(k) | Z^{k-1}\} = \sum_{s=1}^m \pi_{is} \cdot u_s(k-1). \tag{4.3}$$

4.2 滤波计算(Model-conditional filtering)

由于线性定常系统的滤波增益为指数衰减,文献[8]给出了采用以下三式拟合卡尔曼滤波增益 α - β 及 α - β - γ 的滤波增益参数及残差的方差 $S_i(k)$.

$$\alpha(k+1) = \alpha(k) + G_\alpha(\alpha - \alpha(k)), \tag{4.4}$$

$$G_\alpha = 1 - \exp(-1/k_\alpha);$$

$$\beta(k+1) = \beta(k) + G_\beta(\beta - \beta(k)), \tag{4.5}$$

$$G_\beta = 1 - \exp(-1/k_\beta);$$

$$\gamma(k+1) = \gamma(k) + G_\gamma(\gamma - \gamma(k)), \tag{4.6}$$

$$G_\gamma = 1 - \exp(-1/k_\gamma).$$

其中, α - β 滤波器可采用式(4.4),(4.5); α - β - γ 滤波器可采用式(4.4)~(4.6).

4.3 模型概率更新(Model probability update)

$$\Delta_i(k) = P\{Z(k) | m_i(k), Z^{k-1}\} = N[V_i(k); 0, S_i(k)]. \tag{4.7}$$

式中 $N[*]$ 为正态分布密度函数,第 t 个模型经滤波所得的残差为 $V_i(k)$.

$$u_i(k) = \frac{P\{m_i(k) | Z^k\}}{\sum_t \Delta_t(k) \cdot u_i^0(k-1)} \cdot \Delta_i(k) \cdot u_i^0(k-1). \tag{4.8}$$

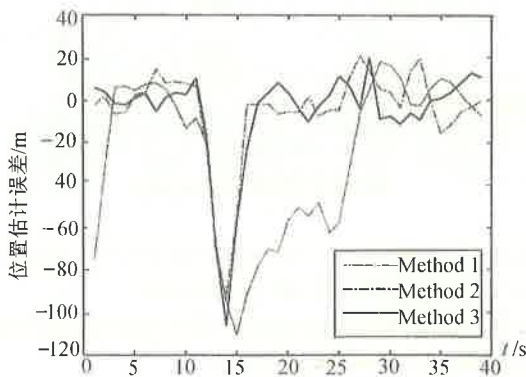


图1 位置估计误差均值
Fig. 1 Mean of position estimation error

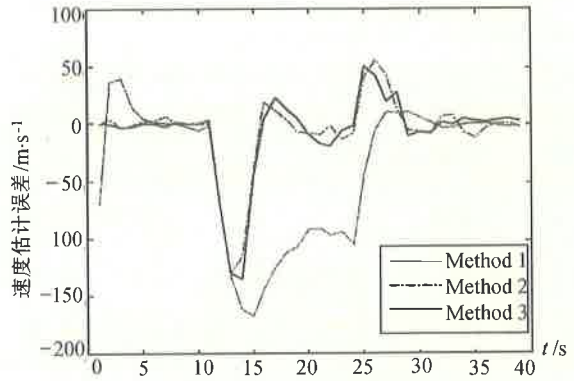


图2 速度估计误差均值
Fig. 2 Mean of velocity estimation error

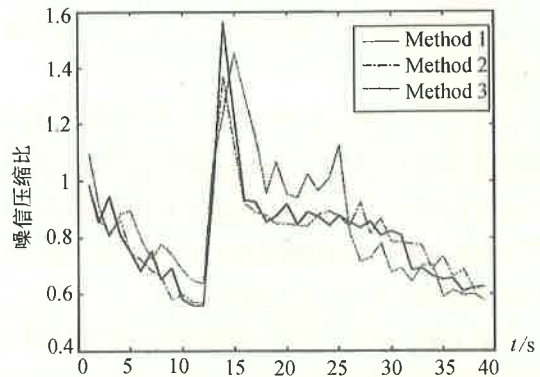


图3 噪声压缩比
Fig. 3 Signal-noise ratio in position

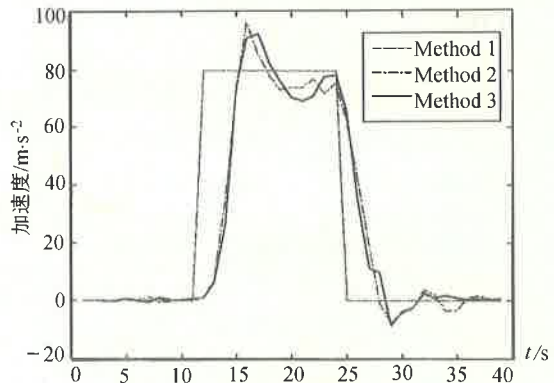


图4 估计的加速度均值
Fig. 4 Mean of acceleration estimation

4.4 输出交互(Output interaction)

$$\hat{X}(k) = E[X(k) | Z^k] = \sum_i \hat{X}_i(k) \cdot u_i(k). \tag{4.9}$$

5 仿真分析(Simulation analysis)

目标运动的运动参数为:

$$a(t) = \begin{cases} 0\text{m/s}^2, & 0 < t \leq 10, \\ 80\text{m/s}^2, & 10 < t \leq 25, \\ 0\text{m/s}^2, & 25 < t \leq 40, \end{cases}$$

$v_0 = 450\text{m/s}$,量噪方差:10000 m^2 .

两模型常增益 IMM 与 IMM 仿真参数为:

$$F_1 = \begin{bmatrix} 1 & t_s & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, F_2 = \begin{bmatrix} 1 & t_s & \frac{1}{2} \cdot t_s^2 \\ 0 & 1 & t_s \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\Gamma_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \cdot t_s^2 \\ t_s \\ 0 \end{bmatrix}, \Gamma_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \cdot t_s^2 \\ t_s \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$H_1 = H_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T, [\pi_{ij}] = \begin{bmatrix} 0.98 & 0.02 \\ 0.02 & 0.98 \end{bmatrix},$$

$R_1 = R_2 = 10000m^2$, 采样周期 $t_s = 1s$, 仿真次数为:100.

方法 1 为 IMM,方法 2 为方差解耦的常增益 IMM,它们 CV 的建模方差 $Q_1:100m^2/s^4$, CA 的建模方差 $Q_2:4000m^2/s^4$.方法 3 为 α - β 自适应滤波(由文献[9]提供).其小机动的建模方差 Q_1 为: $100m^2/s^4$, 大机动的建模方差 Q_2 为: $4000m^2/s^4$.

由于 IMM 是基于贝叶斯推理的,模型的独立性使得匹配模型的概率远大于非匹配模型,因而总能达到 0.9 左右.此时,式(3.5)的左式为:

$$0.0023 \cdot \frac{\|P_i(k) - P_j(k)\|}{\|P_j(k)\|} \leq 0.0023 \cdot \frac{\max(\|P_i(k)\|, \|P_j(k)\|)}{\|P_j(k)\|}, \quad (5.1)$$

表 1 计算量的比较

Table 1 Compare in computation

常增益 IMM/IMM	输入交互	滤波	输出交互	总计
乘+除	14+2/32+2	24+0/75+5	14+5/14+5	76/133=57%
加+减	7+2/16+2	17+12/70+7	8+0/8+0	46/103=45%
指数	0/0	0/0	2/2	2/2
开方	0/0	0/0	2/2	2/2

在指数,开方运算因其次数很少而忽略的情况下,乘和除运算一般须四个指令周期,若计算机加和减运算须一个指令周期,则计算时间减少 45%;若计算机加和减运算须两个指令周期,则计算时间减少 47%.这与仿真发现计算量下降约 50%相吻合.

6 小结(Conclusion)

本文在国内外率先找到了 IMM 输入交互方差解耦的条件,从而提出了两模型常增益 IMM 算法.仿真表明:该算法不仅保持了 IMM 估计精度高的优点,而且使计算量下降了约 50%,因而有着广泛的

当跟踪 CV 运动模型方差稳态时,

$$\Lambda(\Delta P_{12}) = \begin{bmatrix} -0.0498 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0060 & 0 \\ 0 & 0 & -0.3849 \end{bmatrix} = A + B,$$

$$A = \begin{bmatrix} -0.04980 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.3849 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0060 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \frac{\|B\|_\infty}{\|A\|_\infty} = 0.0156,$$

$\Rightarrow \Delta P$ 近似非正定,即解耦不会影响滤波稳定(模型噪声可以防止近似的误差积累).

而当跟踪 CA 运动模型方差稳态时, $\Lambda(\Delta P_{21}) =$

$$\begin{bmatrix} -0.0384 & 0 \\ 0 & -0.319 \end{bmatrix} \text{负定.}$$

考虑到模型滤波方差与模型概率的单调递减性,实际的精度近似率会比式(5.1)的精度近似率上限小.因而模型的实际选择范围要宽得多.可见这样选参可以近似实现常增益.

由仿真可得:输入交互方差完全解耦的两模型常增益 IMM 与 IMM 的仿真性能相当.而文献[9]所给出的单模型常增益算法由于不能补偿机动造成的误差,故机动后滤波保持静态偏差,滤波性能恶化.滤波的严重有偏性限定了该算法的应用.关于常增益 IMM 的鲁棒性仿真,可参见文献[10].关于常增益 IMM 对各种典型运动的仿真,可参见文献[11].

工程应用前景.

参考文献(References)

- 1 Bar-shalom Y and Li X R. Multitargets-Multisensor Tracking: Principle and Techniques. Storrs, CT: YBS Publishing, 1995
- 2 Li X R. Hybrid estimation techniques. Control and Dynamic Systems. New Orleans: Academic Press, 1996, 1-75
- 3 Mazor E, Averbuch A, Bar-Shalom Y and Dayan J. Interacting multiple model methods in multiple-multiple tracking; a survey. IEEE Trans. on Aerospace and Electronic System, 1998, 34(1): 103-122
- 4 Basseville M and Nikiforov I. Detection of Abrupt Changes; Theory and

- Application. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1993
- 5 Skeppstedt A, Ljung L and Millnery M. Construction of composite models from observed data. *Int. J. Control*, 1992, 55(3): 141 - 152
 - 6 Yosko J and Kalata R P. Optimal and sub-optimal function of α - β target tracks. *Proceedings of American Control Conference*, Maryland, 1992, 857 - 861
 - 7 Blair D W. Fixed-gain two-stage estimations for tracking maneuvering targets. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic System*, 1993, 29(3): 1004 - 1014
 - 8 Kalata R P. The tracking index; a generalized parameter for α - β and α - β - γ target trackers. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic System*, 1984, 20(2): 174 - 182
 - 9 Rhatigan T B. An α - β Target tracking approach to the Benchmark tracking problem. *Proceedings of American Control Conference*, Maryland, 1994, 2076 - 2080
 - 10 Pan Quan, Liang Yan, Zhang Hongcai and Dai Guanzhong. Interacting multiple models algorithm based on alpha-beta/alpha-beta-gamma filter. *Proceedings of American Control Conference*, Albuquerque, New Mexico, 1997, 3698 - 3701
 - 11 梁彦. 混合估计自适应算法研究:[硕士学位论文]. 西安:西北工业大学, 1997

本文作者简介

梁彦 1971年生. 西北工业大学控制理论与控制工程专业博士生. 研究方向: 自适应滤波, 机动目标跟踪, 动态系统的建模、辨识与仿真.

潘泉 见本刊1999年第4期第469页.

张洪才 见本刊1999年第4期第469页.

(上接第658页)

本文作者简介

程储旺 1965年生. 1987年7月于安徽师范大学获学士学位, 1994年7月于杭州大学数学系几何专业获硕士学位. 1997年5月于浙江大学工业控制技术研究所获博士学位. 现为中国纺织大学博士后. 目前主要研究兴趣为: 时滞不确定性(大)系统的鲁棒控制理论及应用等.

宋执环 1962年生. 讲师, 博士. 1986年毕业于合肥工业大学工业自动化专业, 获工学硕士学位; 1996年在浙江大学工业控制技术研究所获工学博士学位. 主要研究兴趣为工业过程建模与控制, 鲁棒控制, 预测控制理论及应用, 小波分析在系统辨识和控制理论中的应用.

孙优贤 见本刊1999年第1期第112页.