

## 典型工业过程的 $H_\infty$ 控制\*

谭文 刘吉臻

(华北电力大学动力工程系·保定, 071003)

**摘要:** 利用环路成形  $H_\infty$  方法对典型工业过程进行  $H_\infty$  设计. 设计表明, 典型过程的  $H_\infty$  控制器可表示为常用控制结构形式(如 PID + 滤波器), 从而很容易在工程中实现. 特别地, 本文得到典型过程  $H_\infty$  控制器参数与过程常数的直接关系, 因而实际中可直接使用它们得到  $H_\infty$  控制器而无需对每个典型过程进行  $H_\infty$  设计, 从而方便过程控制器设计. 仿真表明, 本文所得  $H_\infty$  控制器对大时延对象有很好的控制效果, 对过程常数较大变化亦有较好的性能鲁棒性.

**关键词:**  $H_\infty$  控制; 典型工业过程; 环路成形; PID 结构

## $H_\infty$ Control for Typical Industrial Processes

Tan Wen and Liu Jizhen

(Department of Power Engineering, North China Electric Power University, Baoding, 071003, P. R. China)

**Abstract:**  $H_\infty$  controllers are designed for typical processes using loop-shaping  $H_\infty$  approach. The results indicate that the structure of the  $H_\infty$  controllers for those plants can be expressed in the usual control structure, e. g., PID + filter, thus can be easily realized in practice. Furthermore, we obtain the direct relation between the parameters of the  $H_\infty$  controllers and process constants, thus we can use the parametrization to set up an  $H_\infty$  controller without design. Simulations show that the  $H_\infty$  controller we obtained has good performance even for processes with large delay, and is robust against the variation of process constants.

**Key words:**  $H_\infty$  control; typical industrial processes; loop-shaping; PID structure

### 1 引言 (Introduction)

从 Zames 提出用  $H_\infty$  方法解决干扰抑制问题<sup>[1]</sup>以来, 该方法在过去二十年里得到迅速发展<sup>[2]</sup>, 其应用也得到广泛重视. 作为一种有效的鲁棒控制方法,  $H_\infty$  方法在过去几年中的应用屡见报道, 尤其是在航空航天方面(例如文献<sup>[3]</sup>), 但在一般工业过程控制中仍不多见. 究其原因, 可概括如下:

1)  $H_\infty$  设计步骤与传统过程控制方法所采用的步骤有很大不同. 例如,  $H_\infty$  控制中常需选取加权函数来指定性能或稳定指标, 这种加权尽管有着明显的控制意义, 但仍不易为工程人员接受.

2) 尽管  $H_\infty$  方法不要求对象有精确模型, 但其仍是一种基于模型的设计方法. 对于模型结构固定而模型参数变化的一类对象(如一阶加时延对象),  $H_\infty$  方法需依参数不同及所选加权不同而重新设计, 没有 PID 参数整定方法方便.

3)  $H_\infty$  控制器阶数较高, 其结构实现困难, 且控制器设计后参数不便在线调整.

因此, 要在工业过程控制中应用  $H_\infty$  方法, 必须

很好地解决以上问题.

作者在对比各种  $H_\infty$  设计方法后发现 McFarlane and Glover 提出的环路成形  $H_\infty$  设计方法<sup>[4]</sup>在过程控制中应用大有潜力. 本文通过对典型工业过程利用环路成形  $H_\infty$  设计方法进行设计, 说明该方法在过程控制中应用的可能. 本文设计结果表明, 对典型工业过程,  $H_\infty$  控制器具有常见控制结构(如 PID + 滤波器结构), 因此实现起来无困难. 特别地, 本文得到典型过程  $H_\infty$  控制器参数与过程常数的直接关系, 因而参数在线调整亦十分方便. 仿真表明, 本文所得  $H_\infty$  控制器对大时延对象有很好的控制效果, 对过程常数较大变化亦有较好的性能鲁棒性.

### 2 环路成形 $H_\infty$ 设计方法 (Loop shaping $H_\infty$ approach)

McFarlane and Glover 提出的环路成形  $H_\infty$  方法设计步骤如下<sup>[4]</sup>:

1) 环路成形, 即改变开环对象  $G$  之奇异值形状. 方法是选取适当预补偿器  $W_1$  或后补偿器  $W_2$ , 使得变形后的对象  $\tilde{G} := W_2 G W_1$  之奇异值满足一定

\* 华北电力大学博士学位教师专项基金资助项目.

本文于 1997 年 6 月 4 日收到, 1998 年 2 月 20 日收到修改稿.

形状.

2)  $H_\infty$  设计, 即对变形后的对象  $\tilde{G}$ , 进行如下  $H_\infty$  综合:

$$\epsilon_{\max}^{-1} = \inf_{\tilde{K} \text{ stabilizing}} \left\| \begin{bmatrix} (I + \tilde{G}\tilde{K})^{-1} & (I + \tilde{G}\tilde{K})^{-1}\tilde{G} \\ \tilde{K}(I + \tilde{G}\tilde{K})^{-1} & \tilde{K}(I + \tilde{G}\tilde{K})^{-1}\tilde{G} \end{bmatrix} \right\|_\infty \quad (2.1)$$

此处  $\epsilon_{\max}$  实际上是一个设计指标: 充分大的值表示经第二步  $H_\infty$  综合后, 第一步所得开环奇异值形状变化不大, 从而环路变形  $H_\infty$  设计方法可保证闭环系统的频域及时域性能. 通常  $\epsilon_{\max}$  应大于 0.2.

3) 最后的鲁棒控制器形式为:

$$K = W_1 \tilde{K} W_2.$$

从以上步骤可以看出, 该方法性能设计体现在第一步, 即开环奇异值形状的改变. 闭环系统很多性能都通过开环奇异值的形状得到体现, 例如, 为增加抗干扰能力, 可增加开环低频增益; 为减弱高频非线性的影响, 可减小开环高频增益; 而闭环系统响应速度可通过开环带宽来调节. 实际设计中, 预补偿器往往取形式  $W_o W_i$ , 其中  $W_o$  可通过现代频域法中的配正 (ALIGN) 算法来实现静态解耦, 而  $W_i$  取简单的 PI 控制形式以增加低频增益以及消除静态调节偏差. 因此, 第一步实际上是闭环系统标称性能的设计.

而该方法之第二步确保所设计系统的稳定及性能的鲁棒性. 因为第二步中的  $H_\infty$  综合问题可以解释为鲁棒稳定问题<sup>[4]</sup>, 处理的是互素因子分解摄动形式的不确定因素 (或等价地, 间隙 (gap) 拓扑意义下的不确定因素).

环路成形  $H_\infty$  方法与其它  $H_\infty$  设计方法 (如 S-KS 方法<sup>[5]</sup>, S-T 方法<sup>[6]</sup>, “四块”方法<sup>[7]</sup>) 相比具有以下优点:

i) 设计思想结合了工业设计中常用的现代频域方法, 只需知道开环环路成形方法即能使用该方法.

ii) 设计之第二步中的  $H_\infty$  综合问题是适定的:

首先, 其最优值可直接计算而无需象通常  $H_\infty$  控制问题需经迭代求得. 实际上, 设补偿后对象  $\tilde{G}$  之最小状态空间实现为  $\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu, \\ y = Cx, \end{cases}$  则最优解为<sup>[4]</sup>:

$$\epsilon_{\max} = (1 + \lambda_{\max}(YX))^{-1/2}. \quad (2.2)$$

其中  $X, Y$  分别为下列代数 Riccati 方程的唯一稳定化非负定解:

$$A^T X + XA - XBB^T X + C^T C = 0, \quad (2.3)$$

$$AY + YA^T - YC^T CY + BB^T = 0. \quad (2.4)$$

其次, 当最优解求得后, 其最优控制器可表示为<sup>[4]</sup>

$$\begin{cases} \dot{Q}q = [Q(A + BB^T X) + \epsilon_{\max}^{-1} YC^T C]q + \epsilon_{\max}^{-1} YC^T y, \\ u = B^T Xq. \end{cases} \quad (2.5)$$

其中  $Q = (1 - \epsilon_{\max}^{-2})I + YX$ .

因此, 该方法对模型结构确定而只是模型参数变化的一类对象, 可求得  $H_\infty$  控制器闭形式, 从而大大方便设计.

iii) 所得控制器不会与对象产生零、极点对消情况, 因而性能更具鲁棒性.

从以上分析可看出, 环路成形  $H_\infty$  设计方法适用于工业过程的控制.

### 3 典型过程的 $H_\infty$ 控制 ( $H_\infty$ control for typical processes)

本节中将分别对纯时延、一阶加时延及无自平衡等典型工业过程利用环路成形  $H_\infty$  方法进行设计. 设计实践表明, 只要预补偿器选择适当, 我们可得到  $H_\infty$  控制器参数与过程常数的直接关系.

#### 3.1 纯时延过程 (Pure-delay process)

纯时延过程传递函数可表示为:  $p(s) = e^{-\tau s}$ . 为利用上节中讨论的状态空间解, 纯时延常常用 Pade 逼近来表示, 即  $P(s) = (1 - \frac{\tau}{2}s)/(1 + \frac{\tau}{2}s)$ . 我们有以下观察:

**引理 1** 当  $W_1$  取为  $\frac{\lambda}{\tau s}$  时, 最优值  $\epsilon_{\max}$  仅与  $\lambda$  有关而与  $\tau$  无关.

证 此时补偿后对象之最小状态空间实现中

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -2/\tau \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} \lambda/\tau \\ \lambda/\tau \end{bmatrix}, C = [1 \quad -2]. \quad (3.1)$$

易证此时代数 Riccati 方程 (2.3) 及 (2.4) 之唯一稳定化非负定解分别为:

$$X = \begin{bmatrix} \frac{\tau(1+\lambda)}{\lambda} & -\tau \\ -\tau & \tau \end{bmatrix}, Y = \begin{bmatrix} \frac{\lambda(1+\lambda)}{\tau} & \frac{\lambda^2}{2\tau} \\ \frac{\lambda^2}{2\tau} & \frac{\lambda^2}{4\tau} \end{bmatrix}, \quad (3.2)$$

于是

$$YX = \begin{bmatrix} 1 + 2\lambda + \lambda^2/2 & -(\lambda + \lambda^2/2) \\ \lambda/2 + \lambda^2/4 & -\lambda^2/4 \end{bmatrix}, \quad (3.3)$$

易见其仅与  $\lambda$  有关而与  $\tau$  无关. 由式(2.2)知  $\epsilon_{\max}$  亦具此性质.

上述性质使得我们可以得到  $H_{\infty}$  控制器参数与纯时延  $\tau$  的具体函数关系, 因而在实际应用中能直接采用参数公式无需再进行设计.

虽然补偿后对象状态空间实现为二阶的, 由(2.5)可知其  $H_{\infty}$  最优控制器可化为一阶表示, 其传递函数实际上是一超前-滞后环节:

$$\bar{K}(s) = \frac{K_c(1 + \tau s/T_1)}{1 + \tau s/T_2}, \quad (3.4)$$

其中  $K_c, T_1, T_2$  仅与  $\lambda$  有关而与  $\tau$  无关. 不同  $\lambda$  值时对应的控制器参数如下:

表 1 纯时延过程不同  $\lambda$  取值对应的控制器参数  
Table 1 Controller parameters for pure-delay process with different  $\lambda$

$\lambda$	$\epsilon_{\max}$	$K_c$	$T_1$	$T_2$
1.0	0.490	0.560	2.0	6.343
1.5	0.429	0.475	2.0	8.873
2.0	0.383	0.414	2.0	11.661

而最终  $H_{\infty}$  控制器结构为:

$$K(s) = \frac{\lambda \bar{K}(s)}{\tau s} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s}\right) \frac{1}{T_f s + 1} \quad (3.5)$$

式中

$$K_p = \frac{\lambda K_c}{T_1}, T_i = \frac{\tau}{T_1}, T_f = \frac{\tau}{T_2}.$$

可见其为 PI+滤波器形式. 上式中控制器参数已表示为过程常数的直接函数, 因而可将其视为纯时延过程的带滤波器的 PI 整定公式.

以上讨论中我们只用 Pade 一阶表示逼近纯时延, 因为在鲁棒控制设计中, 我们关心更多的是对象摄动集的范围, 而不是标称对象模型的精确程度. 因此高阶表示尽管能更好逼近标称时的过程, 但从鲁棒控制角度来说, 一阶表示已经足够. 文献[8]分析了纯时延的不同逼近对  $H_{\infty}$  设计的影响证明了以上结论.

图 1 是  $\tau = 1$  时取不同  $\lambda$  值对设定点阶跃变化的闭环响应曲线; 图 2 是  $\lambda$  取 1 时对  $\tau$  值变化时的阶跃响应曲线. 仿真表明, 若要获得较快响应,  $\lambda$  可取大些 ( $\lambda = 2$ ); 而若要对象对时延具较大鲁棒性,  $\lambda$  可取小些 (取  $\lambda = 1$  时,  $\tau$  变化 50% 亦能保持较好的时域性能); 通常可取  $\lambda = 1.5$ .

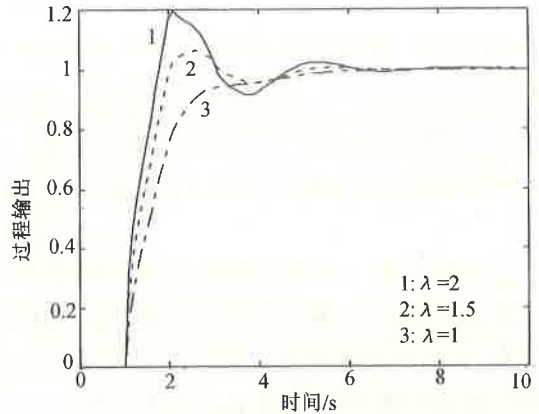


图 1 纯时延过程对设定点阶跃变化的响应  
Fig. 1 Step response for pure-delay process

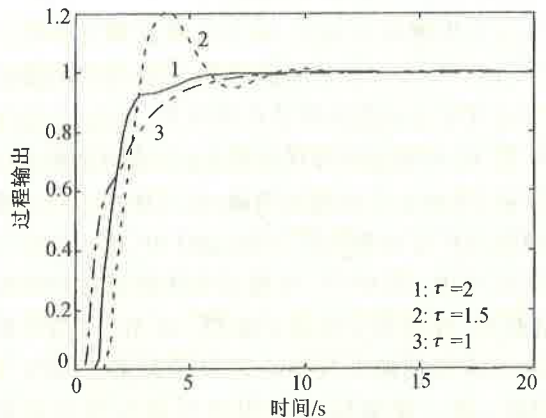


图 2  $\lambda$  取 1 时时延变化时的阶跃响应  
Fig. 2 Step response for different delays with  $\lambda=1$

### 3.2 一阶加时延过程(First-order plus deadtime process)

过程控制中另一类常见过程为一阶加时延过程, 其传递函数表示为:  $\frac{k}{T_s + 1} e^{-\tau s}$ . 若取预补偿器  $W_1 = \frac{T_s + 1}{k} \frac{\lambda}{\tau s}$ , 则补偿后对象与纯时延过程补偿后对象相同, 因此 3.1 节中结论亦适用于一阶加时延过程. 此时最终所得  $H_{\infty}$  控制器具如下结构:

$$K(s) = \frac{K_c(1 + \tau s/T_1)}{1 + \tau s/T_2} \frac{T_s + 1}{k} \frac{\lambda}{\tau s} \quad (3.6)$$

上式实际上可化为 PID+滤波器结构(实际 PID 结构):

$$K(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s\right) \frac{1}{1 + T_f s}, \quad (3.7a)$$

式中

$$K_p = \frac{\lambda K_c (T_1 T + \tau)}{k \tau T_1}, T_i = T + \frac{\tau}{T_1}, \quad (3.7b)$$

$$T_d = \frac{T \tau}{T_1 T + \tau}, T_f = \frac{\tau}{T_2}.$$

不同  $\lambda$  对应的控制器参数如下:

表 2 一阶加时延过程不同  $\lambda$  取值对应的控制器参数  
Table 2 Controller parameters for first-order plus dead-time process with different  $\lambda$

$\lambda$	$K_p$	$T_i$	$T_d$	$T_f$
1.0	$\frac{0.28(2T + \tau)}{k\tau}$	$T + \frac{\tau}{2}$	$\frac{T\tau}{2T + \tau}$	$\frac{\tau}{6.343}$
1.5	$\frac{0.356(2T + \tau)}{k\tau}$	$T + \frac{\tau}{2}$	$\frac{T\tau}{2T + \tau}$	$\frac{\tau}{8.873}$
2.0	$\frac{0.414(2T + \tau)}{k\tau}$	$T + \frac{\tau}{2}$	$\frac{T\tau}{2T + \tau}$	$\frac{\tau}{11.661}$

易见积分时间与微分时间与  $\lambda$  取值无关。

显然,式(3.7)可视为一阶加时延过程的  $H_\infty$  最优意义下的 PID 整定公式.该整定公式具有以下特点:

- i) 闭环阶跃响应与过程时间常数  $T$  无关,且上升时间、调整时间等时间量与  $\tau$  成一定比例关系。
- ii) 闭环阶跃响应曲线形状只与  $\lambda$  有关(参见图 1)。

熟知大时延过程的 PID 参数整定十分困难.从下例可以看出,式(3.7)给出的参数整定方法对这种对象的控制亦有效。

**例 1** 考虑一阶加时延过程:  $\frac{e^{-50s}}{1 + 10s}$ . 其纯时延与时间常数的比为 5,因而常用的 Ziegler & Nichols(Z-N) 方法<sup>[9]</sup> 根本不适用.本文方法(取  $\lambda = 1$ ),Cohen & Coon(C-C) 方法<sup>[10]</sup>,ISTE 方法<sup>[11]</sup> 给出的 PID 参数如下:

表 3 不同整定方法所得 PID 参数(例 1)  
Table 3 PID parameters with different tuning methods (example 1)

	$K_p$	$T_i$	$T_d$	$T_f$
本文方法	0.392	35.0	7.143	7.89
C-C	0.517	58.49	9.52	-
ISTE	0.508	33.61	13.28	-

设参考值在  $t = 50$  作阶跃变化,在  $t = 600$  时输入端加入幅度为 0.5 的阶跃扰动,不同 PID 控制器的闭环响应曲线如图 3 所示.可见本文方法得到的响应曲线非常平稳。

式(3.7)之参数整定不只适用于一阶对象.对高阶对象,只需得到  $k, T, \tau$  的近似值,亦能采用式(3.7)进行参数整定。

**例 2** 考虑对象  $\frac{1}{(s + 1)^5}$ ,由开环阶跃响应可求

得:  $k = 1, T = 2.84, \tau = 2.59$ .本文方法(取  $\lambda = 2$ ),C-C 方法,Z-N 方法及 ISTE 方法给出的 PID 参数如下:

表 4 不同整定方法所得 PID 参数(例 2)  
Table 4 PID parameters with different tuning methods (example 2)

	$K_p$	$T_i$	$T_d$	$T_f$
本文方法	1.322	4.128	0.889	0.222
C-C	1.751	4.939	0.809	-
Z-N	1.607	4.488	1.122	-
ISTE	1.618	5.266	1.167	-

闭环阶跃响应曲线如图 4 所示.可见本文方法得到的响应具有较小的超调。

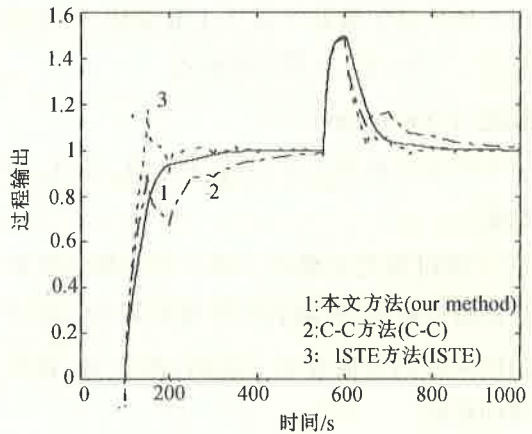


图 3 闭环阶跃响应曲线  
Fig. 3 Step response for closed-loop system

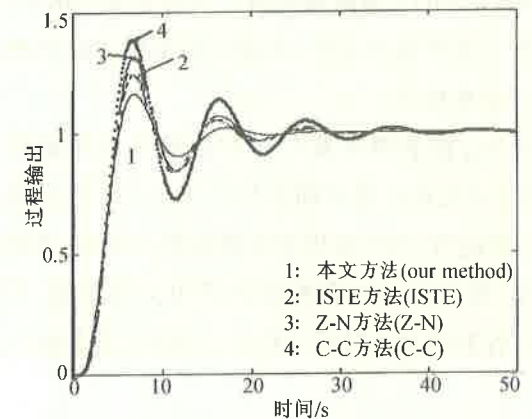


图 4 闭环对设定阶跃变化响应曲线  
Fig. 4 Step response for closed-loop system

### 3.3 无自平衡过程(Non-self-regulating process)

考虑积分过程:  $\frac{K}{Ts} e^{-\tau s}$ ,因其本身含积分行为,所以预补偿器无需再加入积分.取预补偿器  $W_1 =$

$\frac{\lambda T}{k\tau}$ , 则补偿后对象与纯滞后过程补偿后对象相同, 因而以上所得结果亦适用. 此时控制器结构为:

$$K(s) = \frac{K_c \lambda T (1 + \tau s / T_1)}{k\tau (1 + \tau s / T_2)}, \quad (3.8)$$

为一超前滞后环节.

而对积分过程:  $\frac{k}{s(T_s + 1)} e^{-\tau s}$ , 若预补偿器取为 PD 形式:  $W_1 = \frac{\lambda}{k\tau} (1 + T_s)$ , 则补偿后对象与纯滞后过程补偿后对象相同, 因而所得结果亦适用. 此时控制器结构为:

$$K(s) = \frac{K_c \lambda (1 + \tau s / T_1)}{k\tau (1 + \tau s / T_2)} (1 + T_s), \quad (3.9)$$

为 PD + 超前-滞后环节形式.

以上两公式中参数可由 3.1 节得到, 闭环响应曲线具有一阶加时延过程同样特点.

#### 4 结论(Conclusion)

本文通过对典型工业过程进行  $H_\infty$  设计, 得到以下结论:

1) 工业过程之对象由于常以低阶模型近似而能得到低阶控制器, 控制器的复杂性是由对象自身的复杂性及控制性能要求引起的, 而非  $H_\infty$  设计方法本身的缺陷.

2) 对典型工业过程,  $H_\infty$  控制器可化为常用控制结构(如 PID + 滤波器结构), 因而实现无困难. 同时说明只要参数整定好, 加滤波器后的 PID 结构亦具有一定鲁棒性.

3)  $H_\infty$  控制器参数与过程常数有简单函数关系, 因而可无需经设计而直接利用本文参数公式建立  $H_\infty$  控制器. 当对象模型参数显著改变时, 亦能在线调节, 符合工业过程控制的简单实用原则. 特别地,  $H_\infty$  控制器对大时延过程亦有较好的控制能力.

#### 参考文献(References)

- 1 Zames G. Feedback and optimal sensitivity: model reference transformations, multiplicative seminorms and approximate inverse. *IEEE Trans. Automat. Contr.*, 1981, 26(2): 301 - 320
- 2 谭文, 陈亚陵. 有限维线性系统  $H_\infty$  理论进展评述. *控制与决策*, 1994, 9(2): 81 - 87
- 3 Williams S J and Hyde R A. A comparison of different  $H_\infty$  methods in VSTOL flight control system design. *Proceedings of American Control Conference, San Diego, 1990*, 2508 - 2513
- 4 McFarlane D C and Glover K. *Robust Controller Design Using Normalised Coprime Factor Plant Descriptions*. New York: Springer-Verlag, 1990
- 5 Postlewaite, Young I S O, and Gu Q W.  $H_\infty$  control system design: a critical assessment based on industrial applications. In: *IFAC, Munich, 1987*, 566 - 570
- 6 Safonov M, Chiang R Y and Flashner H.  $H_\infty$  control synthesis for a large space structure. In: *American Control Conference, Atlanta, 1988*, 15 - 17
- 7 Englehart M J and Smith M C. A four-block problem for  $H_\infty$  design: properties and applications. *Automatica*, 1991, 27(4): 811-818
- 8 Wang Z Q, Lundstrom P and Skogestad S. Representation of uncertain time delays in the  $H_\infty$  framework. *Int. J. Control*, 1994, 59(3): 627 - 638
- 9 Ziegler J G, and Nichols N B. Optimum settings for automatic controllers. *Trans. ASME*, 1942, 62: 759 - 768
- 10 Cohen C and Coon G A. Theoretical consideration of retarded control. *Trans. ASME*, 1953, 75: 827 - 834
- 11 Zhuang M and Atherton D P. Automatic tuning of optimum PID controllers. *IEE Proc-D*, 1993, 140: 216 - 224

#### 本文作者简介

谭文 1969年生. 1990年毕业于厦门大学数学系, 1993年毕业于厦门大学系统科学系获硕士学位, 1996年毕业于广州华南理工大学自动化系获博士学位. 1994年10月至1996年2月分别在香港理工大学机械工程系和电子工程系作研究助理. 现在华北电力大学动力工程系从事工业自动化方面的教学和科研工作. 主要研究方向为鲁棒控制,  $H_\infty$  控制及其在工业过程控制中的应用, 以及延滞系统稳定分析与综合等.

刘吉臻 1951年生. 教授, 博士生导师. 1982年获华北电力学院硕士学位, 1989年, 1994年两次去加拿大女王大学进修. 主要研究方向包括计算机控制, 非线性系统控制, 自适应控制, 智能控制等.