

非线性系统参数集员辨识的一种新方法

王文正

蔡金狮

(西安交通大学自动控制工程系·西安, 710049) (中国空气动力研究与发展中心·四川绵阳, 621000)

摘要: 在噪声未知但有界的情况下, 研究了非线性系统参数的集员辨识问题. 提出了先对非线性系统参数可行集的中心进行估计, 再估计参数可行集大小的集员辨识两步法. 这种新方法为解决非线性系统参数的集员辨识问题提供了一种有效的可行方法, 某飞行器的纵向仿真算例验证了这种方法的有效性.

关键词: 有界噪声; 集员辨识; 飞行器

A New Method of Set Membership Identification for Nonlinear System Parameters

Wang Wenzheng

(Automatic Control Engineering Department, Xi'an Jiaotong University · Xi'an, 710049, P. R. China)

Cai Jinshi

(Aerodynamic Research and Development Center of China · Sichuan Mianyang, 621000, P. R. China)

Abstract: Assuming that noise is unknown but bounded, set membership identification for nonlinear system parameters is studied in this paper. A two step method of set membership identification for nonlinear system parameters is presented, in which the center of parameters feasible solution set is estimated at first and then set's size is estimated. Thus an effective and feasible method is provided for solving set membership identification problems of nonlinear system parameters. The longitudinal simulation example of a certain flight vehicle indicates that the new method is very effective.

Key words: bounded noise; set membership identification; flight vehicle

1 引言 (Introduction)

在实际中系统噪声的统计分布特性往往难以确定, 此时用统计类的辨识方法辨识参数显然不合适, 而集员辨识^[1]却正适合此种情况. 虽然对集员辨识的理论和方法已作了不少研究^[2], 但对于非线性系统, 要较好描述未知参数的可行解集 (Feasible Solution Set) 却也非常困难. Milanese 和 Vicino^[3]用直方体来近似描述 FSS, 解决了仅限于函数为未知参数的多项式时的集员辨识问题; Jaulin 和 Walter^[4]用区间分析法较好地描述了 FSS 的形状, 但其计算量随着未知参数的增加以及精度要求的提高而迅速增加, 而且需要预先知道包含函数以及 FSS 的子集; 随机扫描法以及 OMNE 都存在与区间分析法类似的问题. 可见目前还没有一种方法能较好地解决一般的非线性系统参数的集员辨识问题.

本文提出了非线性系统参数集员辨识的两步法, 它与以往方法的不同之处在于, 以往方法给出 FSS 的同时给出了参数的中心估计, 本文则分两步进行, 即先用迭代方法给出参数的中心估计, 然后估

计参数的可行集. 这种方法能处理一大类充分可微非线性系统参数的集员辨识问题.

2 问题的提出 (Presence of problem)

设系统模型输出的测量值表示为

$$z_i = y_i(\theta) + v_i, \quad i = 1, \dots, N. \quad (1)$$

其中 $y_i \in \mathbb{R}^m$, $\theta \in \mathbb{R}^p$, $v_i \in \mathbb{R}^m$, $z_i \in \mathbb{R}^m$ 分别为系统的模型 (未知参数 θ 的可微非线性函数)、未知参数、测量噪声及测量矢量. 假定测量噪声统计分布特性未知但有上界, 即

$$|v_{ij}| \leq \delta_{ij}, \quad j = 1, \dots, m. \quad (2)$$

$\delta_{ij} \geq 0$ 是噪声上界, v_{ij} 是 v_i 的第 j 个分量, $|\cdot|$ 为 (\cdot) 的绝对值.

系统未知参数的集员辨识就是求参数的可行集, 使其与噪声上界 δ_i 模型结构 y_i 和观测数据 z_i 相容, 即

$$\text{FSS} = \{\theta \in k: \|z_i - y_i(\theta)\|^2 \leq FK, \\ i = 1, 2, \dots, N\}. \quad (3)$$

其中 k 为验前信息所给出的未知参数 θ 的集合, $FK = \delta_i^T \delta_i$, $\|\cdot\|$ 是 2 范数.

3 集员辨识两步法 (Two-step method for set membership identification)

3.1 参数的中心估计 (Center estimation of FSS)

本文分两步对未知参数进行集员辨识,即先求 FSS 的中心.用迭代法求参数的中心估计,设第 k 步迭代后参数中心估计为 $\hat{\theta}_c(k)$,对模型(1)在 $\theta = \hat{\theta}_c(k)$ 点处作线性展开,有

$$z_i = y_i(\hat{\theta}_c(k)) + A_i \Delta \theta_k + v_i. \quad (4)$$

其中 $A_i = \frac{\partial y_i}{\partial \theta} |_{\theta = \hat{\theta}_c(k)}$, $\Delta \theta_k = \theta - \hat{\theta}_c(k)$. 令 $e_i = z_i - y_i(\hat{\theta}_c(k))$, 则(4)式为

$$e_i = A_i \Delta \theta_k + v_i. \quad (5)$$

设 Q 为正定矩阵,则由对噪声的假设知 $v_i^T Q v_i \leq \delta_i^T Q \delta_i$, 故有

$$(e_i - A_i \Delta \theta_k)^T Q (e_i - A_i \Delta \theta_k) = v_i^T Q v_i \leq \delta_i^T Q \delta_i, \quad (6)$$

则

$$\sum_{i=1}^N (e_i - A_i \Delta \theta_k)^T Q (e_i - A_i \Delta \theta_k) \leq \sum_{i=1}^N \delta_i^T Q \delta_i. \quad (7)$$

令 $F_n = \sum_{i=1}^N \delta_i^T Q \delta_i$, 对式(7)进行整理可得

$$(\Delta \theta_k - \Delta \hat{\theta}_c(k))^T P_k^{-1} (\Delta \theta_k - \Delta \hat{\theta}_c(k)) \leq d_k, \quad (8)$$

其中

$$\begin{cases} \Delta \hat{\theta}_c(k) = P_k \sum_{i=1}^N A_i^T Q e_i, \\ P_k = \left(\sum_{i=1}^N A_i^T Q A_i \right)^{-1}, \\ d_k = F_n - \sum_{i=1}^N e_i^T Q e_i + \Delta \hat{\theta}_c^T(k) P_k^{-1} \Delta \hat{\theta}_c(k). \end{cases} \quad (9)$$

第 $k+1$ 步迭代后参数的中心估计为

$$\hat{\theta}_c(k+1) = \hat{\theta}_c(k) + \Delta \hat{\theta}_c(k). \quad (10)$$

Q 阵为加权阵,可根据观测噪声的大小选取,或用残差来拟合.利用式(8)~(10)反复迭代,直到收敛,则得到参数的中心估计 $\hat{\theta}_c$ 以及与 P_k, d_k 相应的 P 和 d .事实上式(8)以椭球的形式给出了参数的一个集合 BES 估计,即

$$\text{BES} = \{ \theta : (\theta - \hat{\theta}_c)^T P^{-1} (\theta - \hat{\theta}_c) \leq d \}^T. \quad (11)$$

由于由式(3)可推出式(8),显然 $\text{BES} \supseteq \text{FSS}$, 我们称 BES 为参数可行集 FSS 的一个边界椭球描述,其中 $\hat{\theta}_c$ 边界椭球的中心, P 表征其形状, d 为其大小.边界椭球 BES 近似描述了 FSS 的大小,但是这种方法计算

的 d 往往较大,从而 BES 仅是对 FSS 的保守估计.

3.2 参数的集员估计 (Set membership estimation for parameters)

下面给出两种方法,构造包含 FSS 并且尽可能小的集合,作为参数的集员估计.

A 对 d 的修正

对 d 修正的目的是为了使边界椭球尽可能小,并且包含 FSS.式(11)给出边界椭球的中心和形状,其大小 d 应满足由式(5)以及噪声的假设所给出的每一个约束条件,在数学上可表示为

$$\begin{aligned} \max d \\ \text{s.t.} \quad & \Delta \theta^T P^{-1} \Delta \theta \leq d, \\ & -\delta_{ij} \leq e_{ij} - A_{ij} \Delta \theta \leq \delta_{ij}, \\ & j = 1, \dots, m; i = 1, \dots, N. \end{aligned} \quad (12)$$

其中 $\Delta \theta = \theta - \hat{\theta}_c$, A_{ij} 为 i 时刻时矩阵 A 的第 j 行元素.

图 1(a) 和图 1(b) 中两条直线表示式(12)中某一线性约束对(对应于某个 i, j) 中不等号取等号时所定义的两个超平面,两个超平面中间的点满足这对约束条件,则在这对约束条件下求出的边界椭球如图 1(b) 所示,显然式(12)所求的边界椭球在满足所有这些约束对的边界椭球中是最小的,这个最小的边界椭球 BESMIN(称为内边界椭球)是 FSS 的子集. BESMIN 往往很小,并且很可能不包含参数真值,因此为了求出包含 FSS 并且尽可能小的椭球,可对某一对约束条件求出与图 1(a) 情形相同的椭球,然后在所有这些椭球中取最小的椭球(即修正 d). 这样给出的边界椭球既较小又包含参数真值,从而得到了系统参数的一个较好的集员估计.称这种方法得到的算法为算法 A,其实现步骤略.

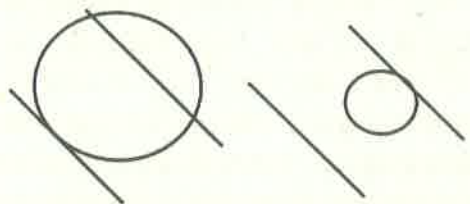


图 1(a)

图 1(b)

图 1 边界椭球与约束超平面的相对位置
Fig. 1 Relative position of bounding ellipse to restrictive super-plane

B 投影方法

式(9)给出了一个由测量空间到参数空间的映射,利用这个映射可以由某时刻模型输出的变化范围,得到以参数中心估计为中心的参数变化区间.由式(9)构造如下映射

$$\Delta\theta = PA_i^T Q(y_i - \hat{y}_i). \quad (13)$$

其中 y_i 为 i 时刻模型的真实输出, \hat{y}_i 为 $\theta = \hat{\theta}_c$ 时模型的估计输出, P, A_i 和 Q 与式(9)中的定义相同. 由对噪声的假设可知 y_i 满足如下约束条件

$$S1: z_i - \hat{y}_i - \delta_i \leq y_i - \hat{y}_i \leq z_i - \hat{y}_i + \delta_i, i = 1, \dots, N. \quad (14)$$

在约束条件 S1 下, 可得

$$\begin{aligned} \Delta\theta_{i\max} &= \max_{y_i \in S1} PA_i^T Q(y_i - \hat{y}_i), \\ \Delta\theta_{i\min} &= \min_{y_i \in S1} PA_i^T Q(y_i - \hat{y}_i). \end{aligned} \quad (15)$$

令 $\Delta\theta_{\max} = \max(\Delta\theta_{i\max}, i = 1, \dots, N), \Delta\theta_{\min} = \min(\Delta\theta_{i\min}, i = 1, \dots, N)$, 则参数的区间估计是以中心估计 $\hat{\theta}_c$ 为中心, 以 $\Delta\theta_{\max}$ 和 $\Delta\theta_{\min}$ 中相应参数的绝对值较大者为半径的区间. 这样就以直方体的形式给出了参数的集员辨识. 当未知参数的个数 $p \geq m$ 时, 由文献[5]中的引理 2 可知, 参数的估计区间应乘以大于 p/m 的系数. 由投影方法得到的算法称算法 B.

4 某飞行器纵向仿真算例 (The longitudinal simulation example of a certain flight vehicle)

飞行器纵向动力学方程和运动学方程组可近似如下:

$$\begin{aligned} \dot{V}_x &= V_y \cdot \omega_z + T/m - qsC_{xt}/m - g\sin\theta, \\ \dot{V}_y &= -V_x \omega_z + qsC_{yt}/m - g\cos\theta, \\ \dot{\omega}_z &= qsb_A m_{zt}/I_z, \\ \dot{\theta} &= \omega_z. \end{aligned}$$

其中 T 为推力矢量, 其沿 X 轴方向的安装角为 0. 设飞行器的气动力模型为:

$$\begin{aligned} C_{xt} &= C_{x0} + AC_{yt}^2, \\ C_{yt} &= C_{y0} + C_y^\alpha \cdot \alpha + C_{y3}^\alpha \cdot \alpha^3 + C_{y\delta}^\delta \cdot \delta_z, \\ m_{zt} &= m_{z0} + m_z^\alpha \cdot \alpha + m_z^\omega \cdot \omega_z + m_z^\delta \cdot \delta_z. \end{aligned}$$

观测量取为法向过载 N_y , 轴向过载 N_x , 俯仰速率 ω_z 和俯仰角 θ . 设气动力系数 $C_{x0}, A, C_{y0}, C_y^\alpha, C_{y3}^\alpha, C_{y\delta}^\delta, m_{z0}, m_z^\alpha, m_z^\omega$ 和 m_z^δ 为待辨识的未知参数, 观测噪声取均匀分布的白噪声, 其噪声上界分别为 0.2, 0.2, 0.9 和 0.9, 大约为峰值的 10%. 观测量个数 $m = 4$, 所以算法 B 中放大系数 $C > p/m = 2.5$, 可取 $C = 3$. 这两种方法辨识的结果列于表 1. 从表 1 中可看出, 两种算法给出的参数估计区间都包含参数的真值, 而且都较小, 因此算法 A 和算法 B 都是可行的.

集员辨识方法同时给出了未知参数的中心估计和区间估计, 参数的估计区间, 反映了参数可能变化的范围, 因此参数估计区间越大, 则其中心估计对参数真值的估计精度越低, 这一点在表 1 中可以得到验证. 从表 1 中可以看出, 参数 C_{y3}^α 和 $C_{y\delta}^\delta$ 的估计区间较大, 其中心估计与真值的误差也较大, 而其余参数的估计区间较小, 因而其中心估计的估计精度也较高. 这与我们的辨识经验是一致的. 由此可见, 新方法是可行的而且比其他点估计方法给出了更多的有用信息.

表 1 某飞行器纵向仿真辨识结果

Table 1 Identification result of longitudinal simulation of a certain flight vehicle

参数真值	参数中心估计	算法 A 区间估计	算法 B 区间估计
$C_{y0} = 0.05$	0.04849	(0.04260; 0.05438)	(0.04369; 0.05329)
$A = 0.06$	0.05958	(0.05622; 0.06296)	(0.05798; 0.06118)
$C_{y0} = 1.13$	1.114	(1.078; 1.150)	(1.096; 1.132)
$C_y^\alpha = 6.0$	6.057	(5.901; 6.213)	(5.990; 6.124)
$C_{y3}^\alpha = -0.10$	-0.2259	(-0.8322; 0.3804)	(-0.4839; -0.0321)
$C_{y\delta}^\delta = 0.45$	0.5503	(0.2605; 0.8401)	(0.3913; 0.7093)
$m_{z0} = 0.03$	0.03193	(0.02756; 0.03632)	(0.02999; 0.03388)
$m_z^\alpha = -1.0$	-0.9973	(-1.013; -0.9813)	(-1.003; -0.9911)
$m_z^\omega = -2.0$	-1.967	(-2.221; -1.713)	(-2.086; -1.848)
$m_z^\delta = -1.60$	-1.597	(-1.627; -1.567)	(-1.612; -1.582)

5 结论 (Conclusion)

本文提出了非线性系统参数集员辨识的两步法, 两步法能解决一大类充分可微非线性系统参数的集员辨识问题, 并且计算简单. 仿真辨识结果验证了这种方法的有效性.

参考文献 (References)

- 1 袁震东, 徐桥南. 多输入多输出系统参数的集员辨识. 控制理论与应用, 1994, 11(4): 404 - 412
- 2 Milanese M and Vicino A. Optimal estimation theory for dynamic systems with set membership uncertainty: an overview. Automatica, 1991, 27(6): 997 - 1009

- 3 Milanese M and Vicino A. Estimation Theory for nonlinear models and membership uncertainty. *Automatica*, 1991, 27(2): 403 - 408
- 4 Jaulin L and Walter E. Set inversion via interval analysis for nonlinear bounded error estimation. *Automatica*, 1993, 29(7): 1053 - 1064
- 5 Milanese M, Belforte G. Estimation theory and uncertainty intervals evaluation in presence of unknown but bounded errors; linear families of models and estimators. *IEEE Trans. Automat. Contr.*, 1982, 27(2): 408 - 414

(上接第 720 页)

提高迭代代数, 因此计算时间较长, 我们将在以后的工作中逐步改进.

参考文献 (References)

- 1 Zadeh L A. Outline of a new approach to the analysis of complex systems and decision processes. *IEEE Trans. Syst., Man, and Cybern.*, 1973, 3(1): 28 - 44
- 2 吴望名等. 应用模糊集方法. 北京: 北京师范大学出版社, 1985, 237 - 269
- 3 周景振, 韩普晋. 日本模糊控制理论与研究的进展. *控制理论与应用*, 1997, 14(4): 453 - 458
- 4 Lai Y J and Hwang C L. *Fuzzy Mathematical Programming*. Berlin: Springer-Verlag, 1992
- 5 Wang Dingwei, Fang S C. A genetic-based approach for aggregated pro-

本文作者简介

王文正 1968年生. 1996年西北工业大学航天工程学院博士毕业. 1996年至1998年在西安交通大学自动控制流动站做博士后研究工作. 现为中国空气动力研究与发展中心副研究员. 主要从事系统辨识, 飞行控制等方面的研究.

蔡金狮 1935年生. 1956年北京大学数学系毕业. 现为中国空气动力研究与发展中心研究员, 哈尔滨工业大学、厦门大学、西北工业大学兼职教授. 主要从事飞行器系统辨识, 飞行力学等方面的研究.

duction planning in a fuzzy environment. *IEEE Trans. Syst., Man, and Cybern.*, 1997, 27(5): 636 - 645

本文作者简介

范英刚 1973年3月生. 1994年毕业于东北大学自动控制系, 1997年3月获得东北大学系统工程专业的工学硕士学位. 现在是东北大学系统工程博士. 主要研究的方向: 模糊控制, 智能算法, 模糊规划.

汪定伟 1948年11月生. 东北大学博士, 曾在美国北卡罗来拉州立大学做博士后研究. 现为东北大学教授, 博士生导师. 中国自动化学会管理与系统专业委员会委员, 《控制与决策》杂志编委, 国家863计划 CIMS 主题 09 专题专家. 主要研究方向: 生产计划与调度理论, 建模与优化, 智能优化方法. 已出版著译 4 本, 在国内、外杂志发表 70 余篇论文.