

基于神经网络的一类非线性系统的稳定自适应控制器设计方法*

徐普水 施颂椒 袁向阳
(上海交通大学自动化系·上海, 200030)

摘要: 针对一类非线性连续时间系统, 其中非线性函数未知, 提出了一种基于神经网络的稳定自适应控制方案. 由于控制律的选择基于 Lyapunov 稳定性理论, 因此, 该控制方案不仅能够解决这类非线性系统的跟踪问题, 而且使得整个闭环系统渐近稳定, 克服了许多神经网络控制系统中存在的稳定性问题. 仿真结果表明了算法的有效性.

关键词: 自适应控制; 非线性系统; 稳定性; 神经网络

A Design Approach of Neural Network-Based Stable Adaptive Controller for a Class of Nonlinear Systems

Xu Pushui, Shi Songjiao and Yuan Xiangyang

(Department of Automation, Shanghai Jiaotong University, Shanghai, 200030, P. R. China)

Abstract: This paper proposes a design scheme of neural network-based stable adaptive controller for a class of nonlinear continuous systems with unknown nonlinear function. Due to the fact that the control law is derived based on the stability theory of Lyapunov, the scheme can not only solve the tracking problem of the class of nonlinear systems, but also can it guarantee the asymptotic stability of the closed systems which is superior to many neural network-based control schemes. The effectiveness of the proposed scheme is demonstrated by simulation.

Key words: adaptive control; nonlinear systems; stability; neural network

1 引言 (Introduction)

非线性系统的控制是控制工作者面临的一大难题, 其难点之一就在于非线性系统的多样性和复杂性, 因此对非线性系统的描述缺乏通用性强的模型. 80 年代末 90 年代初, 有关神经网络对于任意非线性函数的逼近能力的研究取得了重大进展^[1~4], 神经网络应用于非线性控制是当今自动控制领域的研究热点之一^[2~4, 7, 8].

径向基函数 (RBF, Radial Basis Function) 神经网络是一种应用广泛的静态网络, 理论上已经证明它具有以任意精度逼近非线性连续映射的能力, 因而非常适合于非线性建模及构成自适应控制系统.

2 问题的描述 (Problem description)

考虑由下式描述的非线性时不变动态系统:

$$\dot{x} = Ax + f(x) + Bu. \quad (1)$$

其中, $x \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}^m$ 分别为系统的状态向量和输入向量, $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$ 为定常矩阵, $f(x) \in \mathbb{R}^n$ 是关于状态向量的非线性函数.

现考虑 $n = 2$, 且式(1)描述的一类非线性时不

变动态系统具有如下特殊形式:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = f(x) + b_0 u. \end{cases} \quad (2)$$

这类系统在许多实际控制对象如飞行器及柔性结构中颇为常见^[5, 6]. 当系统的非线性特性已知时, 现在已有一套比较完整的输入输出线性化理论来解决跟踪控制问题^[4, 6, 7]. 本文将讨论非线性函数 $f(x)$ 未知, b_0 为一未知常数, 但符号及绝对下限已知, 且神经网络对未知函数逼近误差的绝对上限已知的条件下, 系统(2)的跟踪控制问题.

假设参考模型由如下线性时不变状态方程描述:

$$\dot{x}_m = A_m x_m, \quad (3)$$

其中, $A_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_n^2 & -\zeta\omega_n \end{bmatrix}$ 为稳定矩阵, ζ 和 ω_n 为根据系统的控制性能要求选择的合适的衰减率和自然频率, $\zeta > 0$, $\omega_n > 0$, $x_m = (x_{m1}, x_{m2})^T$.

本文的目的是设计一自适应神经控制 $u(t)$, 使得系统(2)能渐近跟踪参考模型(3), 即:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (x(t) - x_m(t)) = 0.$$

* 国家高等学校博士点基金(9224828)资助项目.

本文于 1997 年 6 月 16 日收到. 1998 年 10 月 5 日收到修改稿.

3 自适应神经控制律设计(Design of adaptive neural control law)

定义跟踪误差:

$$e = (e_1, e_2)^T \triangleq [x_1 - x_{m1}, x_2 - x_{m2}]^T.$$

则由式(2)和式(3)可得:

$$\dot{e} = A_m e + b_m [g(x) + b_0 u]. \quad (4)$$

式中, $b_m = [0 \ 1]^T, g(x) = f(x) + \omega_n^2 x_1 + 2\zeta\omega_n x_2$.

假设函数 $g(x)$ 在足够大的状态空间 Ω 域内能够由 RBF 网络的输出 $\hat{g}(x)$ 逼近, 即:

$$g(x) = \hat{g}(x) + \varepsilon(x), \quad x \in \Omega, \quad (5)$$

$$\hat{g}(x) = \gamma_0 + \sum_{i=1}^n \gamma_i \Psi_i(x), \quad x \in \Omega, \quad (6)$$

$$|\varepsilon(x)| = |\hat{g}(x) - g(x)| < \varepsilon_0, \quad x \in \Omega. \quad (7)$$

如果隐含层的神经元(隐含节点函数)的数目选择足够大, 则函数 $\hat{g}(x)$ 对 $g(x)$ 逼近误差下界可以达到任意小. 这里, $\gamma = (\gamma_0, \gamma_1, \dots, \gamma_n) \in \mathbb{R}^{n+1}$ 为权值向量, $\Psi_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 为隐含层的隐含节点函数, $\Psi(x) = (1, \Psi_1(x), \Psi_2(x), \dots, \Psi_n(x))^T \in \mathbb{R}^{n+1}$. 隐含节点函数有多种形式, 这里选用高斯型函数, 即: $\Psi_i(x) = \exp(-\|x - c_i\|^2 / \delta_i^2) (i = 1, 2, \dots, n)$, 其中的 c_i, δ_i 分别为 RBF 神经网络的中心向量和规划因子, 相应的 RBF 神经网络称为高斯型 RBF 网络^[8].

将式(5)和式(6)代入式(4), 则有:

$$\dot{e} = A_m e + b_m [\gamma^T \Psi(x) + \varepsilon(x) + b_0 u(t)]. \quad (8)$$

选择控制信号为:

$$u(t) = -w^T(t) \Psi(x) + u_\varepsilon, \quad (9)$$

式中 $w(t) = (w_0(t), w_1(t), \dots, w_n(t))^T \in \mathbb{R}^{n+1}$ 为权向量, u_ε 为监督项, 稍后将得到它的关系式(12).

定义

$$w^*(t) \triangleq \gamma / b_0, \quad \tilde{w} = w^* - w. \quad (10)$$

将式(9), (10)代入式(8), 则有:

$$\dot{e} = A_m e + b_m b_0 [\tilde{w}^T \Psi(x) + u_\varepsilon] + b_m \varepsilon(x). \quad (11)$$

为了得到控制律, 选择 Lyapunov 函数:

$$V(e, \tilde{w}) = e^T P_m e + \tilde{W}^T \Gamma \tilde{W} + b_0 |, \quad (12)$$

这里 $P_m \in \mathbb{R}^{2 \times 2}, \Gamma \in \mathbb{R}^{(n+1) \times (n+1)}$ 均为正定对称阵. 则

$$\dot{V}(e, \tilde{w}) = e^T (P_m A_m + A_m^T P_m) e + 2e^T P_m b_m [b_0 \tilde{w}^T \Psi(x) +$$

$$b_0 u_\varepsilon + \varepsilon(x)] + 2\tilde{w}^T \Gamma \dot{\tilde{w}} + b_0 |.$$

因为 A_m 为稳定矩阵, 故有^[9]: $P_m A_m + A_m^T P_m = -Q, Q = Q^T > 0$.

取

$$\dot{\tilde{w}} = \text{sgn}(b_0) \Gamma^{-1} \Psi(x) e^T P_m b_m,$$

则:

$$\dot{V}(e, \tilde{w}) = -e^T Q e + 2e^T P_m b_m \varepsilon(x) + 2e^T P_m b_m b_0 u_\varepsilon.$$

令

$$v = 2e^T P_m b_m,$$

则:

$$\dot{V}(e, \tilde{w}) \leq -e^T Q e + |v| |\varepsilon(x)| + v b_0 u_\varepsilon.$$

由式(7), 则:

$$\dot{V}(e, \tilde{w}) \leq -e^T Q e + |v| \varepsilon_0 + v b_0 u_\varepsilon.$$

假定 b_0 满足: $|b_0| \geq b_{0\min}$, 为了使 \dot{V} 负定, 选择监督项 u_ε 为:

$$u_\varepsilon = -k \text{sgn}(b_0) \text{sgn}(v). \quad (12)$$

其中, $k \geq \varepsilon_0 / b_{0\min}$, 则:

$$\dot{V} \leq e^T Q e \leq 0.$$

由此可见: e, \tilde{w} 有界. 由: $-\int_{t_0}^{\infty} \dot{V}(e(\tau), \tilde{w}(\tau)) d\tau = V(t_0) - V(\infty) < \infty$, 可得: $e \in L^2$. 又由式(11)可得, \dot{e} 有界, 因此由 Barbalat 引理^[10]可得:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0.$$

即闭环系统能渐近地跟踪参考模型.

4 仿真分析(Simulation analysis)

考虑以下非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = f(x) + u. \end{cases}$$

其中, $f(x)$ 未知. 参考模型为:

$$\dot{x}_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0.3 & -0.7 \end{bmatrix} x_m.$$

仿真中 $f(x)$ 实际为: $f(x) = c_0 + c_1 x_1 + c_2 x_2 + c_3 \sin(x_2) \cos^3(x_2 x_1) + c_4 |x_2| x_1$. 权值向量的初始值为 0, 系统的状态初值为 $x(0) = (-1, 1)^T, P_m =$

$$\begin{bmatrix} 44 & 5 \\ 21 & 3 \\ 5 & 65 \\ 3 & 21 \end{bmatrix}, Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, k = 0.02. \text{ 仿真结果如图 1}$$

所示. 而当 $f(x)$ 已知, c_0, c_1, c_2, c_3, c_4 未知, 采用常规的自适应控制方案的仿真结果如图 2 所示.

从图中可以看出,本文提出的神经控制器在学 习调整过程中,存在振荡现象,这是完全正常的。

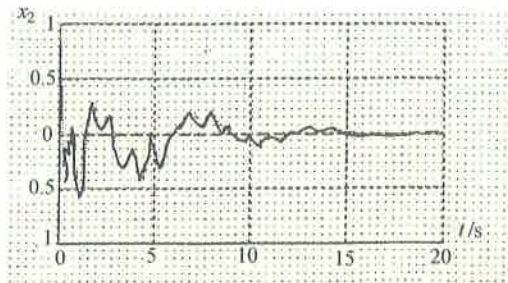
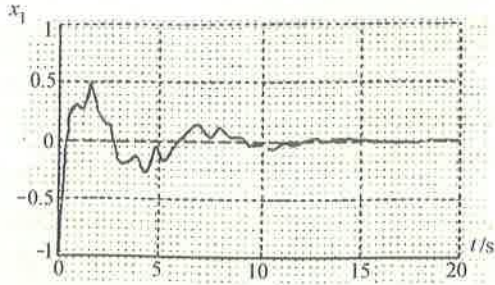


图 1 采用本文算法的闭环系统状态响应

Fig. 1 State response of closed-loop system with this algorithm

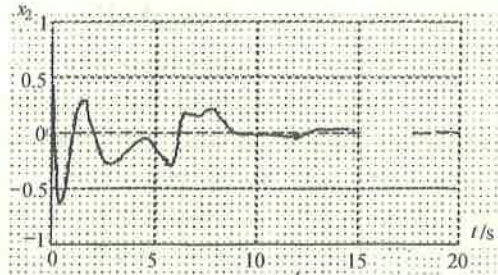
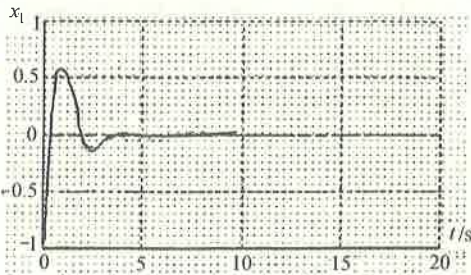


图 2 采用常规自适应控制算法的闭环系统状态响应

Fig. 2 State response of closed-loop system with common adaptive control algorithm

5 结束语(Conclusion)

本文提出了适用于一类非线性函数未知的非线性系统的控制方案,根据稳定性理论导出的神经自适应控制器能够使闭环系统渐近稳定地跟踪参考模型的输出。

参考文献(References)

- 1 Homik K, et al. Multi-layer feedback networks are universal approximators. *Neural Networks*, 1989, 2(2): 359 - 366
- 2 Hunt K J, et al. Neural networks for control systems—a survey. *Automatica*, 1992, 28(6): 1083 - 1112
- 3 Sanner R M and Slotine J J. Gaussian networks for direct adaptive control. *IEEE Trans. Neural Networks*, 1992, 3(6): 837 - 863
- 4 Narendra K S and Mukhopadhyay S. Adaptive control of nonlinear multivariable systems using neural networks. *Neural Networks*, 1994, 7(5): 737 - 752
- 5 程代展. 非线性系统的几何理论. 北京: 科学出版社, 1988

- 6 Isidori A. *Nonlinear Control Systems*. 2nd ed. Berlin: Springer-Verlag, 1989
- 7 Chen F C and Khalil K K. Adaptive control of nonlinear systems using neural networks. *Int. J. Control*, 1992, 55(6): 1299 - 1317
- 8 Narendra K S. *Neural networks for control: theory and practice*. Proc. IEEE, Gale Univ., 1996, 84(10): 1385 - 1406
- 9 李清泉. 自适应控制系统理论、设计及应用. 北京: 科学出版社, 1990
- 10 Narendra K S and Annaswamy A M. *Stable Adaptive Systems*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1989

本文作者简介

徐普水 1969年生,上海交通大学自动化系博士研究生. 主要研究领域为自适应控制, 神经网络。

施颂椒 1933年生. 1956年毕业于上海交通大学电力工程系. 现为上海交通大学自动化系教授, 博士生导师. 目前主要研究领域有鲁棒控制, 自适应控制及非线性系统等。

袁向阳 1969年生,上海交通大学自动化系博士研究生. 主要研究领域为自适应控制。