第17卷第1期 控制理论与应用 Vol.17,No.1
2000年2月 CONTROL THEORY AND APPLICATIONS Feb.,2000

9-13,18

文章编号：1000-8152(2000)01-0009-05

交货期窗口下带有附加惩罚的单机提前/拖期调度问题

吴 悦 汪定伟
(东北大学信息科学与工程学院系统工程系·沈阳,110006)

O224

摘要：交货期窗口下的交货期确定和排序问题是调度领域研究的一个方面.本文对交货期窗口下的单机作业问题进行了研究,目标函数不仅考虑提前/拖期惩罚,还考虑附加惩罚.假设如果任务在交货期窗口内完工,则不受提前/拖期惩罚;如果在交货期窗口外完工,将导致提前/拖期惩罚.本文确定了最优公共交货期,给出了相应的最优排序,并提出了一个多项式时间算法确定了使目标函数为最小的最优调度,最后的数值例子说明了算法的有效性.

关键词：提前/拖期；准时化；交货期确定；附加惩罚
文献标识码：A

调度问题

Single Machine Earliness/Tardiness Scheduling Problem with Additional Penalties about Due Window

WU Yue and WANG Dingwei
(Department of Systems Engineering, School of Information Science and Engineering,
Northeastern University·Shenyang, 110006, P.R.China)

Abstract: Due date assignment and sequencing problem is one of the scheduling fields about due window. This paper is concerned with single machine problem about due window, the objective function concludes earliness/tardiness penalties and additional penalties. It is assumed that earliness/tardiness penalties will not occur if a job is completed within the due window: Otherwise, earliness/tardiness penalties will occur if a job is completed outside the due window. The optimal common due date is assigned, and the optimal sequencing are also given. A polynomial-time algorithm is presented for determining the optimal scheduling. Finally, a numerical example is provided to illustrate the effectiveness of our results.

Key words: earliness/tardiness; just-in-time; due date assignment; additional penalty

1 引言(Introduction)

考虑提前/拖期费用的交货期确定和排序问题仍然是当今调度领域的一个热点[1],这种思想与日本的准时化(Just-In-Time)思想在生产系统的逐渐兴起密切相关.在市场经济的今天,确定合理的交货期及加工顺序的意义已经引起越来越多的学者和生产经理的关注[2].

从当前的文献看提前/拖期调度问题一般都假设只要不在交货期这一点完工,就会引起提前或拖期惩罚[3].Cheng T C E首次把交货期窗口的概念应用到提前/拖期调度问题中去[4],认为如果任务的完工时间落在所设置的交货期窗口内,则不受提前/拖期惩罚;任务要想避免惩罚,它的完工时间必须落在交货期窗口内,但他所建立的模型只考虑提前和拖期单位惩罚相同的情况,并且目标函数中没有考虑其它因素.

本文的工作是文[4]工作的扩展,不仅考虑提前和拖期完工的单位惩罚不同的情况,并且考虑带有附加惩罚(包括交货期惩罚和完工时间惩罚).这种模型的建立更加符合实际的生产背景,因为提前完工惩罚一般由企业内部决定,它反映了占用资金和库存等费用.拖期完工惩罚一般由企业外部决定,它反映了合同违约惩罚和失去顾客信誉等费用,它们的单位惩罚应该是不一样的,而交货期和完工时间的惩罚反映了及时交货和及时完工的思想.因此,本文的模型不仅考虑提前和拖期单位惩罚不同的情况,而且对较长的交货期和完工时间都给予了一定的惩罚.

本文提出了几个定理和一个多项式时间算法确定了最优公共交货期及相应的最优排序,最后的数值例子说明了算法的有效性.

2 问题描述(Problem description)

设 N 为单机作业下 n 个等待加工的彼此独立的任务集合,每个任务在机器上加工的时间为 t_i, $\forall i$

收稿日期:1998-6-24;收修改稿日期:1999-4-13.

$\in N$,交货期为 d_i,使用公共交货期的确定方法,$d_i = r_i + k$,其中 r_i 为任务的等待时间,k 为流水时间的公共允许量.设给定的交货期窗口大小为 $2a$,如果任务在交货期窗口$[d_i - a, d_i + a]$内完成,该任务为准时完工的任务,将不受提前/拖期惩罚;如果任务完工时间偏离了交货期窗口,该任务为非准时完工任务,将导致提前/拖期完工惩罚.模型的基本假设如下:任务同时等待加工,$r_i = 0, \forall i \in N$;任务加工时间已知;任务不允许中断且无优先权;机器每次只能加工一个任务;交货期窗口充分小,满足:$2a < \min_{i \in N}\{t_{[i]}\}$.

在基本假设中认为所有任务的准备时间都为零,于是 $d_i = d$,其中 d 为公共交货期,目标函数用 $f(d,\sigma)$ 表示,定义如下:

$$f(d,\sigma) = \sum_{1 \le i \le n} \{\alpha E_{[i]} U(E_{[i]} - a) + \beta T_{[i]} U(T_{[i]} - a) + \gamma d_{[i]} + \theta c_{[i]}\}. \tag{1}$$

其中 $U(x - a)$ 是单位阶梯函数,定义如下:

$$U(x - a) = \begin{cases} 0, & 如果\ x \le a, \\ 1, & 如果\ x > a. \end{cases} \tag{2}$$

σ 表示任意的一个排序,α 表示提前完工单位惩罚 $\alpha > 0$,β 表示拖期完工单位惩罚 $\beta > 0$,γ 表示交货期单位惩罚 $\gamma > 0$,θ 表示完工时间单位惩罚 $\theta > 0$.不失一般性,我们假设 $\beta > \gamma$,$\alpha > \theta$,$[i]$ 表示序列中第 i 个位置加工的任务,$E_{[i]}$,$T_{[i]}$,$c_{[i]}$ 分别表示第 i 个任务的提前量、拖期量、完工时间,其中

$$E_{[i]} = \max\{0, d_{[i]} - c_{[i]}\},$$
$$T_{[i]} = \max\{0, c_{[i]} - d_{[i]}\}.$$

目标就是找到最优公共交货期 d^* 及相应的最优排序 σ^*,极小化目标函数 $f(d,\sigma)$.

3 最优公共交货期(Optimal common due date)

定理 1 对于给定的排序 σ,最优交货期等于某一个任务的完工时间减去交货期窗口大小的一半,即 $d^* = c_{[i]} - a$,$\exists [i] \in N$.

证 假设 d 为任意的最优公共交货期($c_{[i-1]} < d < c_{[i]}$,$i = 1,2,\cdots,n-1$),没有定理 1 所提出的性质,d 的位置见图 1:

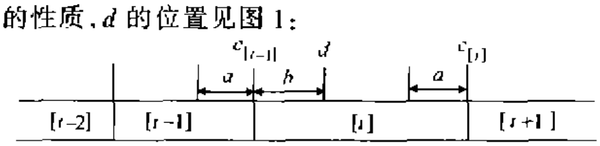

图 1 加工顺序甘特图
Fig. 1 Processing sequencing Gantt chart

现在,把交货期 d 向右移动使其等于 $c_{[i]} - a$,引起目标函数的改变值如下:

$$\Delta f_R = [\alpha(i-1) - \beta(n-i+1) + n\gamma](t_{[i]} - a - b). \tag{3}$$

再把交货期 d 向左移动使其等于 $c_{[i-1]} - a$,引起目标函数的改变值如下:

$$\Delta f_L = [\beta(n - i + 1) - \alpha(i - 1) - n\gamma](a + b). \tag{4}$$

由已知条件可得:$2a < \min_{i \in N}\{t_{[i]}\}$,又由于 d 为最优公共交货期,于是我们有 $\Delta f_R \le 0$ 和 $\Delta f_L \le 0$ 两个不等式成立.

$$\Delta f_R \le 0 \Rightarrow i \le \frac{n(\beta - \gamma)}{\alpha + \beta} + 1. \tag{5}$$

$$\Delta f_L \le 0 \Rightarrow i \ge \frac{n(\beta - \gamma)}{\alpha + \beta} + 1. \tag{6}$$

从(5)式和(6)式可知:对 $\forall i$,总可以进行适当的左移或右移到某一任务的完工时间点,使目标函数值降低,从而得出了定理 1 的结论. 证毕.

定理 2 对给定的 σ,最优交货期 $d^* = c_{[r]} - a$,其中 r 为 $\frac{n(\beta - \gamma)}{\alpha + \beta}$ 的整数部分加 1,即 $r = \left[\frac{n(\beta - \gamma)}{\alpha + \beta}\right] + 1$,其中$[x]$表示于 x 的整数部分.

证 设最优公共交货期为 d^*,$d^* = c_{[r]} - a$,设 $d^+ = c_{[r+1]} - a$,$d^- = c_{[r-1]} - a$.

$$f(d^*,\sigma) = \sum_{1 \le i \le r-1} \alpha(c_{[r]} - a - c_{[i]}) + \sum_{r+1 \le i \le n} \beta(c_{[i]} - c_{[r]} + a) + n\gamma(c_{[r]} - a) + \sum_{1 \le i \le n} \theta c_{[i]}, \tag{7}$$

$$f(d^+,\sigma) = \sum_{1 \le i \le r} \alpha(c_{[r+1]} - a - c_{[i]}) + \sum_{r+2 \le i \le n} \beta(c_{[i]} - c_{[r+1]} + a) + n\gamma(c_{[r+1]} - a) + \sum_{1 \le i \le n} \theta c_{[i]}, \tag{8}$$

$$f(d^-,\sigma) = \sum_{1 \le i \le r-2} \alpha(c_{[r-1]} - a - c_{[i]}) + \sum_{r \le i \le n} \beta(c_{[i]} - c_{[r-1]} + a) + n\gamma(c_{[r-1]} - a) + \sum_{1 \le i \le n} \theta c_{[i]}. \tag{9}$$

由于 d^* 为最优公共交货期,下列两式成立:

$$f(d^*,\sigma) - f(d^+,\sigma) \le 0, \tag{10}$$

$$f(d^*,\sigma) - f(d^-,\sigma) \le 0. \tag{11}$$

把(7)式和(8)式代入(10)式得:

$$r \ge \frac{n(\beta - \gamma)}{\alpha + \beta} + \frac{a}{t_{[r+1]}}. \tag{12}$$

把(7)式和(9)式代入(11)式得:

$$r \leqslant \frac{n(\beta-\gamma)}{\alpha+\beta}+1+\frac{a}{t_{[r]}}. \qquad (13)$$

由于 $2a < \min_{i\in N}\{t_{[i]}\}$,并且 r 为非负整数,再由(12)式和(13)式就可得到结论.　　证毕.

4 最优排序(Optimal sequencing)

定义 1　对于序列 σ_1 的任意两个位置在[i]和[j]的任务,互换它们的加工位置而其它任务的加工位置不变,产生序列 σ_2,我们把目标函数的改变值定义为位置[i]和[j]的交换价值,用公式表示如下:$\Delta f_{[i\leftrightarrow j]} = f(d_2,\sigma_2) - f(d_1,\sigma_1)$.

定义 2　一个序列是 V-about-window 形排序,如果在交货期窗口之前完工的任务以加工时间非增顺序 LPT(Latest Processing Time)排列;在交货期窗口之后完工的任务以加工时间非减的顺序 SPT(Shortest Processing Time)排列.

定理 3　对于定理 2 确定的最优公共交货期,存在一个最优排序是 V-about-window 形排序.

证　设最优公共交货期 d^*,交货期窗口为[d^*-a,d^*+a].

1) $1\leqslant i\leqslant r-2$ 时.

研究交货期窗口以前完工的任务的加工时间的关系.假设 $t_{[i]}=t_p,t_{[i+1]}=t_q,t_p<t_q$,其中 $1\leqslant i\leqslant r-2$,由目标函数的定义可得:

$$\begin{aligned}&f(d^*,\sigma)=\\&\sum_{1\leqslant j\leqslant i}[\alpha(d^*-c_{[j]})+\gamma d_{[j]}+\theta c_{[j]}]+\\&\alpha[(2d^*-c_{[i]}-c_{[i+1]})]+\gamma d_{[i]}+\\&\theta c_{[i]}+\gamma d_{[i+1]}+\theta c_{[i+1]}+\\&\sum_{i+2\leqslant j\leqslant r-1}[\alpha(d^*-c_{[j]})+\gamma d_{[j]}+\theta c_{[j]}]+\\&\sum_{r+1\leqslant j\leqslant n}[\beta(c_{[j]}-d^*)+\gamma d_{[j]}+\theta c_{[j]}]. \qquad (14)\end{aligned}$$

位置[i]和位置[$i+1$]的交换价值为:$\Delta f_{[i\leftrightarrow i+1]}=(\alpha-\theta)(t_p-t_q)$,显然 $\Delta f_{[i\leftrightarrow i+1]}<0$,即交货期窗口[$d^*-a,d^*+a$]以前完工的相邻任务,把加工时间较短的任务换到加工时间较长的任务之后加工可使目标函数值降低,所以交货期窗口以前完工的相邻任务按 LPT 顺序排列可使目标函数值下降.

2) $r+1\leqslant i\leqslant n-1$ 时.

研究交货期窗口以后完工的任务的加工时间的关系.假设 $t_{[i]}=t_p,t_{[i+1]}=t_q,t_p>t_q$,其中 $r+1\leqslant i\leqslant n-1$,位置[$i$]和位置[$i+1$]的交换价值为:$\Delta f_{[i\leftrightarrow i+1]}=-(\beta+\theta)(t_p-t_q)$,显然 $\Delta f_{i\leftrightarrow i+1}<0$,即交货期窗口[$d^*-a,d^*+a$]以后完工的相邻任务,把加工时间较短的任务换到加工时间较长的任务之前加工可使目标函数值降低,所以交货期窗口以后完工的相邻任务按 SPT 顺序排列可使函数值下降.从而得到了定理 3 的结论.　　证毕.

定理 4　由定理 3 确定的最优排序有如下性质:

$$\text{最短加工时间的任务在}\begin{cases}\text{位置}[r]\text{加工,}\quad \text{如果 } r\geqslant\dfrac{n(\beta-\gamma)}{\alpha+\beta}+\dfrac{\alpha-\theta}{\alpha+\beta},\\ \text{位置}[r+1]\text{加工,如果 } r<\dfrac{n(\beta-\gamma)}{\alpha+\beta}+\dfrac{\alpha-\theta}{\alpha+\beta}.\end{cases} \qquad (15)$$

证　由定理 3 的最优排序的 V-about-window 性质可得出以下结论:最短加工时间的任务只能在位置[$r-1$]、位置[r]或位置[$r+1$]上加工.

首先比较最优排序的序列中位置在[$r-1$]和位置在[r]的任务的加工时间关系.假设位置在[$r-1$]任务的加工时间为 t_s,位置在[r]的任务的加工时间为 t_p,$t_{[r-1]}=t_s,t_{[r]}=t_p,t_s<t_p$,位置[$r-1$]和位置[$r$]的交换价值为:

$$\Delta f_{[r-1\leftrightarrow r]}=(\alpha-\theta)(t_s-t_p). \qquad (16)$$

显然 $\Delta f_{[r\leftrightarrow r+1]}\leqslant 0$,因此,在最优排序中最短加工时间的任务只能在位置[r]或位置[$r+1$]上加工,现在继续比较最优排序的序列中位置在[r]和位置在[$r+1$]的任务的加工时间关系,假设位置在[r]的任务的加工时间为 t_p,位置在[$r+1$]的任务的加工时间为 t_q,$t_{[r]}=t_p,t_{[r+1]}=t_q,t_p>t_q$,位置[$r-1$]和位置[$r$]的交换价值为:

$$\Delta f_{[r\leftrightarrow r+1]}=[\beta(n-r)-\alpha(r-1)-n\gamma-\theta](t_p-t_q). \qquad (17)$$

当 $r\geqslant\dfrac{n(\beta-\gamma)}{\alpha+\beta}+\dfrac{\alpha-\theta}{\alpha+\beta}$ 时,$\Delta f_{[r\leftrightarrow r+1]}\leqslant 0$,

最优排序中最短加工时间的任务在位置[r]加工;

当 $r<\dfrac{n(\beta-\gamma)}{\alpha+\beta}+\dfrac{\alpha-\theta}{\alpha+\beta}$ 时,$\Delta f_{[r\leftrightarrow r+1]}>0$,

最优排序中最短加工时间的任务在位置[$r+1$]加工.

根据以上定理得到确定最优调度(Optimal Scheduling)的多项式时间算法(以下简称 OS 算法),OS 算法见表 1.

表 1 OS 算法

Table 1 OS algorithm

Initialize

输入所有任务的加工时间 t_i 的值，$i = 1,2,\cdots,n$；各种单位惩罚 $\alpha,\beta,\gamma,\theta$ 的值；

$J = \{job_1, job_2, \cdots, job_n\}$； $G = J$； $u = r$； $v = r$

Begin

$r = \left[\dfrac{n(\beta-\gamma)}{\alpha+\beta}\right] + 1$； $s = \dfrac{n(\beta-\gamma)}{\alpha+\beta} + \dfrac{\alpha-\theta}{\alpha+\beta}$；

if$(r \geqslant s)$

$\{t_{[r]} = \min\limits_{i\in G}\{t_i\}$； $G = G/\{job_j \mid t_j = \min\limits_{i\in G}\{t_i\}\}$； $s = s + \dfrac{\alpha-\theta}{\alpha+\beta}$；$\}$

else

$\{t_{[r+1]} = \min\limits_{i\in G}\{t_i\}$； $G = G/\{job_j \mid t_j = \min\limits_{i\in G}\{t_i\}\}$； $s = s - \dfrac{\beta-\theta}{\alpha+\beta}$； $u = u + 1$；$\}$

do

$\{$if$(r \geqslant s)$

$\{v = v - 1$； $t_{[v]} = \min\limits_{i\in G}\{t_i\}$； $G = G/\{job_j \mid t_j = t_{[v]}\}$； $s = s + \dfrac{\alpha-\theta}{\alpha-\beta}$；$\}$

else

$\{u = u + 1$； $t_{[u]} = \min\limits_{i\in G}\{t_i\}$； $G = G/\{job_j \mid t_j = t_{[u]}\}$； $s = s - \dfrac{\beta+\theta}{\alpha+\beta}$；$\}$

while$((v > 1)\&(u < n))$；

if$(v > 1)$

$\{$集合 M 中所有任务以 SPT 顺序排在已排完序列之后加工；$\}$

else

$\{$集合 M 中所有任务以 LPT 顺序排在已排完序列之前加工；$\}$

Stop

定理 5 OS 算法产生了最优排序.

证 1) $r \geqslant \dfrac{n(\beta-\gamma)}{\alpha+\beta} + \dfrac{\alpha-\theta}{\alpha+\beta}$ 时.

由定理 4 可知这种情况下最短加工时间的任务一定在序列的 $[r]$ 位置上加工. 设交货期窗口以前的任务已经排完 i 个，交货期窗口以后的任务已经排完 j 个，由最优排序的 V-about-window 性质可知当前尚未排序的任务(共有 $n-i-j-1$ 个任务)中的最短加工时间的任务一定在位置 $[r-i-1]$ 或位置 $[r+j+1]$ 加工.

设位置 $[r-i-1]$ 的任务的加工时间为 t_p，位置 $[r+j+1]$ 的任务的加工时间为 t_q，$t_{[r-i-1]} = t_p$，$t_{[r+j+1]} = t_q$，$t_p \leqslant t_q$，位置 $[r-i-1]$ 和位置 $[r+j+1]$ 的交换价值为：

$$\Delta f_{[r-i-1\leftrightarrow r+j+1]} = [\alpha(r-i-2) - \beta(n-r-j) + \theta(i+j+2) + n\gamma](t_q - t_p). \tag{18}$$

$\Delta f_{[r-i-1\leftrightarrow r+j+1]} \leqslant 0 \Rightarrow r \leqslant \dfrac{n(\beta-\gamma)+2(\alpha-\theta)}{\alpha+\beta} + \dfrac{(\alpha-\theta)}{\alpha+\beta}i - \dfrac{(\beta+\theta)}{\alpha+\beta}j$，当前最短加工时间的任务在位置 $[r-i-1]$ 加工；

$\Delta f_{[r-i-1\leftrightarrow r+j+1]} > 0 \Rightarrow r > \dfrac{n(\beta-\gamma)+2(\alpha-\theta)}{\alpha+\beta} + \dfrac{(\alpha-\theta)}{\alpha+\beta}i - \dfrac{(\beta+\theta)}{\alpha+\beta}j$，当前最短加工时间的任务在位置 $[r+j+1]$ 加工.

因此有下式成立：

最短加工时间任务在：

$$\begin{cases} [r-i-1] \text{ 加工，} \\ \quad \text{如果 } r \leqslant \dfrac{n(\beta-\gamma)+2(\alpha-\theta)}{\alpha+\beta} + \dfrac{(\alpha-\theta)}{\alpha+\beta}i - \dfrac{(\beta+\theta)}{\alpha+\beta}j; \\ [r+j+1] \text{ 加工，} \\ \quad \text{如果 } r > \dfrac{n(\beta-\gamma)+2(\alpha-\theta)}{\alpha+\beta} + \dfrac{\alpha-\theta}{\alpha+\beta}i - \dfrac{\beta+\theta}{\alpha+\beta}j. \end{cases} \tag{19}$$

2) $r < \dfrac{n(\beta-\gamma)}{\alpha+\beta} + \dfrac{\alpha-\theta}{\alpha+\beta}$ 时.

由定理 4 可知这种情况下最短加工时间的任务一定在位置 $[r+1]$ 加工，由最优排序的 V-about-window 性质可知,当前尚未排序的任务(共有 $n-1$ 个)中的最短加工时间的任务一定在位置 $[r]$ 或位置 $[r+2]$ 上加工. 设位置 $[r]$ 的任务的加工时间为 t_p,位置 $[r+2]$ 的任务的加工时间为 t_q, $t_{[r]}=t_p$, $t_{[r+2]}=t_q$, $t_p \leqslant t_q$,则位置 $[r]$ 和位置 $[r+2]$ 交换价值为:

$$\Delta f_{[r\leftrightarrow r+2]}=[\alpha(r-1)-\beta(n-r-1)+n\gamma+2\theta](t_q-t_p). \tag{20}$$

由已知条件可得 $\Delta f_{[r\leftrightarrow r+2]}>0$, 即最短加工时间的任务在位置 $[r]$ 加工. 现在继续判断当前加工时间最短的任务是在位置 $[r-1]$ 加工还是在位置 $[r+2]$ 加工. 设 $t_{[r-1]}=t_p$, $t_{[r+2]}=t_q$, $t_p \leqslant t_q$,位置 $[r-1]$ 和位置 $[r+2]$ 的交换价值为:

$$\Delta f_{[r-1\leftrightarrow r+2]}=[\alpha(r-2)-\beta(n-r-1)+n\gamma+3\theta](t_q-t_p). \tag{21}$$

$$\Delta f_{[r-1\leftrightarrow r+2]}\leqslant 0 \Rightarrow r \leqslant \frac{n(\beta-\gamma)}{\alpha+\beta}+\frac{2\alpha-\beta-3\theta}{\alpha+\beta},$$

当前最短加工时间的任务在位置 $[r-1]$ 加工;

$$\Delta f_{[r-1\leftrightarrow r+2]}>0 \Rightarrow r > \frac{n(\beta-\gamma)}{\alpha+\beta}+\frac{2\alpha-\beta-3\theta}{\alpha+\beta},$$

当前最短加工时间的任务在位置 $[r+2]$ 加工;

观察上面两式,再与方程(19)比较,可知它们恰是方程(19)中,当 $i=0, j=1$ 时比较当前最短加工时间的任务在位置 $[r-1]$ 加工还是在位置 $[r+2]$ 加工的情况,已经得到证明.　　证毕.

5　数值例子(Numerical example)

有 4 个任务等待在一台机器上加工,各个任务在机器上的加工时间, $t_1=1, t_2=3, t_3=6, t_4=10, \alpha=2, \beta=3, \gamma=1, \theta=1, a=0.45$, 算法的详细步骤如下:

步骤 1　$r=\left[\frac{n(\beta-\gamma)}{\alpha+\beta}\right]+1=2$; $d^*=c_{[2]}-0.45$; $N=\{\text{job}_1, \text{job}_2, \text{job}_3, \text{job}_4\}$; $u=r=2$; $v=r=2$; $G=N$; $s=\frac{n(\beta-\theta)}{\alpha+\beta}+\frac{\alpha-\theta}{\alpha+\beta}=1.8$;

步骤 2　因为 $r=2$, $s=1.8$(即 $r \geqslant s$),则 $t_{[2]}=\min\limits_{i\in G}(t_i)=1$; $M=G=\{\text{job}_j \mid j=1,3,4\}$; $s=s+\frac{\alpha-\theta}{\alpha+\beta}=2$;

步骤 3　因为 $r=s=2$(即 $r \geqslant s$),则 $v=v-1=1$; $t_{[1]}=\min\limits_{i\in G}(t_i)=3$; $M=G=\{\text{job}_j \mid j=3,4\}$; $s=s+\frac{\alpha-\theta}{\alpha+\beta}=2.2$;

步骤 4　因为 $v=1$, 则 $t_{[3]}=6$, $t_{[4]}=10$; 停止.

最优排序为 2 - 1 - 3 - 4, $k^*=c_{[2]}-0.45=3.55$, 交货期窗口 $[3.1, 4]$, 目标函数值 119.2, 这个问题其有 $4!=24$ 种不同的排序, 各种排序的有关值见表 2, 从而验证了 OS 算法的正确性.

表 2　4 个任务的信息

Table 2　Information of 4 jobs

σ	r	$k=c_{[r]}-a$	$f(k,\sigma)$	σ	r	$k=c_{[r]}-a$	$f(k,\sigma)$
1-2-4-3	2	3.55	121.2	3-1-2-4	2	6.55	119.2*
1-2-3-4	2	3.55	137.2	3-1-4-2	2	6.55	147.2
1-3-2-4	2	6.55	124.2	3-2-1-4	2	8.55	121.12
1-3-4-2	2	6.55	152.2	3-2-4-1	2	8.55	157.2
1-4-2-3	2	10.55	156.2	3-4-1-2	2	15.55	156.2
1-4-3-2	2	10.55	144.2	3-4-2-1	2	15.55	164.2
2-1-3-4	2	3.55	119.2*	4-1-2-3	2	10.55	135.2
2-1-4-3	2	3.55	157.2	4-1-3-2	2	10.55	147.2
2-3-1-4	2	8.55	124.2	4-2-1-3	2	12.55	137.2
2-3-4-1	2	8.55	160.2	4-2-3-1	2	12.55	193.2
2-4-1-3	2	12.55	144.2	4-3-1-2	2	15.55	152.2
2-4-3-1	2	12.55	164.2	4-3-2-1	2	15.55	160.2

6　结论(Conclusion)

本文研究了单机作业下提前和拖期的惩罚不同且带有附加惩罚的最优公共交货期的确定及相应的最优排序问题. 目标函数考虑了提前/拖期惩罚及附加惩罚(包括交货期惩罚和完工时间惩罚), 并假设如果任务在交货期窗口内完成, 不受提前/拖期惩罚; 否则, 导致提前/拖期惩罚. 给出了定理确定了最优公共交货期及相应的最优排序性质, 提出了寻找最优调度的多项式时间算法, 最后的例子说明了本文所得出结论的正确性.

参考文献(References)

[1] Cheng T C E and Gupta M C. Survey of scheduling involving due date determination decisions[J]. European J. of Operational Research, 1989, 38: 156 - 166

[2] Cheng T C E. An algorithm for the CON due date determination and sequencing problem[J]. Computer & Operations Research, 1987, 4: 537 - 542

[3] Baker K R. Sequencing with earliness and tardiness penalties: a review[J]. Operations Research, 1990, 38: 22 - 36

[4] Cheng T C E. Optimal common due date with limited completion time deviation[J]. Computer & Operations Research, 1988, 15: 91 - 96

(下转第 18 页)

505

[3] Ying H, et al. Fuzzy control theory: the nonlinear case[J]. Automatica, 1990, 26(2): 513 – 520

[4] Ju M S, et al. Design of adaptive fuzzy controls based on natural control laws[J]. Fuzzy Sets and System, 1996, 81(2): 191 – 204

[5] Slotine J E, et al. Adaptive sliding controller synthesis for nonlinear systems[J]. Int. J. Control, 1986, 43(6): 1631 – 1651

[6] Wu J C, et al. A sliding-model approach to fuzzy control design[J]. IEEE Trans on Control Systems Technology, 1996, 4(2): 141 – 151

[7] 陈怡欣,陈永义,模糊控制器动态性能的改善[J]. 模糊系统与数学,1996,10(3):76 – 81

[8] 孙庆,自适应模糊控制的研究与应用[博士学位论文][D]. 北京:北京控制工程研究所,1997

本文作者简介

李少远 1965年生.1987年毕业于河北工业大学自动化系,1992年3月在该校获得硕士学位,1997年7月在南开大学计算机与系统科学系获得博士学位.现在上海交通大学自动化所做博士后研究工作.研究领域为预测控制,模糊控制、自适应控制理论与应用.

席裕庚 1946年生.1968年毕业于哈尔滨军事工程学院,1984年在德国慕尼黑工业大学获得博士学位.现为上海交通大学自动控制系教授,博士生导师.主要从事复杂系统控制理论及智能机器人的研究.

(上接第13页)

本文作者简介

吴 悦 1967年生.1989年毕业于大连理工大学应用数学专业,获理学学士学位,1994年考入东北大学自动控制系攻读硕士学位.因学习成绩优秀于1996年获提前攻读博士学位资格,1998年毕业于东北大学控制理论与控制工程专业,获工学博士学位.现为香港城市大学高级副研究员.研究领域为生产调度,智能化优化方法,模糊优化理论及应用、计算机集成制造等,在国内外重要期刊发表论文10余篇.

汪定伟 1948年生.1982年毕业于东北大学自动控制系.1993年获工学博士学位.1994年在美国北卡罗纳州大学作博士后工作.现为东北大学系统工程系教授,博士生导师.研究领域为CIMS生产存储管理的建模,优化与控制,模糊优化理论与应用,智能化优化方法等.在国内外重要期刊上发表论文100余篇,出版专著2部,译著2部.