第 17 卷第 1 期 控制理论与应用 Vol.17, No.1
2000 年 2 月 CONTROL THEORY AND APPLICATIONS Feb., 2000

113-116

文章编号：1000-8152(2000)01-0113-04

输入受限广义预测控制算法的可行性*

杨建军 王 伟
（东北大学自动化研究中心·沈阳，110006）

TP273 O231

摘要：在系统输入受限的情况下，采用一般的广义预测控制或受限时域预测控制有可能会造成控制算法不可行，从而使系统的性能变坏或不稳定．针对这个问题，本文提出一种保证可行性的控制算法，并证明该算法能够使系统渐近稳定且最终使条件设定值跟踪系统的实际设定值．

关键词：广义预测控制；输入受限；可行性
文献标识码：A

Feasibility of Generalized Predictive Control Algorithm with Constrained Input

YANG Jianjun and WANG Wei
(Automatic Research Center, Northeastern University·Shenyang, 110006, P. R. China)

Abstract: The GPC or CRHPC strategy with input constraints will be possible to lead to infeasibility of the control algorithm and the performance of the control system will get degradation or instable. In order to overcome this problem, a control algorithm with guaranteed feasibility is proposed in this paper. It is shown that the algorithm makes the plant asymptotically stable and drives condition setpoint close to the actual setpoint of the plant.

Key words: generalized predictive control; constrained input; feasibility

1 引言（Introduction）

广义预测控制（GPC）是一种有效的工业生产过程控制算法[1]，具有处理被控系统的输入输出受限的能力，但其稳定性难于保证．受限时域预测控制（CRHPC）[2]在 GPC 的基础上，引入了终点等式限制，要求系统输出在预测水平以后达到系统的设定值，以保证系统在有限预测水平情况下的闭环稳定性．当输入输出受限时，在优化有解的前提条件下，CRHPC 仍旧可以对受限系统提供较好的控制性能[3]．优化有解也就是控制算法可行，是指能找到一最优控制序列，使它同时满足系统的不等式约束和终点等式约束．但文[4]指出，在讨论受限系统的稳定性时，可行性的假设条件非常苛刻，它间接地指出系统是稳定的，因此在可行性假设下讨论系统的闭环稳定性意义不大．

输入输出受限的情况在实际过程中相当普遍，而当输入受到物理条件限制时，系统极有可能出现短期不可行，虽然这并不意味着系统完全不可行，但短期不可行的出现会使系统的性能变坏甚至使系统不稳定．因此，研究出现短期不可行时如何使系统稳定是很有实际意义的．造成短期不可行的两个通常的原因是干扰或设定值的变化．由于针对干扰对可行性影响的研究具有一定难度，这方面的成果较少，文[5]对带有界干扰的受限系统作了一定的分析，这里仅对后者进行讨论．当设定值发生变化时，要求输入受限的系统在有限的 n_y 步内使系统的输出达到设定值并不一定可行．文[4]中提出短时间内去掉受限条件或降低受限水平的方法，这两种方法不适用于输入硬限制的情况，因为它可能会损坏设备．文[6]中提出条件设定值的思想，但没有给出如何较好地确定条件设定值的方法，只建议了黄金分割法和平分法，而利用这两种方法具有很大的盲目性．本文在输入受限条件的基础上，利用线性方法得出最佳条件设定值，使系统在不违背受限条件的情况下，系统输出以较快的速度趋向于系统实际设定值．

2 受限滚动时域预测控制（Constrained receding horizon predictive control）

考虑如下的被控对象

$$A(z^{-1})\Delta y(t) = B(z^{-1})\Delta u(t-1). \quad (1)$$

* 基本项目：国家自然科学基金(69674010)资助项目．
收稿日期：1997-12-21；收修改稿日期：1998-12-17

其中 $A(z^{-1}),B(z^{-1})$ 为后移算子 z^{-1} 的多项式，$\Delta=1-z^{-1}$ 为差分算子.CRHPC 的目标函数为

$$J(t)=\sum_{i=1}^{N}\mu(i)[y(t+i\mid t)-r]^2+\sum_{i=0}^{N_u-1}\rho(i)\Delta u^2(t+i\mid t). \quad (2)$$

其中 N 为输出水平，N_u 为控制水平，$\mu(i)>0$ 和 $\rho(i)>0$ 分别为跟踪误差加权和控制加权，r 为设定值.在 t 时刻，假设 $\Delta u(t+N_u+i\mid t)=0,\forall i\geqslant 0$，预测将来输出 $y(t+j),j=1,\cdots,N_y+m$，使其为控制增量序列 $\Delta U(t)$ 的函数，其中 $m\leqslant N_u$ 是终点受限水平.$\Delta U(t)=[\Delta u(t),\cdots,\Delta u(t+N_u-1)]^{\mathrm{T}}$.引入终点等式约束条件

$$y(t+N+j)=r,\ \forall j\in[1,m]. \quad (3)$$

在式(3)的限制条件下，利用拉格朗日乘子法，极小化目标函数(2)得最优控制增量序列

$$\Delta U(t)=\tilde{G}[I-\bar{G}^{\mathrm{T}}[\bar{G}\tilde{G}\bar{G}^{\mathrm{T}}]^{-1}\bar{G}\tilde{G}]G^{\mathrm{T}}M[R(t)-F(t)]\tilde{G}\bar{G}^{\mathrm{T}}[\bar{G}\tilde{G}\bar{G}^{\mathrm{T}}]^{-1}[\bar{R}(t)-\bar{F}(t)]. \quad (4)$$

当前时刻的控制增量为

$$\Delta u(t)=[1,0,\cdots,0]\Delta U(t). \quad (5)$$

其中 $\tilde{G},\bar{G},G,M$ 为相应维数的矩阵，$R(t),F(t)$ 和 $\bar{R}(t),\bar{F}(t)$ 分别是维数为 N 和 m 的列向量.由于篇幅有限，具体推导请参见文[2].

3 改进的 CRHPC(Modified constrained receding horizon predictive control)

对于输入不受物理条件限制的情况，上述 CRHPC 能够保证闭环系统渐近稳定.现在考虑输入幅值和变化速度受到限制时的情况.设

$$u_{\min}\leqslant u(t+i)\leqslant u_{\max},\quad \Delta u_{\min}\leqslant\Delta u(t+i)\leqslant\Delta u_{\max}. \quad (6)$$

利用二次规划法[6]，在可行性假设条件下，CRHPC 仍能保证闭环系统渐近稳定.但当可行性假设条件不成立而出现短期不可行时，上述 CRHPC 就不一定能保证闭环系统的稳定性，而下面给出的改进的 CRHPC 方法且能保证.

首先假设给定的设定值 r 能够在稳态时达到，即

$$\min\Big[\frac{B(1)}{A(1)}u_{\min},\frac{B(1)}{A(1)}u_{\max}\Big]<r<\max\Big[\frac{B(1)}{A(1)}u_{\min},\frac{B(1)}{A(1)}u_{\max}\Big]. \quad (7)$$

该假设条件在一般实际过程中都能满足，令

$$\tilde{G}[I-\bar{G}^{\mathrm{T}}[\bar{G}\tilde{G}\bar{G}^{\mathrm{T}}]^{-1}\bar{G}\tilde{G}]G^{\mathrm{T}}M=P,$$
$$\tilde{G}\bar{G}^{\mathrm{T}}[\bar{G}\tilde{G}\bar{G}^{\mathrm{T}}]^{-1}=Q.$$

其中 $P\in\mathbb{R}^{N_u\times N},Q\in\mathbb{R}^{N_u\times m}$.由式(4)得：

$$\Delta U(t)=P[R(t)-F(t)]+Q[\bar{R}(t)-\bar{F}(t)]. \quad (8)$$

由式(8)知

$$\Delta u(t+i-1)=\sum_{j=1}^{N}p_{ij}r+\sum_{j=1}^{m}q_{ij}r-\sum_{j=1}^{N}p_{ij}f(t+j)-\sum_{j=1}^{m}q_{ij}f(t+N+j). \quad (9)$$

其中 p_{ij} 和 q_{ij} 是矩阵 P,Q 的 i 行 j 列元素，$i=1,2,\cdots,N_u$.

令

$$S_i^1=\sum_{j=1}^{N}p_{ij},\ S_i^2=\sum_{j=1}^{m}q_{ij},$$
$$S_i^3=\sum_{j=1}^{N}p_{ij}f(t+j),\ S_i^4=\sum_{j=1}^{m}q_{ij}f(t+N+j).$$

由受限条件(6)式得：

$$\Delta\tilde{u}_{i\min}\leqslant r\leqslant\Delta\tilde{u}_{i\max},\ \Delta\hat{u}_{i\min}\leqslant r\leqslant\Delta\hat{u}_{i\max}.$$

其中

$$\Delta\tilde{u}_{i\min}=\min\Big(\frac{1}{S_i^1+S_i^2}(\Delta u_{\min}+S_i^3+S_i^4),\ \frac{1}{S_i^1+S_i^2}(\Delta u_{\max}+S_i^3+S_i^4)\Big),$$

$$\Delta\tilde{u}_{i\max}=\max\Big(\frac{1}{S_i^1+S_i^2}(\Delta u_{\min}+S_i^3+S_i^4),\ \frac{1}{S_i^1+S_i^2}(\Delta u_{\max}+S_i^3+S_i^4)\Big),$$

$$\Delta\hat{u}_{i\min}=\min\Big(\frac{1}{\sum_{l=1}^{i}(S_l^1+S_l^2)}\big(u_{\min}-u(t-1)+\sum_{l=1}^{i}(S_l^3+S_l^4)\big),\ \frac{1}{\sum_{l=1}^{i}(S_l^1+S_l^2)}\big(u_{\max}-u(t-1)+\sum_{l=1}^{i}(S_l^3+S_l^4)\big)\Big),$$

$$\Delta\hat{u}_{i\max}=\max\Big(\frac{1}{\sum_{l=1}^{i}(S_l^1+S_l^2)}\big(u_{\min}-u(t-1)+\sum_{l=1}^{i}(S_l^3+S_l^4)\big),\ \frac{1}{\sum_{l=1}^{i}(S_l^1+S_l^2)}\big(u_{\max}-u(t-1)+\sum_{l=1}^{i}(S_l^3+S_l^4)\big)\Big).$$

令

$$r_{\min}=$$

$$\max(\Delta\tilde{u}_{1\min},\cdots,\Delta\tilde{u}_{N_u\min},\Delta\hat{u}_{1\min},\cdots,\Delta\hat{u}_{N_u\min}),\tag{10}$$

$$r_{\max}=\min(\Delta\tilde{u}_{1\max},\cdots,\Delta\tilde{u}_{N_u\max},\Delta\hat{u}_{1\max},\cdots,\Delta\hat{u}_{N_u\max})\tag{11}$$

当 $r\in[r_{\min},r_{\max}]$ 时，则选择 r 为当前设定值 r_d，算法和没有不等式受限时一样. 当 $r\notin[r_{\min},r_{\max}]$ 时，则把 $r_{\min}$ 和 $r_{\max}$ 中靠近 r 的值作为当前设定值 r_d（即条件设定值）. 把当前设定值代入式(5) 得改进 CRHPC 的控制律.

在实际计算时，并不需要对 $\Delta U(t)$ 的每个输入进行讨论，因为满足受限条件的输入并不影响条件设定值，只需要考虑不满足受限条件的输入. 根据输入限制条件(6)和式(8)得一集合 $\mathscr{A}$

$$\mathscr{A}=\{i\mid u(t+i-1)<u_{\min}\cup u(t+i-1)>u_{\max}\cup \Delta u(t+i-1)<\Delta u_{\min}\cup\Delta u(t+i-1)>\Delta u_{\max}\}.\tag{12}$$

对 $i\in\mathscr{A}$ 时的 $\Delta u(t+i-1)$ 进行讨论，最后所得的 $r_{\min}$, $r_{\max}$ 和式(10)和(11)的结果一致.

改进的 CRHPC 的具体计算步骤：

1) 利用给定参数测量结果，根据式(8)计算控制向量 $\Delta U(t)$. 如果 $\Delta U(t)$ 不满足受限条件，则转到 3).

2) 由式(5)得 $\Delta U(t)$，计算 $u(t)=u(t-1)+\Delta u(t)$ 作为当前控制量作用于被控对象，转到 1).

3) 由条件(6)和式(8)得集合 $\mathscr{A}$，计算 $\gamma_{\min}\gamma_{\max}$ 得出合适的当前设定值 r_d，代入式(8)，计算控制向量 $\Delta U(t)$，转到 2).

4 稳定性分析(Stability analysis)

首先讨论一下改进算法的可行性. 由上一节知，当 $r_{\min}>r_{\max}$ 时，说明算法没有当前设定值，即算法不可行. 但这种情况是不会发生的.

引理 4.1 假设系统开始可行，则不论设定值如何变化，改进的 CRHPC 将始终保持可行.

证　当 CRHPC 可行时，改进算法和 CRHPC 一样也可行. 但当设定值发生变化，而致使 CRHPC 不可行时，则由初始可行条件知，变化前的设定值 r_g 仍旧可行，即 $r_g\leqslant r_{\max}$ 且 $r_g\geqslant r_{\min}$ 所以 $r_{\min}\leqslant r_{\max}$ 恒成立，即算法始终有解.

引理 4.2 在任何时刻，r_d 将满足 $\|r_d-r\|\leqslant\|r_g-r\|$ 即 r_d 要比 r_g 更靠近 r 或者一样.

证　由于初始可行，且 r_g 可达，所以在当前时刻 r_g 也可达，即 $r_{\min}\leqslant r_g\leqslant r_{\max}$. 由定义知，$r_d$ 表示当前时刻能够达到的最靠近 r 的值. 所以 r_d 要比 r_g 更靠近 r，至少两者一样.

定理　改进的 CRHPC 能够使系统渐近稳定且跟踪设定值.

证　当 $r_d=r$ 时，改进的 CRHPC 和 CRHPC 完全一样，能够使系统渐近稳定，详细证明参见文[2].

当 $r_d\neq r$ 时，CRHPC 不可行，则可分两种情况：

当 $\|r_d-r\|<\|r_g-r\|$ 时，则显然 r_d 将收敛于 r，因此最终使算法变成 CRHPC.

当 $\|r_d-r\|=\|r_g-r\|$ 时，则表示 $r_d=r_g$，但这种情况不可能一直保持下去，因为 N 步后，系统输出达到稳态，此时的输入不再在输入约束的边界上，就可以得到一个比 r_g 更靠近 r 的 r_d，这就回到了上一种情况.

由以上的讨论知，当 CRHPC 因设定值的变化而产生短期不可行时，采用改进的 CRHPC，最终将收敛于 CRHPC，因此系统渐近稳定且跟踪设定值.

5 仿真结果(Simulation results)

考虑下面的被控对象

$$(1-0.1z^{-1}-1.14z^{-2}+0.504z^{-3})\Delta y(t)=(0.2z^{-1}-0.8z^{-2})\Delta u(t).$$

被控对象中有一个极点是 1.2. 设预测水平 $N=5$，控制水平 $N_u=4$，终点受限水平 $m=4$. 取参数 $[u_{\min},u_{\max},\Delta u_{\min},\Delta u_{\max}]$ 为 $[-0.5,1.5,-0.5,1]$.

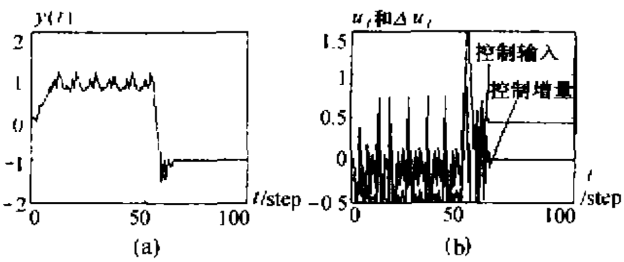

图 1　采用CRHPC时的系统响应

Fig. 1　System response of CRHPC

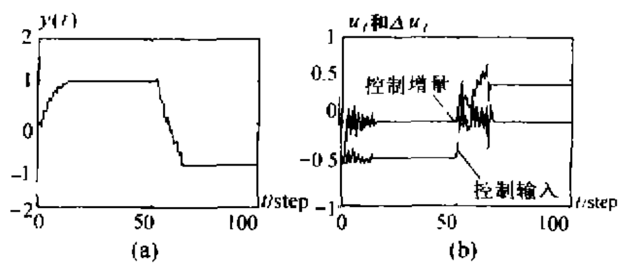

图 2　采用改进CRHPC时的系统响应

Fig. 2　System response of modified CRHPC

系统的设定值由起始的0变为1,经过50步后,又由1变为-1,分别采用CRHPC和改进的CRHPC进行控制,其结果见图1和图2,其中(a)为系统输出,(b)为控制输入和控制增量.当系统设定值从0变为1时,由于输入受到限制,采用一般的CRHPC,系统输出不能稳定跟踪设定值,而且系统不稳定.而采用改进的CRHPC进行控制时,系统输出渐近跟踪设定值且系统稳定.通过比较还可看出,虽然改进算法趋于稳定的速度比一般的CRHPC要稍慢一些,但它减小了系统的超调.

参考文献(References)

[1] Clarke D W, Mohtadi C and Tuffs P S. Generalised predictive control – part I: the basic algorithm and Part II: extensions and interpretations[J]. Automatica, 1987, 23(2): 137 – 160

[2] Clarke D W adn Scattelne R. Constrained receding-horizon predictive control[J]. IEE Proc -D, 1991, 138(4): 347 – 354

[3] Scokaert P O M and Clarke D W. Stabilising properties of constrained predictive control[J]. IEE Proc. -D, 1994, 141(5): 295 – 304

[4] Scokaert P O M and Clarke D W. Stability and feasibility in constrained predictive control[J]. Advances in Model-Based Predictive Control[M]. Oxford: University Press, 1994: 217 – 229

[5] Rossiter J A, Kouvantakis B and Gossner J R. Stable generalized Predictive control in the presence of constraints and bounded disturbances [A]. Proceedings of the Europe Control Conference [C]. Rome, 1995.3241 – 3246

[6] Tsang T T C and Clarke D W. Generalised predictive control with input constraints[J]. IEE Proc. -D, 1988, 135(6): 451 – 460

本文作者简介

杨建军 1972年生.1994年东北大学本科毕业.目前在东北大学自动化中心攻读博士学位.主要研究方向为广义预测控制理论及应用.

王 伟 1955年生.1988年获东北大学工学博士学位、1990年至1992年在挪威工学院从事博士后研究.现为东北大学教授,博士生导师,东北大学自动化研究中心副主任.主要研究方向为自适应控制,广义预测控制,计算机控制及其工业应用.

(上接第112页)

4 结论(Conclusion)

本文方法是基于降阶方法提出的,具有较强的适用.在该方法的推导过程中增加了一些假设.其中的第一个假设是关于降阶模型的线性化的假设.在直接和间接自适应控制中这一假设是必不可少的.另一个假设是关于线性参数的假设.

参考文献(References)

[1] Goodwin G C and Sin K S. Adaptive Filtering Prediction and Control [M]. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1984

[2] 秦滨,韩志刚 MIMO非线性系统的线性自适应控制[J].控制理论与应用,1996,14(1):131 – 133

[3] Kanellakopoulos I, Kokotovic P and Marino R. An extended direc scheme for robust adaptive nonlinear control[J]. IEEE Trans. Automat Contr, 1991, 36(2): 247 – 255

[4] Taylor D G, Koktovic P V, Marino R and Kanellakopoulos I. Adaptive regulation of nonlinear systems with unmodeled dynamics[J]. IEEE Trans. Automat. Contr, 1989, 34(4): 405 – 412

[5] 秦滨,韩志刚.一种非线性系统自适应控制及其收敛性分析[J].控制理论与应用,1996,13(5):657 – 662

[6] 秦滨,施颂椒,席裕庚.参数不确定非线性系统的自适应控制和鲁棒控制[J].控制与决策,1996,13(2):103 – 108

[7] 高为炳.非线性控制系统导论[M].北京:科学出版社,1988

[8] Saberi A and Khalil H. Quadratic-type Lyapunov function for singularly perturbed systems[J]. IEEE Trans. Automat. Contr, 1984, 29(4): 542 – 550

[9] Pomet J and Praly L. Adaptive nonlinear regulation: estimation from the Lyapunov equation[J]. IEEE Trans Automat Contr, 1992, 37(6): 729 – 740

本文作者简介

秦 滨 1966年生.分别于1991年和1996年在黑龙江大学应用数学研究所和东北大学自动控制系获得硕士和博士学位.1996至1998年在上海交通大学自动化系从事博士后研究工作.研究兴趣:非线性系统鲁棒自适应控制,系统辨识与机器人控制.

施颂椒 1933年生.1956年毕业于上海交通大学电力工程系.现为上海交通大学自动化系教授,博士生导师.目前主要研究领域有鲁棒控制,自适应控制及非线性系统等.