

β 增量型广义预测控制*

孙明玮 陈增强 袁著祉
(南开大学计算机与系统科学系·天津, 300071)

TP273 TM330.12

摘要: 提出了在通常的广义预测控制器(GPC)所求解出来的控制增量乘以一个β因子(β∈), 作为控制器的真正增量, 利用这个自由度来提高闭环的稳定鲁棒性. 这种控制器的形式可以归结到根轨迹的框架之下, 并证明了在开环稳定的条件下, 当仅存在增益失配时, 可以仅由β保证闭环系统的稳定性. 在电动机模型上的对比仿真实验显示了这种方法的有效性及其对未建模动态的强鲁棒性.

关键词: 预测控制; 电机控制; 未建模动态; 鲁棒性; 根轨迹

文献标识码: A

β增量型 广义预测控制
直流电动机 仿真

β-Type Incremental Generalized Predictive Control

SUN Mingwei, CHEN Zengqiang and YUAN Zhuzhi

(Department of Computer and System Science, Nankai University, Tianjin, 300071, P. R. China)

Abstract: This paper presents a new GPC algorithm, which enhances robustness with a factor β. The factor multiplies the control increment derived from the original GPC to obtain real control increment. The closed-loop form of the new controller can be united into the framework of root locus method. Under the circumstance of stable plant with gain mismatch, a proper factor can guarantee the closed-loop stability. The comparative simulations on the electric machines demonstrate the effectiveness and robustness to the unmodelled dynamics.

Key words: predictive control; electric machine control; unmodelled dynamic; robustness; root locus

1 引言(Introduction)

自从 Clarke 等人于 1987 年提出广义预测控制(GPC)^[1]以来, 它已经引起了工程界和理论界的广泛关注. 这是因为它具有明显的工程物理意义和广泛的适应能力, 因而成功地应用于许多工业过程的控制之中, 尤其是具有大时滞和变时滞的过程中.

但是, 对于一般的参数选择, GPC 并不一定稳定. 同时, 当存在建模误差并且预测步长较大时, 造成误差积累, 因而影响其鲁棒性, 其控制品质急剧下降, 甚至造成系统失稳. 本文通过引入控制增量增益β来提高系统的鲁棒性. 随后通过内模结构分析, 得出了β对闭环表达式的影响, 证明了稳态无偏性, 得出只要模型与对象静态增益相同, 就可用根轨迹法求解合适的增量增益使闭环稳定(如果存在). 如果对象开环稳定, 当仅存在增益失配时, 若静态增益与模型同号, 只要其它参数满足一个很弱的条件, 则总可用β使闭环镇定. 最后在直流电动机控制中的仿真研究证实了该算法的有效性和强鲁棒性.

2 β-GPC 算法描述(Description of β-GPC algorithm)

用下面的 CARIMA 模型描述一个实际过程:

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t-1) + \xi(t)/\Delta. \quad (1)$$

其中

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_nq^{-n},$$

$$B(q^{-1}) = b_0 + b_1q^{-1} + \dots + b_nq^{-n},$$

$$\Delta = 1 - q^{-1}.$$

$\{u(t)\}$ 是控制输入序列, $\{y(t)\}$ 是控制输出序列, $\{\xi(t)\}$ 是白噪声.

GPC 基于如下的目标函数:

$$J = E \left\{ \sum_{j=1}^N [\hat{y}(t+j|t) - w(t+j)]^2 + \lambda \sum_{j=1}^{N_u} [\Delta u(t+j-1)]^2 \right\}, \quad (2)$$

其中 N 为预测长度, N_u 为控制长度, 即当 j > N_u 时, Δu(t+j) = 0, λ 是控制增量加权因子, w(t) 是

* 基金项目: 国家 863 应用基础研究项目基金资助(863-511-945-010).
收稿日期: 1998-01-25; 收修改稿日期: 1999-04-13.

设定值柔化序列,由下式产生:

$$\begin{cases} w(t) = y(t), \\ w(t+j) = \alpha w(t+j-1) + (1-\alpha)y_r(t), \end{cases} \quad (3)$$

$j = 1, \dots, N.$

其中 $y_r(t)$ 是跟踪设定值, $\alpha (0 < \alpha < 1)$ 是柔化因子.

考察如下的丢番图方程 (Diophantine Equations):

$$1 = E_j(q^{-1})A(q^{-1})\Delta + q^{-j}G_j(q^{-1}). \quad (4)$$

其中 $\deg E_j = j - 1, \deg G_j = n_a$, 并令 $F_j = E_j B$, 则由文[1]可知:

$$F_j(q^{-1}) = f_0 + f_1 q^{-1} + \dots + f_{n_b+j-1} q^{-(n_b+j-1)}, \quad j = 1, \dots, N. \quad (5)$$

取真正的控制量增量为:

$$\Delta u(t) = \beta \sum_{j=1}^N d_j [w(t+i) - y_1(t+i)]. \quad (6)$$

其中 $d^T = [d_1, \dots, d_N]$ 的含义可参见[1], $y_1(t+i)$ 为未来 i 时刻的零输入响应.

3 闭环稳定性分析 (Analysis of closed-loop stability)

不失一般性,令 $n_a = n, n_b = n - 1$. 设 $\beta = 1$ 时的控制器的特征多项式为 $A_{co}(q^{-1})$. 由文[2]可知广义预测控制的内模结构如图1所示:

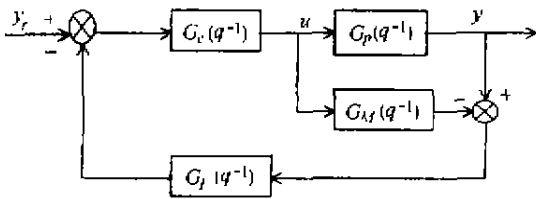


图1 GPC内模结构图
Fig. 1 IMC structure of GPC

控制器的传递函数为:

$$G_c(q^{-1}) = \beta(d_s - \mu)A(q^{-1})/A_c(q^{-1}), \quad (7)$$

其中

$$A_c(q^{-1}) = 1 + \bar{a}_1 q^{-1} + \dots + \bar{a}_{n+1} q^{-(n+1)},$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ \bar{a}_1 \\ \vdots \\ \bar{a}_{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & & & 0 \\ & c_2 - 1 & & \\ & \vdots & \ddots & \\ & c_{n+2} - c_{n+1} & \dots & c_2 - 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix},$$

$$c_i = \beta(d_0 f_{i-2} + d_1 f_{i-1} + \dots + d_N f_{i+N-2}), \quad i \geq 2.$$

$$d_0 = -(d_1 a + \dots + d_N a^N) \triangleq -\mu,$$

$$d_i = \sum_{j=1}^N d_j,$$

经过简单推导可得:

$$A_c(q^{-1}) = \beta A_{co}(q^{-1}) + (1 - \beta)(1 - q^{-1})A(q^{-1}). \quad (8)$$

由文[3]可知滤波器传递函数为:

$$B_f(q^{-1}) \triangleq B_f(q^{-1})/\beta(d_s - \mu). \quad (9)$$

其中

$$B_f(q^{-1}) = \beta \sum_{i=1}^N d_i [G_i(q^{-1}) - \alpha^i], \quad (10)$$

$$G_p(q^{-1}) = q^{-1} B_p(q^{-1})/A_p(q^{-1}). \quad (11)$$

则闭环传递函数为:

$$\frac{y(q^{-1})}{y_r(q^{-1})} = \frac{G_c G_p}{1 + G_c G_f (G_p - G_M)} = \frac{\beta(d_s - \mu)q^{-1} A B_p}{A_c A_p + q^{-1} B_f (A B_p - B A_p)}. \quad (12)$$

其中 G_M 为模型的传递函数, 即:

$$G_M(q^{-1}) = q^{-1} B(q^{-1})/A(q^{-1}). \quad (13)$$

当无模型失配时, 闭环特征多项式为:

$$\beta[A_{co}(q^{-1}) - (1 - q^{-1})A(q^{-1})] + (1 - q^{-1})A(q^{-1}) = 0, \quad (14)$$

即

$$1 + \beta \frac{A_{co}(q^{-1}) - (1 - q^{-1})A(q^{-1})}{(1 - q^{-1})A(q^{-1})} = 0, \quad (15)$$

也就是给开环传递函数为

$$\frac{A_{co}(q^{-1}) - (1 - q^{-1})A(q^{-1})}{(1 - q^{-1})A(q^{-1})}$$

的过程寻求合适的 β 使其闭环特征根都在单位圆内, 由于这个过程含有一个积分环节, 所以可以用根轨迹法来解决.

当存在模型失配时, 我们看到只要模型与对象的静态增益相同, 就可以转化为同样的问题. 事实上, 当静态增益匹配时, 有

$$B(1)/A(1) = B_p(1)/A_p(1), \quad (16)$$

也就是说, $AB_p - BA_p$ 存在因子 $(1 - q^{-1})$.

令

$$AB_p - BA_p = (1 - q^{-1})R(q^{-1}), \quad (17)$$

将上式代入闭环传递函数, 就可用与上相仿的方法得出这个结论.

无论模型与对象是否匹配, 只要闭环系统稳定, 就不存在静差, 可参考[2], 不再赘述.

对于开环稳定且无建模误差的情形, 我们有进一步的结论, 这首先需要下面的引理.

引理 对于具有形式为 $B(q^{-1})/A(q^{-1})$ 的开环稳定对象, 其中 B 不以 1 为传输零点, 即 $B(1) \neq 0$,

则总可用一个积分环节使闭环系统稳定(积分增益可为负)。

证 设积分环节为 $k/(1-q^{-1})$, 则整个闭环传函为:

$$G(q^{-1}) = \frac{kB(q^{-1})}{kB(q^{-1}) + (1-q^{-1})A(q^{-1})} \quad (18)$$

由于 $A(q^{-1})$ 是稳定的, 注意当极限情形即 $k=0$ 时, 闭环特征方程为 $(1-q^{-1})A(q^{-1})$, 它只有一个临界稳定极点 $q=1$. 显见, 极点分布是对于 k 值的连续函数. 存在 $\delta > 0$, 使得以 $(1-q^{-1})A(q^{-1})=0$ 的不同根为中心以 δ 为半径的圆两两不相交, 并且以 $A(q^{-1})=0$ 的根为中心的圆都位于单位圆内. 由于 $kB(q^{-1})$ 可看成是对 $(1-q^{-1})A(q^{-1})$ 的一个摄动, 故存在 $\epsilon > 0$, 当 $|k| < \epsilon$ 时, $kB(q^{-1}) + (1-q^{-1})A(q^{-1})$ 的极点都位于上述小圆内. 唯一不稳定的极点只可能位于以 1 为中心的小圆内, 且是单实极点. 这时, 闭环多项式可写为:

$$kB(q^{-1}) + (1-q^{-1})A(q^{-1}) = (1-rq^{-1})A_s(q^{-1}), \quad (19)$$

其中 $A_s(q^{-1})$ 如前所述为稳定多项式. 由稳定性判据易知:

$$A_s(1) > 0. \quad (20)$$

把(20)代入(19)并令 $q=1$, 取 k 与 $B(1)$ 同号(由题设, $B(1) \neq 0$), 则 $r < 1$, 因此整个闭环系统稳定.

证毕.

由以上引理和前述分析, 立即可得:

定理 1 对于开环稳定的对象, 当模型匹配时, 且不以 1 为传输零点, 只要 GPC 的参数选择使得:

$$d_i - \mu \neq 0, \quad (21)$$

则总存在 $\beta (\beta \in \cdot)$ 可使闭环系统稳定.

证 由文[3]可知:

$$A_{co}(1) = (d_i - \mu)B(1). \quad (22)$$

由题设条件 $B(1) \neq 0$ 和(21)式, 可知 $A_{co}(1) \neq 0$, 由(15)式易知, 开环传递函数不以 1 为传输零点, 符合引理条件, 结论成立. 证毕.

事实上, 对于每一个给定的 a , 由多项式理论易知, 最多只可能有 N_u 个 λ 使(21)条件不成立, 稍对其进行一下摄动就可满足条件.

由证明过程可知, 闭环的动态特性主要取决于开环的动态特性, 控制品质不一定很好, 但在实际中 β 的裕度通常是很大的, 可极大地改善控制品质. 另外, 它可有效地克服单纯加大 λ 的缺陷, 因为那样将使反馈信息不足而接近于开环控制.

4 鲁棒性分析(Robust analysis)

同时, 我们有下述的鲁棒性结果.

定理 2 对于仅存在增益失配的开环稳定对象, 即

$$G_p(q^{-1}) = (1+\eta)G_M(q^{-1}). \quad (23)$$

当 $\eta > -1$ 时, 若模型不以 1 为传输零点, 且 GPC 的参数选择使得(21)成立, 则总存在 $\beta (\beta \in \cdot)$ 可使闭环系统稳定.

证 由(23)可知:

$$A_p(q^{-1}) = A(q^{-1}), \quad B_p(q^{-1}) = (1+\eta)B(q^{-1}). \quad (24)$$

将(24)代入(12), 化简后分母可写为:

$$\begin{aligned} & A_r + q^{-1}B_F \cdot \eta \cdot B = \\ & \beta A_{co} + (1-\beta)(1-q^{-1})A + q^{-1}B_F \cdot \eta \cdot B = \\ & (1-\beta)(1-q^{-1})A + \\ & \beta [A_{co} + q^{-1} \cdot \eta \cdot B \cdot \sum_{i=1}^N d_i [G_i(q^{-1}) - a^i]]. \end{aligned} \quad (25)$$

由引理中的证明方法可知存在 $\epsilon_1 > 0$, 当 $|\beta| < \epsilon_1$, 且 β 与 $(d_i - \mu)(\eta + 1)B(1)$ 同号时, (25)式稳定(这其中要用到(22)式). 同理, 由定理 1, 存在 $\epsilon_2 > 0$, 当 $|\beta| < \epsilon_2$, 且 β 与 $(d_i - \mu)B(1)$ 同号时, 无失配闭环稳定, 即控制器稳定. 取 $\epsilon = \min(\epsilon_1, \epsilon_2)$, 当 $|\beta| < \epsilon$ 且 β 与 $(d_i - \mu)B(1)$ 同号时, 闭环系统鲁棒稳定. 证毕.

因此, 可以把 β 看作一个稳定-鲁棒性因子, 它在模型是否匹配时都是起作用的. 而在通常 GPC 的鲁棒性设计中起重要作用的滤波器 $T(q^{-1})$, 当模型无失配时是不起作用的.

5 仿真研究(Simulation study)

我们把直流电动机的模型作为仿真对象, 其脉冲传递函数为:

$$H(q) = \frac{K(q-b)}{(q-1)(q-a)},$$

其中

$$\begin{aligned} K &= e^{-h} - 1 + h, \quad a = e^{-h}, \\ b &= 1 - h(1 - e^{-h}) / (e^{-h} - 1 + h). \end{aligned}$$

这里, 输入量是加在电动机上的电压, 输出是轴的位置. 取采样间隔为 $h = 0.25$. 当模型与对象匹配时, β -GPC 的参数取为 $N = 4$, $N_u = 2$, $\lambda = 20$, $a = 0.5$, $\beta = 20$, 而 GPC 的相应参数与前者相同, 图 2 分别为 β 增量型 GPC 与标准 GPC 的控制结果. 由图可见, 前者具有较好的控制品质, 而后者几乎处于一种

临界稳定的等幅振荡状态.为了更好地理解这种现象的实质,我们作了闭环极点与 $\beta(0 < \beta < 40)$ 的关系曲线如图3所示,其中上面一条是一对共轭复根的模值,下面一条是实极点的绝对值.可见随着 β 的增大,闭环由临界稳定趋向于稳定,并且具有更快的收敛速率.

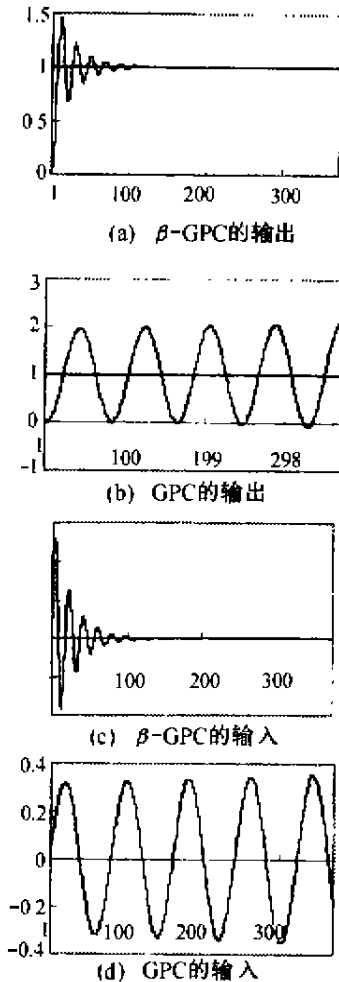


图2 无建模误差时的对比仿真

Fig. 2 Comparative simulation results in the case of no model mismatch

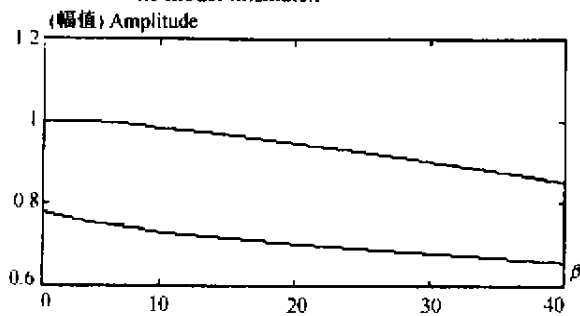


图3 特征根幅值随 β 变化趋势图

Fig. 3 The tendency of characteristic roots' amplitudes with the variation of β

然后考察具有未建模动态的情形,即 $n_a = 1, n_b = 1$ 的情况, β -GPC的参数取为 $N = 4, N_u = 2,$

$\lambda = 20, \alpha = 0.5, \beta = 2.3$, GPC的相应参数与前者相同,结果如图4所示.可见,改进型 GPC 是稳定的,而标准 GPC 则是失稳的.

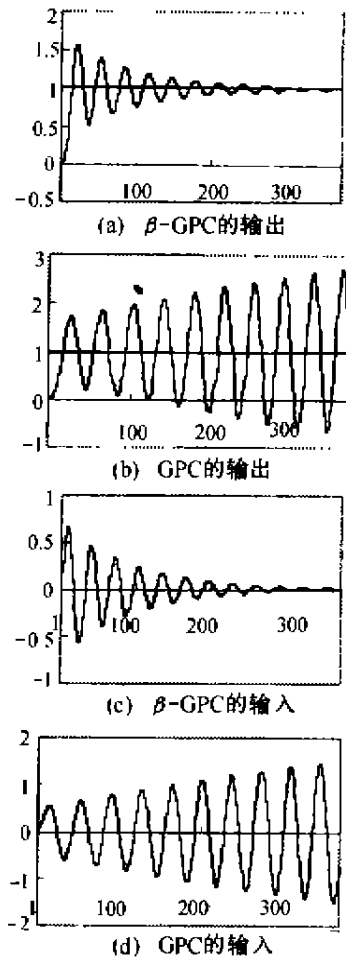


图4 有建模误差时的对比仿真

Fig. 4 Comparative simulation results in the case of model mismatch

事实上,这个 β 对闭环的稳定性影响是很大的,在某个区间上连续变化其值时,可发现不稳定响应的包络线开口迅速变小直至稳定,十分易于在线调试.通常情况下,对于开环稳定对象,可取 $|\beta| \leq 1$,而对于开环不稳定对象,应取 $|\beta| \geq 1$.

6 结论(Conclusion)

本文通过在 GPC 所求解出来的控制增量乘以 β 以作为真正的增量,以达到增强稳定鲁棒性的目的,计算简单,而且其意义类似于传统的积分因子,易于整定.它通过牺牲控制器的次最优性为代价,以获得较强的稳定性和鲁棒性.这种方法的提出将有助于 GPC 这种先进控制策略在过程控制中的应用.因此,可以把 β 作为一个极其有效的参数加入到 GPC 中.进一步的研究方向是如何根据对象的特性确定合适的增益因子.

(下转第 174 页)

- in radial basis function network[J]. IEEE Trans. on Neural Networks 1995,6(3):749-756
- [2] Jang J S Roger. Functional equivalence between radial basis function networks and fuzzy inference system[J]. IEEE Trans. on Neural Networks. 1993,4(1):156-158
- [3] Hunt K J. Extending the functional equivalence of radial basis function network and fuzzy inference system[J]. IEEE Trans. on Neural Networks. 1996,7(3):776-781
- [4] 鲍鸿,黄心汉,李锡雄.模糊 RBF 网络简化模型研究[J].华中理工大学学报,1998,26(9):30-34
- [5] 汪培庄,李洪兴.模糊系统理论与模糊计算机[M].北京:科学出版社,1996

- [6] 徐秉铮,张百灵,韦岗.神经网络理论与应用[M].广州:华南理工大学出版社,1994

本文作者简介

鲍鸿 女,1962年生.广东工业大学电气工程及自动化系副教授,华中理工大学博士研究生.研究方向为智能控制,工业自动化,传感器技术.

黄心汉 1947年生.华中理工大学自动控制工程系教授,博士生导师.研究方向为智能控制,智能机器人,多传感器信息融合技术.

李锡雄 1936年生.广东工业大学电气工程及自动化系教授.研究方向为过程控制,智能控制.

毛宗源 见本刊2000年第1期第101页.

(上接第168页)

参考文献(References)

- [1] Clarke D W et al. Generalized predictive control[J]. Automatica. 1987,23(2):137-160
- [2] 席裕庚,厉勇锋.广义预测控制系统的闭环分析[J].控制理论与应用,1991,8(4):419-424
- [3] 张峻,席裕庚.有关广义预测控制稳定性的一些讨论[J].浙江大学学报(自然科学版),1996(增刊):25-31

本文作者简介

孙明珠 1972年生.1995年本科毕业于北方交通大学通信与控制工程系交通信号与控制专业,现为南开大学计算机与系统科学系自动控制专业博士生.目前研究兴趣为预测控制.

陈增强 1964年生.南开大学计算机与系统科学系教授,工学博士.研究领域为自适应控制,智能预测控制及其在工业过程中的应用.

袁著祉 1937年生.南开大学计算机与系统科学系教授,博士生导师.曾分别获国家教委科技进步一等奖和国防科工委光华基金一等奖.研究方向为自适应控制,智能控制,计算机控制与管理