第 17 卷第 2 期　　控制理论与应用　　Vol.17, No.2
2000 年 4 月　　CONTROL THEORY AND APPLICATIONS　　Apr., 2000

文章编号：1000-8152(2000)02-0303-03

一类非线性系统的变结构鲁棒观测器*

刘粉林　陈　兵　王银河　张嗣瀛
（东北大学自动控制系·沈阳，110006）

TP271　　O231

摘要：研究了系统中不确定因素不满足匹配条件且具有外部干扰的变结构鲁棒观测器的设计问题．构造的观测器适用于标称系统是线性定常系统或可化为正则型的仿射非线性系统．采用 Lyapunov 函数作为稳定观测器的判别条件，使观测器在有外部干扰时具有一致最终有界的构造误差．观测器的构造利用了不确定因素的界，与某些结果相比，结果在实际中易于实现．

关键词：观测器；非线性系统；一致最终有界；变结构　鲁棒观测器　　稳定问题
文献标识码：A

Variable Structure Robust Observers for a Class of Nonlinear Systems

LIU Fenlin, CHEN Bing, WANG Yinhe and ZHANG Siying
(Department of Automatic Control, Northeastern University·Shenyang, 110006, P.R.China)

Abstract: The design problem of variable structure robust observers for uncertain systems is explored, the uncertainties and external disturbances are all mismatched. The observers obtained in this paper are adapted to systems which posses linear or exactly linearizable nominal systems. Lyapunov function is chosen in order to verify the stability of observer, and it is proved that the observer error states are uniformly ultimately bounded. Observers obtained in this paper are constructed by using the bounds of uncertainties. In comparison with previous corresponding results, the observers are easy for practice.

Key words: observer; nonlinear system; uniformly ultimately bounded; variable structure

1 引言(Introduction)

在系统的镇定问题研究中，大多是基于系统状态是已知的假设条件而得到的，然而实际系统的状态一般仅是部分可知的．在这种情况下只能利用系统的输出或估计状态来设计控制器，镇定受控系统．在此我们考虑非线性状态观测器的设计问题无疑是一件颇有意义的工作．由于非线性系统本身的复杂性，其观测器的设计一般是比较困难的，与镇定问题相比，非线性系统观测器的设计问题无论从投入的力量或所取得的成果都要逊色得多[1~4]．

文[4]中所讨论的变结构观测器考虑了不确定因素满足匹配条件和不满足匹配条件但具有小的慢变脉冲干扰的系统，所构造的观测器中带有系统中的不确定因素．显然，这样的观测器在实际问题中是无法实现的．本文改进了文[4]的结果，观测器的构造中只涉及到不确定项的界，因而，实际中是能够实现的．

2 系统的描述与预备知识(System description and preliminary)

考虑文[4]所描述的如下系统：

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + \eta(t,x) + \delta(t), \\ y = Cx. \end{cases} \tag{1}$$

式中 $x \in \mathbb{R}^n, u \in \mathbb{R}^m, y \in \mathbb{R}^p, p \geq m$，$A, B, C$ 是有相应维数的矩阵．$\delta(t)$ 为外部干扰，$\eta(t,x)$ 为非线性因素、不确定因素及系统的参数变化等．

定义 1[4]　系统有一致最终界 $x \in S \subset \mathbb{R}^n$，$S$ 是一有界集，如果

1) 对于某一不确定关系和某一初始条件 $(t_0, x(x_0)) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n$，系统存在解 $x(\cdot):[t_0,t_1] \to \mathbb{R}^n$，$t_1 > t_0$，$x(\cdot)$ 表示是某一变量的函数．

2) 给定任一实数 $r > 0$，则存在实数 $d(r) > 0$，那么对于每一个解 $x(\cdot):[t_0,t_1] \to \mathbb{R}^n$，当 $\|x(t_0)\| < r$，有 $\|x(t)\| < d(r)$，$t > t_0$，所有解在 $[t_0, \infty)$ 是连续的．

* 基金项目：国家自然科学基金(69774005)，教育部博士点基金(97014508)，国家攀登计划资助．
收稿日期：1997-12-08；收修改稿日期：1999-09-03．

3) 对于每一个 $x(t_0)\in \mathbb{R}^n$，存在非负常数 $T(x(t_0),S)\in \mathbb{R}^+$，则对于任一个解 $x(\cdot),[t_0,\infty)\to \mathbb{R}^n$，当 $t\geqslant t_0+T(x(t_0),S)$ 时，$x(t)\in S$.

假设 1 $\eta(t,x)$ 满足如下条件：

$$\begin{aligned}&\eta(t,x)=\eta_1'(t,x)+\eta_2'(t,x),\\&\eta_1'=P^{-1}C^{\mathrm{T}}\eta_1(t,x),\\&\eta_2'=B\eta_2(t,x),\\&\eta_1'(t,x)\in(\mathrm{Im}B)^{\perp}.\end{aligned}\tag{2}$$

即 $\eta_1'(t,x)$ 不满足匹配条件，$\eta_2'(t,x)$ 满足匹配条件，且存在已知非负函数 $\alpha_1(t,y),\alpha_2(t,y)$ 和正常数 σ，使得

$$\begin{aligned}&\|\eta_1(t,x)\|\leqslant\alpha_1(t,y),\\&\|\eta_2(t,x)\|\leqslant\alpha_2(t,y),\quad\|\delta(t)\|\leqslant\sigma,\end{aligned}\tag{3}$$

式中的矩阵 P 由式(5)给出.

假设 2[4] (AC) 是可观测的，即存在矩阵 K，使得 $A-KC$ 是 Hurwitz 矩阵.

假设 3[4] 对于系统(1)存在 $F\in\mathbb{R}^{m\times p}$ 和正定矩阵 $P\in\mathbb{R}^{n\times n}$ 使得

$$FC=B^{\mathrm{T}}P,\tag{4}$$

且矩阵 P 满足如下 Lyapunov 方程

$$A_0^{\mathrm{T}}P+PA_0+Q=0,\tag{5}$$

$$A_0=A-KC,\tag{6}$$

其中 Q 正是定矩阵.

引理 1 对于任意正定矩阵 $P\in\mathbb{R}^{n\times n}$ 和向量 $\xi\in\mathbb{R}^n$，则下式成立：

$$\lambda_m(P)\|\xi\|^2\leqslant\xi^{\mathrm{T}}P\xi\leqslant\lambda_M(P)\|\xi\|^2,$$

其中 $\lambda_m(\cdot),\lambda_M(\cdot)$ 分别表示矩阵 P 的最小最大特征值，$\|\cdot\|$ 表示欧氏范数.

3 变结构鲁棒观测器(Variable structure robust observer)

下面给出本文的主要结果：

定理 3.1 对于系统(1)，当其满足假设 1～3 时，我们构造如下形式的观测器：

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}=&(A-KC)\hat{x}+Bu+Ky+\\&L(\hat{x},y,\alpha_1(t,y),\alpha_2(t,y)),\end{aligned}\tag{7}$$

其中

$$L(\hat{x},y,\alpha_1(t,y),\alpha_2(t,y))=\begin{cases}-\dfrac{P^{-1}C^{\mathrm{T}}(C\hat{x}-y)}{\|C\hat{x}-y\|}\alpha_1(t,y)-\dfrac{BF(C\hat{x}-y)}{\|F(C\hat{x}-y)\|}\alpha_2(t,y), & F(C\hat{x}-y)\neq0,\\ -\dfrac{P^{-1}C^{\mathrm{T}}(C\hat{x}-y)}{\|C\hat{x}-y\|}\alpha_1(t,y), & F(C\hat{x}-y)=0,\ C\hat{x}-y\neq0,\\ 0, & C\hat{x}-y=0,\end{cases}\tag{8}$$

则观测器(7)有一致最终有界的构造误差，其误差界为：

$$\|\hat{x}-x\|\leqslant\frac{2\lambda_M(P)}{\lambda_m(P)}\sigma,\tag{9}$$

当 $\delta(t)=0$，有 $\lim\limits_{t\to\infty}(x(t)-\hat{x}(t))=0$.

证 令 $e(t)=x(t)-\hat{x}(t)$. 根据系统(1),(7)和(8)得：

$$\begin{aligned}\dot{e}(t)=&(A-KC)e-L(\hat{x},y,\alpha_1(t,y),\alpha_2(t,y))+\\&\eta_1'(t,x)+B\eta_2(t,x)+\delta(t),\end{aligned}\tag{10}$$

取如下 Lyapunov 函数：

$$V(e)=e^{\mathrm{T}}Pe,\tag{11}$$

P 由式(5)确定.

$$\begin{aligned}\dot{V}(e)=&\dot{e}^{\mathrm{T}}Pe+e^{\mathrm{T}}P\dot{e}=e^{\mathrm{T}}(A_0^{\mathrm{T}}P+PA_0)e-\\&2e^{\mathrm{T}}PL(\hat{x},y,\alpha_1(t,y),\alpha_2(t,y))+\\&2e^{\mathrm{T}}PB\eta_2(t,x)+2e^{\mathrm{T}}P\eta_1'(t,x)+2e^{\mathrm{T}}P\delta(t),\end{aligned}\tag{12}$$

根据假设 1～假设 3，(12)变为下列形式

$$\begin{aligned}\dot{V}(e)=&-e^{\mathrm{T}}Qe-2e^{\mathrm{T}}PL(\hat{x},y,\alpha_1(t,y),\alpha_2(t,y))+\\&2e^{\mathrm{T}}PB\eta_2(t,x)+2e^{\mathrm{T}}C^{\mathrm{T}}\eta_1(t,x)+2e^{\mathrm{T}}P\delta(t),\end{aligned}\tag{13}$$

由式(8)，式(13)可分为以下三种情况：

1) $F(C\hat{x}-y)=-FCe\neq0$，

$$\begin{aligned}\dot{V}(e)=&-e^{\mathrm{T}}Qe-2e^{\mathrm{T}}P[-\frac{P^{-1}C^{\mathrm{T}}(C\hat{x}-y)}{\|C\hat{x}-y\|}\alpha_1(t,y)-\\&\frac{BF(C\hat{x}-y)}{\|F(C\hat{x}-y)\|}\alpha_2(t,y)]+2e^{\mathrm{T}}PB\eta_2(t,x)+\\&2e^{\mathrm{T}}C^{\mathrm{T}}\eta_1(t,x)+2e^{\mathrm{T}}P\delta(t)\leqslant\\&-\lambda_m(Q)\|e\|^2+2\|e\|\lambda_M(P)\sigma;\end{aligned}\tag{14}$$

2) $F(C\hat{x}-y)=-FCe=0,\ C\hat{x}-y=-Ce\neq0$，

$$\begin{aligned}\dot{V}(e)=&-e^{\mathrm{T}}Qe+2e^{\mathrm{T}}P\frac{P^{-1}C^{\mathrm{T}}(C\hat{x}-y)}{\|C\hat{x}-y\|}\alpha_1(t,y)+\\&2e^{\mathrm{T}}PB\eta_2(t,x)+2e^{\mathrm{T}}C^{\mathrm{T}}\eta_1(t,x)+2e^{\mathrm{T}}P\delta(t)\leqslant\\&-\lambda_m(Q)\|e\|^2+2\|e\|\lambda_M(P)\sigma-\\&[2\|Ce\|\alpha_1(t,y)-2\|Ce\|\alpha_1(t,y)]=\\&-\lambda_m(Q)\|e\|^2+2\|e\|\lambda_M(P)\sigma;\end{aligned}\tag{15}$$

3) $y-C\hat{x}=Ce=0$，

$$\dot{V}(e)=-e^{\mathrm{T}}Qe+2e^{\mathrm{T}}PB\eta_2(t,x)+2e^{\mathrm{T}}C^{\mathrm{T}}\eta_1(t,x)+$$

$$
\begin{aligned}
&2e^{\mathrm{T}}P\delta(t) = \\
&-e^{\mathrm{T}}Qe + 2e^{\mathrm{T}}P\delta(t) \leqslant \\
&-\lambda_m(Q)\|e\|^2 + 2\|e\|\lambda_M(P)\sigma.
\end{aligned} \tag{16}
$$

由式(14)~(16)知

$$
\dot V(e) \leqslant -\lambda_m(Q)\|e\|^2 + 2\|e\|\lambda_M(P)\sigma, \tag{17}
$$

根据(17)有:当 $\|e\| > \dfrac{2\lambda_M(P)}{\lambda_m(Q)}\sigma$ 时,$\dot V(e) < 0$. 即观测器有一致最终有界的误差构造:$\|e\| \leqslant \dfrac{2\lambda_M(P)}{\lambda_m(Q)}\sigma$,当系统不存在外部干扰,即 $\delta(t) = 0$ 时有

$$
\lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{t\to\infty}(x(t) - \hat x(t)) = 0. \tag{18}
$$

定理 3.2　对于系统(1),当将假设 1 中的 $\eta_1'(t,x)$ 的限制改为 $\|\eta'(t,x)_1\| < \frac{1}{2}\alpha < \infty$ 时,α 为正常数,并且满足假设 1~假设 3 的其它条件时,我们构造如下形式的观测器:

$$
\dot{\hat x} = (A - KC)\hat x + Bu + Ky + L(\hat x, y, a_2(t,y)), \tag{19}
$$

其中

$$
L(\hat x, y, a_2(t,y)) =
\begin{cases}
-\dfrac{BF(C\hat x - y)}{\|F(C\hat x - y)\|}a_2(t,y), & FCe \neq 0, \\
0, & FCe = 0,
\end{cases} \tag{8'}
$$

则观测器有一致最终有界的构造误差,其误差的界为:

$$
\|e\| \leqslant \frac{2\lambda_M(P)}{\lambda_m(Q)}(\sigma + \alpha). \tag{9'}
$$

定理 3.2 的证明与定理 3.1 类似,在此从略.

4　结论(Conclusion)

利用变结构原理构造非线性系统观测器,当系统(1)满足定理 3.1 的条件时,保证观测器是渐近状态观测器.当系统存在外部干扰时,观测器存在误差,但误差一致最终有界;当系统(1)满足定理 3.2 的条件时,观测器始终存在构造误差,构造误差仍然是一致最终有界的.本文所讨论的观测器具有较强的鲁棒性.

参考文献(References)

[1] 高为炳,程勉,夏小华.非线性控制系统的发展[J].自动化学报,1991,17(6):513-523

[2] Christopher E and Sasahk S. On the development of discontinuous observer[J]. Int. J. Contr.,1994,59(5):1211-1229

[3] 严兴刚.复杂非线性系统相组合大系统的鲁棒与结构全息控制[D].沈阳:东北大学,1996

[4] 王江,王先来,王海涛.非线性系统变结构观测器[J].控制理论与应用,1997,14(4):603-607

本文作者简介

刘粉林　见本刊 2000 年第 2 期第 276 页.

陈　兵　1958 年生.副教授.1998 年在东北大学获博士学位,现在东北大学从事博士后研究工作,研究领域为复杂控制系统的结构性分析,鲁棒控制等.

王银河　见本刊 2000 年第 2 期第 276 页.

张嗣瀛　见本刊 2000 年第 2 期第 276 页.