

管道内微机器人弯管运动的动力学稳定性

程良伦 杨宜民

(广东工业大学自动化研究所·广州, 510090)

摘要:介绍了一种新型管道内微机器人,根据该机器人建立了有摩擦接触的微机器人受限运动的动力学模型,用奇异摄动法解释了降阶刚体模型接触力稳定性的附加条件,利用该模型分析了管道内微机器人在弯管内运动的稳定性。

关键词:管道内微机器人;摩擦受限接触;弯管运动;稳定性

文献标识码:A

Dynamics Stability of the Micro Robot Moving in Bent Pipe

CHENG Lianglun and YANG Yiming

(Automation Institute, Guangdong University of Technology·Guangzhou, 510090, P. R. China)

Abstract: A new type of micro pipe robot is introduced. A constrained micro pipe robot dynamic model with frictional contact is proposed. a singular perturbation method is used to reveal additional necessary conditions to ensure contact force stability in the reduced rigid body model. And the stability of the micro pipe robot moving in bent pipe is analyzed.

Key words: micro pipe robot; frictional constrained contact; moving in bent pipe; stability

1 引言 (Introduction)

微机器人的研究是 MEMS (micro electro mechanical system) 的主要研究内容之一,它在军事国防、生物医学、航空航天、工业农业等领域有着广泛的应用前景。在实际中,有许多应用场合作业空间狭小,例如人体内循环系统、消化系统的检查与治疗;核动力工厂、石油化工厂、热交换站等大量微小管道的探伤和维修都需要能在微型管道内工作的机器人。而在这方面的研究在国内外才刚刚起步。由于管道内微机器人运动范围的限制,在研究过程中,会遇到诸如机械结构设计、加工、力的控制,以及不同工作环境因素对系统的影响等等特殊的问题。

本文介绍的管道内微机器人,可以运行在一定形状的管道内。该机器人: 1) 借用仿生学原理,结构独特,简单,新颖,目前尚未发现类似结构的研究报告; 2) 运行速度快且具有一定的负载能力; 3) 可以方便地实现前进和后退; 4) 具有图象识别和处理功能,实现了智能控制; 5) 能用于电缆布线,小型管道的检查,维护等,其研究同时为能进入人体内,从事体内检查、定点投药和从事局部手术的医疗微机器人的研究提供有益的帮助。

在进行微管道机器人的实验中发现,由于机器

人的两端经常与管道的两侧相接触,而使机器人的运动成为受限运动,当机器人在直管内以一定的速度运动时,由于管道内的环境条件因素的影响极有可能被“卡住”(与管径大小有密切关系);在弯管内运动时,由于弯管有一定的角度,机器人也有可能“搁浅”(与管径及弯度大小有密切关系),导致机器人在管道内可能存在不稳定的运动。

本文着重分析了有摩擦接触的微机器人系统的受限动力学模型及管道内微机器人弯管内运动稳定性分析。

2 管道内微机器人及其运动特性分析 (Micro pipe robot and its motion characteristic analysis)

为了实现能运行管道直径在 20mm 以下,可以在核电厂、航空航天装置的微细管道内从事探伤和检测的微机器人,我们设计了管道内微机器人(电磁式) MPR-I 和 MPR-II 型两种类型,其结构参考文献[1]。

设计的管道内微机器人,要求能在一定形状的弯管内运行,机器人本身在一定的尺寸范围内可以弯曲,为便于在弯管内运行,机器人的每节的长度有一定的限制。根据机器人在管道内的运动特点,机器人的主体可以认为是刚体(由结构本身决定),微机器人在弯管内运行问题实际上可以看成是有摩擦接触的受限刚体的运动问题。根据参考文献[1],管道

内的微机器人的摩擦模型是库仑摩擦模型. 对于一定形状的弯管, 无论水平还是垂直的, 管道内微机器人在管内的运动与管道的内部条件有着密切的关系, 管内壁的摩擦特性、管道的弯度、管径的大小等等都有直接的影响. 为了进一步指导设计、优化系统结构, 有必要进行研究弄清适合机器人运动的弯管形状、管道的内径范围及能保证稳定运行条件等.

3 受限机器人弯管内运动的动力学方程 (Dynamic equations of constrained robot moving in bent pipe)

为了研究机器人运行的稳定性, 必须先建立受限机器人弯管内运动的动力学模型. 不失一般性, 设机器人主体有 n 个自由度由矢量 q 表示, m 个受限接触面, 设 $\phi_i(q)$ 为主体(质心)与第 i 个接触点之间的最小距离, 单面的接触受限可以表示为:

$$\Phi_i(q) \geq 0. \quad (1)$$

上式仅当机器人在质心处接触时等式成立.

为便于分析问题, 本文作如下的假设:

- 1) 接触为确定数目的点接触.
- 2) 接触法线是严格确定的, 在广义力系统空间内是线性无关的.
- 3) 接触摩擦符合库仑摩擦规律.
- 4) 摩擦力方向已知, 总是相对于接触面.
- 5) 所有接触是滑动接触而非滚动接触.

机器人的受限距离函数可以写成一个行向量 $\Phi(q) \in \mathbb{R}^m$, 其 Jacobian 矩阵为 $\Phi_q = \partial\Phi/\partial q$, 表示接触力在广义力和矩阵空间中的变换量. 这样, 受限的动力学方程为:

$$M(q)\ddot{q} + h(q, \dot{q}) = u + \Phi_q^T(q, t)\lambda + f_f. \quad (2)$$

其中 $M(q)$ 是惯性矩阵, h 是由离心力, 哥氏力及重力等组成的矢量, u 表示广义的输入力、力矩, λ 表示在法线方向上的受限力的矢量, f_f 表示摩擦力的总和及其力矩在广义坐标上的变换量.

根据库仑摩擦模型, 假设摩擦力在滑动期间与接触压力成线性关系, 在接触点 i 切线方向上的相对速度为 $\Gamma_i(q)\dot{q}$, 其中 $\Gamma_i^T \in \mathbb{R}^n$, 故 f_f 的分量可以表示为

$$f_{fi} = \hat{\Phi}_q^T(q, \dot{q}, \mu_i)\lambda = - \sum_{i=1}^m \mu_i \operatorname{sgn}(\Gamma_i(q)\dot{q})\Gamma_i^T\lambda. \quad (3)$$

为方便起见, 引入矩阵 $\hat{\Phi}_q \in \mathbb{R}^{m \times n}$, 其行向量为 $\hat{\Phi}_{qi}$, $i = 1, \dots, m$.

将所有的摩擦系数用矢量 μ 表示, 则 $\mu = [\mu_1,$

$\mu_2, \dots, \mu_m]^T$, 故其动力学方程可以改写成:

$$M(q)\ddot{q} + h(q, \dot{q}) = u + [\Phi_q^T(q) + \hat{\Phi}_q^T(q, \dot{q}, \mu)]\lambda. \quad (4)$$

法向接触加速度的矢量可通过矢量 Φ 对时间的两次微分而得到:

$$\ddot{\Phi} = \Phi_q\ddot{q} + \dot{\Phi}_q\dot{q}. \quad (5)$$

刚体问题接触力的确定, 对于单面接触, 可以降阶为线性补偿问题(linear complementarity problem). 无摩擦情形, 总是存在唯一解 λ , 当受限并不都是线性无关时(Φ_q 的行是线性相关的), 系统是静态不确定且受限力 λ 不能唯一地确定^[2]. 在有摩擦的条件下, 由于非线性受限, 接触力不可知, 这时要证明解的存在性和唯一性相当困难; 另一方面, 由于接触力是状态变量的明确的函数关系, 在某些参考文献中, 每个力的连续模型已经建立, 建立其集总模型更具有吸引力. 但这些模型都过于复杂, 导致接触模型高维化. 这就有必要在上述模型的基础上做些变换, 进行降阶处理. 对于单面作用的滑动接触的刚体, 法向力 λ_i 及法向加速度 $\ddot{\Phi}_i$ 构成互补对, 必须满足:

$$\lambda_i \geq 0, \quad \ddot{\Phi}_i \geq 0, \quad \lambda_i \ddot{\Phi}_i = 0. \quad (6)$$

对于法向接触力为正且法向加速度为 0, 或法向加速度为正且接触力为 0, 利用式(4)、(5), 根据法向力 λ 和输入 u , 接触的法向加速度矢量可写成:

$$\ddot{\Phi} = \Phi_q M^{-1}[\Phi_q^T + \hat{\Phi}_q^T]\lambda + (\Phi_q M^{-1}(u - h) + \dot{\Phi}_q\dot{q}). \quad (7)$$

根据其一般形式, 线性补偿问题的解决, 取决于矢量 $x \in \mathbb{R}^m$, 给出的矩阵 $D \in \mathbb{R}^{m \times m}$ 及矢量 $y \in \mathbb{R}^m$ 是否满足

$$Dx + y \geq 0, \quad x \geq 0, \quad x_i(Dx + y)_i = 0. \quad (8)$$

如果 D 所包含的所有特征余子式都为正, 则矩阵 $D \in \mathbb{R}^{m \times m}$ 是正则阵. 当且仅当, 矩阵 D 为正则阵, LCP 由 D 给出, 且对于所有矢量 y 存在唯一解 x , 即 x 存在且唯一.

根据刚体动力学问题, 可以得到下列结论:

$$\begin{cases} x \approx \lambda, \\ y \approx \Phi_q M^{-1}(u - h) + \dot{\Phi}_q\dot{q}, \\ D \approx \Phi_q M^{-1}[\Phi_q^T + \hat{\Phi}_q^T]. \end{cases} \quad (9)$$

在矩阵 D 中, 对于任意输入力和力矩 u , 法向接触力存在且唯一, 上述结论提供了充要条件.

4 稳定性分析(Stability analysis)

根据上述结论, 解决了刚体的前向动力学问题, 其解对于单面接触的情形是存在且唯一的. 但并没有直接地指出其刚体问题的稳定性. 下面探讨对于

全阶模型,包括接触受限和阻尼,用奇异摄动分析来确定,在什么条件下降阶刚体模型是稳定且正确的.当然,结论的正确性取决于用于分析的全阶模型的有效性.根据模型接触力是系统状态的函数,来选择最简单的全阶模型.特别地,通过集总刚性和衰减来建立接触力模型,仅当存在零法向力时,可以放宽刚体的假设条件,受限方程 $\Phi = 0$,故可将 λ 写成

$$\lambda_i = \begin{cases} -[C\dot{\Phi} + K\Phi]_i, & \Phi_i < 0, \\ 0, & \text{其它.} \end{cases} \quad (10)$$

其中, $C, K \in \mathbb{R}^{m \times m}$ 是对角的阻尼及刚性矩阵.

4.1 奇异摄动分析(Singular perturbation analysis)

上述的刚体模型来源于微分代数方程的集合.其精确模型微细变形的受限接触模型是一个相当精确的模型,这些形变主要体现在其阶次明显小于初始的机械运动系统的阶次.通过设定这些形变为零(或者通过允许对应的刚体为无穷大),重建刚体模型的微分方程.

设有一个小的常数 $\epsilon \ll 1$,加入到受限接触模型的状态方程中,如果设定 $\epsilon = 0$,状态方程等效于微分方程,在机械系统中有两个时域范围:第一时域范围,对应于刚体模型的降阶模型;第二时域范围,是第一时域范围接触动力学方程的特征值.

根据奇异摄动理论可以将系统模型分成降阶模型(慢反应)和临界层模型(快反应),系统的响应由受限模型描述,即由慢响应和快速瞬态响应组成.如果临界层是按指数稳定的,则快速瞬态响应将指数地收敛于零,且可忽略高频接触动力学问题,降阶模型可以通过忽略受限来得到(小参变量的效果对非参数模型是鲁棒的).如果临界层是不稳定的,则不可以忽略某些项,有必要使用完整的动力学模型^[3].

为简便起见,我们选用最简单的全阶模型.用一个小的常数 ϵ 表示对角的阻尼及刚性矩阵,以便在 $\epsilon \rightarrow 0$ 时,刚体模型是可以恢复的.且假设 ϵ 与刚性和阻尼一样,对任意接触 $c > 0, k > 0$, 及 $I \in \mathbb{R}^{m \times m}$. 有

$$C = \frac{cI}{\sqrt{\epsilon}}, \quad K = \frac{kI}{\sqrt{\epsilon}}. \quad (11)$$

接触力为

$$\lambda_i = -\left[\frac{c}{\sqrt{\epsilon}}\dot{\Phi} + \frac{k}{\epsilon}\Phi\right]_i \geq 0. \quad (12)$$

C, K 的关系用来选取接触的阻尼率 $\zeta = \sqrt{c^2/k}/2$, 根据这一模型,两物体之间的接触存在着撞击.对于弹性碰撞 $c = \zeta = 0$, 回复系数 $e = 1$; 对于非弹性碰撞 $k < 0, \zeta = \infty, e = 0$. 但是,为了准确地划分时域范围,刚性值必须在极限上强于阻尼,特别

地 k, c 必须满足 $k/c \ll \sqrt{\epsilon}$, 则动态方程可以写为:

$$M(q)\ddot{q} + h(q, \dot{q}) = u - [\Phi_q^T + \dot{\Phi}_q^T] \left[\frac{c}{\sqrt{\epsilon}}\dot{\Phi} + \frac{k}{\epsilon}\Phi \right]. \quad (13)$$

为了展示式(13)的两个时间域,必须写成按快、慢变化的标准形式.根据参考文献[4],接触交点距离用快变量 z 表示,受限刚体模态用慢变量 x 表示.

根据 q 则有

$$\begin{bmatrix} \epsilon z \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi(q_1, q_2) \\ q_2 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^n. \quad (14)$$

其中 q , 可以分解为 $q_1 \in \mathbb{R}^m, q_2 \in \mathbb{R}^{n-m}$, 根据接触法线矢量的线性无关性,可知 Φ_q 的秩为 m , 根据逆函数原理:

$$\begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Omega(\epsilon z, x) \\ x \end{bmatrix}. \quad (15)$$

为了在新条件下表示式(13),则式(15)的 Jacobian 方程为:

$$J(\epsilon z, x) = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Omega}{\partial \epsilon z} & \frac{\partial \Omega}{\partial x} \\ 0 & I \end{bmatrix}. \quad (16)$$

依据 $(\epsilon z, x)$, 可得所有分量的表达式

$$J^T M J \begin{bmatrix} \epsilon \dot{z} \\ \dot{x} \end{bmatrix} + J^T M J \begin{bmatrix} \epsilon \dot{z} \\ \dot{x} \end{bmatrix} + J^T h = -J^T (\Phi_q^T + \dot{\Phi}_q^T) (c\sqrt{\epsilon}\dot{z} + kz) + J^T u. \quad (17)$$

由于

$$\Phi(q_1, q_2) = \Phi(\Omega(\epsilon z, x); x) = \epsilon z, \quad (18)$$

$$\text{则} \quad \frac{\partial \Phi}{\partial (\epsilon z, x)} = \Phi_q J = [I \quad 0], \quad (19)$$

$$J^T \Phi_q^T = \begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (20)$$

经重新排列

$$\begin{bmatrix} \epsilon \dot{z} \\ \dot{x} \end{bmatrix} = -J^{-1} J \begin{bmatrix} \epsilon \dot{z} \\ \dot{x} \end{bmatrix} - J^{-1} M^{-1} h - J^{-1} M^{-1} J^{-T} \begin{bmatrix} c\sqrt{\epsilon}\dot{z} + kz \\ 0 \end{bmatrix} - J^{-1} M^{-1} \dot{\Phi}_q^T (c\sqrt{\epsilon}\dot{z} + kz) + J^{-1} M^{-1} u. \quad (21)$$

定义标志

$$(A)_{uv} = [a_{ij}], \quad i = 1, \dots, u, \quad j = 1, \dots, v. \quad (22)$$

故快速动力学方程可写成:

$$\begin{aligned} \epsilon \dot{z} = & -(J^{-1} J)_{mn} \begin{bmatrix} \epsilon \dot{z} \\ \dot{x} \end{bmatrix} - (J^{-1} M^{-1})_{mn} h - \\ & (J^{-1} M^{-1} J^{-T})_{mm} (c\sqrt{\epsilon}\dot{z} + kz) - \\ & (J^{-1} M^{-1} \dot{\Phi}_q^T)_{nm} (c\sqrt{\epsilon}\dot{z} + kz) + (J^{-1} M^{-1})_{nn} u. \end{aligned} \quad (23)$$

当 $\varepsilon = 0$ 时, 如果式(23) 有一个或多个独立的实根 $\bar{z}(x, x)$ 时, 式(21) 是其标准形式. 降阶的刚体模型 $(\bar{x}, \dot{\bar{x}})$ 可通过置换 $\bar{z}, \varepsilon = 0$, 根据式(21) 的最后 $n - m$ 行得到. 只要矩阵和 $(J^{-1}M^{-1}J^{-T})_{mm} + (J^{-1}M^{-1}\Phi_q^T)_{mm}$ 是可逆的, 则可通过式(23) 求出 \bar{z} . 对于单面受限的情形 $\bar{z}_i \leq 0$, 满足式(12)、(14), 但是从求解 \bar{z} 出发, 无法得到这一点的稳定性及刚体模型的稳定性.

为了研究临界层的稳定性, 在时间域 $\tau = t/\sqrt{\varepsilon}$ 内引入坐标变换 $y = z - \bar{z}$. 由于在 τ 内, 时间量 t 和 x 缓慢变化. 在 $\varepsilon = 0$ 时, 式(23) 可以估算出联系稳定解的估计值 \bar{z} , 临界层的动力学方程 $y = 0$ 表示为:

$$y'' + [J^{-1}M^{-1}J^{-T}]_{mm} [J^{-1}M^{-1}\Phi_q^T]_{mm} (cy' + ky) = 0. \quad (24)$$

'表示对 τ 的微分, 重写式(16), 其逆为

$$J^{-1}(\varepsilon z, x) = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Omega}{\partial \varepsilon z} & - \left[\frac{\partial \Omega}{\partial \varepsilon z} \right]^{-1} \left[\frac{\partial \Omega}{\partial x} \right] \\ 0 & I \end{bmatrix}. \quad (25)$$

式(24)的矩阵乘积仅为这一矩阵的 m 行, 注意到式(14)的 Jacodian 方程是 $J(\varepsilon z, x)$ 的逆,

$$\frac{\partial(\varepsilon z, x)}{\partial(q_1, q_2)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Phi}{\partial q_1} & \frac{\partial \Phi}{\partial q_2} \\ 0 & I \end{bmatrix} = J^{-1}(\varepsilon z, x). \quad (26)$$

由式(25)、(26)得:

$$(J^{-1})_{mm} = \left[\left[\frac{\partial \Omega}{\partial \varepsilon z} \right]^{-1} - \left[\frac{\partial \Omega}{\partial \varepsilon z} \right]^{-1} \left[\frac{\partial \Omega}{\partial x} \right] \right] = \left[\frac{\partial \Phi}{\partial q_1} \quad \frac{\partial \Phi}{\partial q_2} \right] = \Phi_q, \quad (27)$$

所以, 可以用原始条件表示临界系统:

$$y'' = [\Phi_q M^{-1}(\Phi_q^T + \hat{\Phi}_q^T)](cy' + ky) = 0, \quad (28)$$

或

$$\begin{bmatrix} y' \\ y'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -kD & -cD \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ y' \end{bmatrix}, \quad (29)$$

$$D = [\Phi_q M^{-1}(\Phi_q^T + \hat{\Phi}_q^T)].$$

综上所述, 对于有效的刚体模型, 式(13)所描述的系统, 根据初始条件的平滑的系数 ε , 可写成式(23)的形式. 如果对于所有 $t \in [0, t_1]$, $[x, x, z, \dot{z}]$ 的邻域内满足下列条件: 1) 式(21) 的右边项及其一阶偏导数有界且连续; 2) 临界层系统的初值是按照指数规律稳定的; 3) $\bar{z}(x, \dot{x})$ 对其变量存在连续的一阶偏微分.

则有: 通过变换 $\varepsilon = 0, z = \bar{z}$, 从式(21) 的最后 $n - m$ 行中得到的降阶刚体模型 $(\bar{x}, \dot{\bar{x}})$, 对所有的 $t \in$

$[t_0, t_1]$, 其中 $t_0 \in [0, t_1]$, 存在唯一的有界解; 存在正常数 δ 及 ε^* , 对于所有的初始条件 $z(t_0, \varepsilon), \dot{z}(t_0, \varepsilon), x(t_0, \varepsilon), \dot{x}(t_0, \varepsilon)$ 满足

$$\left\| \begin{bmatrix} z(t_0, \varepsilon) \\ \dot{z}(t_0, \varepsilon) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{z}(t_0, x(t_0, 0), \dot{x}(t_0, 0)) \\ 0 \end{bmatrix} \right\| < \delta. \quad (30)$$

在邻域 $[t_0, t_1]$ 内 $0 < \varepsilon < \varepsilon^*$, 奇异摄动问题存在唯一解 $x(t, \varepsilon), \dot{x}(t, \varepsilon), z(t, \varepsilon), \dot{z}(t, \varepsilon)$ 且

$$\begin{bmatrix} x(t, \varepsilon) \\ \dot{x}(t, \varepsilon) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{x}(t) \\ \dot{\bar{x}}(t) \end{bmatrix} = O(\sqrt{\varepsilon}), \quad (31)$$

$$z(t, \varepsilon) - \bar{z}(t) = O(\sqrt{\varepsilon}). \quad (32)$$

4.2 临界层稳定性 (Stability of boundary layer)

通过上述讨论及初始条件的线性化, 临界层的稳定性取决于 $D = \Phi_q M^{-1}(\Phi_q^T + \hat{\Phi}_q^T)$ 的特征值在 $\bar{z}(x, \dot{x})$ 的取值及 $c > 0$ 和 $k > 0$ 的值.

根据参考文献[2,4], 矩阵 D, c 和 k 不仅决定临界层的稳定性, 且在刚体 LCP 公式中决定了解的存在性和唯一性.

上述表明, 为了保证解的存在性和唯一性, LCP 中仅要求 D 是正则矩阵 (P -矩阵), 奇异摄动分析把附加受限强加于与 D 相联系的实际受限中.

给出的 Φ_q^T 的列线性地取决于接触的摩擦系数, 无摩擦的临界层依赖于 $\Phi_q M^{-1}\Phi_q^T$ 的特征值. 由于 M 是正则对称矩阵, $\Phi_q M^{-1}\Phi_q^T$ 存在且无摩擦的临界层总是稳定的; 当摩擦系数从零开始增加时, D 的有效值从其开始值沿正实轴游动.

对于大多数情形, 这一矩阵可能存在不足之处, 式(28) 变换成 Jordan 形式 $\Phi_q M^{-1}(\Phi_q^T + \hat{\Phi}_q^T)$ 的 Jordan 型为 J , 这一变换导出其特征等式

$$\det(Is^2 + cJs + kJ) = 0. \quad (33)$$

其中 $I \in \mathbb{R}^{m \times m}$ 是单位矩阵, 对角阵的行列式由对角元素的乘积组成

$$s^2 + c(a + ib)s + k(a + ib) = 0. \quad (34)$$

其中 $a + ib$ 是 $\Phi_q M^{-1}(\Phi_q^T + \hat{\Phi}_q^T)$ 的一个复合的特征值, 如果式(34) 对于所有的 $\Phi_q M^{-1}(\Phi_q^T + \hat{\Phi}_q^T)$ 存在稳定性, 则临界层是稳定的.

验证式(34) 容易看出是指指数稳定的.

$$\begin{cases} a > 0, \\ ac^2(a^2 + b^2) - b^2k > 0. \end{cases} \quad (35)$$

由上可知, 仅在单滑动接触的情形下, LCP 的解存在且唯一, 当且仅当任意 $\zeta > 0$ 时临界层是按指数规律稳定的. 对于单接触, $\Phi_q M^{-1}(\Phi_q^T + \hat{\Phi}_q^T)$ 是一标量, 由式(35) 导出的结果且实际上 P -矩阵的实特

征值必须是正的.对于多接触情形,如果 $\Phi_q M^{-1}(\Phi_q^T + \Phi_q^T)$ 是 P -矩阵,它应该有正或负的复合的特征值(正或负实部特征值由 $R^{3 \times 3}$ 或更高的 P -矩阵产生).如果一个特征值的实部是负的,临界层是不稳定的,如果一个特征值的实部是正的,临界层是稳定的,这取决于 $\zeta = \sqrt{c^2/k}/2$ 的值.对于上述任一情形,如果接触力是按正弦指数地增加,临界层是不稳定的.

5 仿真研究(Simulating study)

无论是 MPR-I 型或 MPR-II 型微机器人,在弯管中运动时,都将以一节的长度跨越弯管,故在下面的分析中将单节的机器人称为机器人主体.图 1 是管道内微机器人在管道内运动的两种主要方式,在一般情形下,机器人可以在管内沿管壁正常运行,但在管内有某些微小的障碍物时,或管径太大时,机器人主体与管壁存在撞击,可能使其改变正确的移动方向,会使机器人处于图 1(a) 的情形.而机器人在弯管内运行时其运动情形如图 1(b) 所示,设管道内微机器人的主体以单面与两个管壁相接触的运动,机器人的主体认为是刚体,机器人主体具有三个自由度,分别用 x, y 坐标及角度 α 来描述,故有 $q = [x, y, \alpha]^T$, 机器人主体的长度为 $2l$, 质量为 m , 惯量为 J 集中于质心.

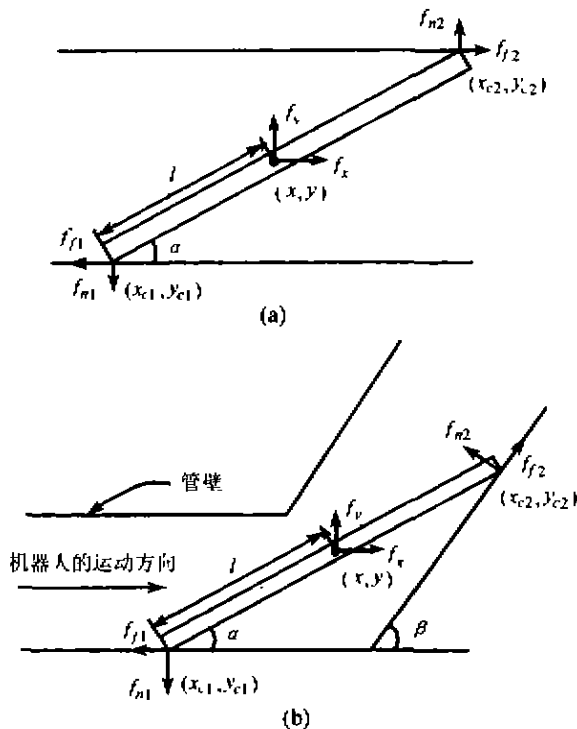


图 1 机器人的主体结构与受限管壁的关系

Fig. 1 Relationship between constrained pipe wall and the main robot

如图 1(b), 机器人两端受限:

$$\Phi = \begin{bmatrix} y - l \sin \alpha \\ (x + l \cos \alpha) \sin \beta - (y + l \sin \alpha) \cos \beta \end{bmatrix} \quad (36)$$

微分得:

$$\dot{\Phi}_q = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -l \cos \alpha \\ \sin \beta & -\cos \beta & -l \cos(\alpha - \beta) \end{bmatrix} \quad (37)$$

根据式(3):

$$f_{f1} = \dot{\Phi}_q^T(q, \dot{q}, \mu_i) \lambda = - \sum_{i=1}^m \mu_i \text{sgn}(\Gamma_i(q) \dot{q}) \Gamma_i^T \lambda_i, \quad (38)$$

$$f_f = \dot{\Phi}_q^T \lambda. \quad (39)$$

故

$$\dot{\Phi}_q^T = \begin{bmatrix} -\mu_1 \text{sgn}(\dot{x}_{c1}) & -\mu_2 \text{sgn}(\dot{x}_{c2}) \cos \beta \\ 0 & -\mu_2 \text{sgn}(\dot{x}_{c2}) \sin \beta \\ -\mu_1 \text{sgn}(\dot{x}_{c1}) l \sin \alpha & -\mu_2 \text{sgn}(\dot{x}_{c2}) l \sin(\alpha - \beta) \end{bmatrix} \quad (40)$$

其中 \dot{x}_{ci} 表示在接触点 i 机器人主体的运动速度沿 x 轴的分量.在此情形下

$$D = \Phi_q M^{-1}[\dot{\Phi}_q^T + \Phi_q^T] = [a_{ij}].$$

其中

$$\begin{cases} a_{11} = m^{-1} + (l^2/J)(\cos^2 \alpha + \mu_1 \text{sgn}(\dot{x}_{c1}) \sin \alpha \cos \alpha), \\ a_{12} = -(\cos \beta + \mu_2 \text{sgn}(\dot{x}_{c2}) \sin \beta) / m + \\ \quad (l^2/J) \cos \beta (\cos(\alpha - \beta) - \mu_2 \text{sgn}(\dot{x}_{c2}) \sin(\alpha - \beta)), \\ a_{21} = -(\cos \beta + \mu_1 \text{sgn}(\dot{x}_{c1}) \sin \beta) / m + \\ \quad (l^2/J) (\cos(\alpha - \beta) (\cos \beta + \mu_1 \text{sgn}(\dot{x}_{c1}) \sin \alpha)), \\ a_{22} = m^{-1} + (l^2/J) (\cos(\alpha - \beta) (\cos(\alpha - \beta) - \\ \quad \mu_2 \text{sgn}(\dot{x}_{c2}) \sin(\alpha - \beta)). \end{cases} \quad (41)$$

由此可以看出 $D = \Phi_q M^{-1}[\dot{\Phi}_q^T + \Phi_q^T]$ 的特征值是由机器人主体与管壁的结构 (α, β) , 以及无量数组 $1 \leq ml^2/J < \infty$ 决定.根据稳定性条件, D 的特征值为 $a + ib$, 根据式(35)有 $a > 0, b = 0$ 时系统才是稳定的.

下面讨论 (α, β) 的取值范围与系统的稳定性的关系.

设 $ml^2/J = 3$ (标准的质量分布), 当 (α, β) 分别取不同的值时, 根据上述分析考察机器人主体的运动稳定性, 对应不同条件下的稳定性图如下: 存在符号“+”的区域表示不稳定的区域, 此时 D 具有负的实特征值; 存在符号“-”的区域表示不稳定的区域, 此时 D 具有复特征值, 虚部不为零; 只有符号“□”的区域表示稳定的区域, 此时 D 具有正的实特征值. 图 2

中横坐标表示 $\mu_1 \text{sgn}(\dot{x}_{c1})$, 纵坐标表示 $\mu_2 \text{sgn}(\dot{x}_{c2})$. μ_1, μ_2 分别表示不同的接触面的摩擦系数.

由图 2 可以看出, 随 β 的增加, 稳定性区域越来越

越小(α 的取值等于 β 值, 在运算过程中 β 值由零按步长 $\pi/16$ 逐步增加), 运算中发现在相同的管道弯度下(β 值相同), 起始角 α 越小, 稳定性区域越大.

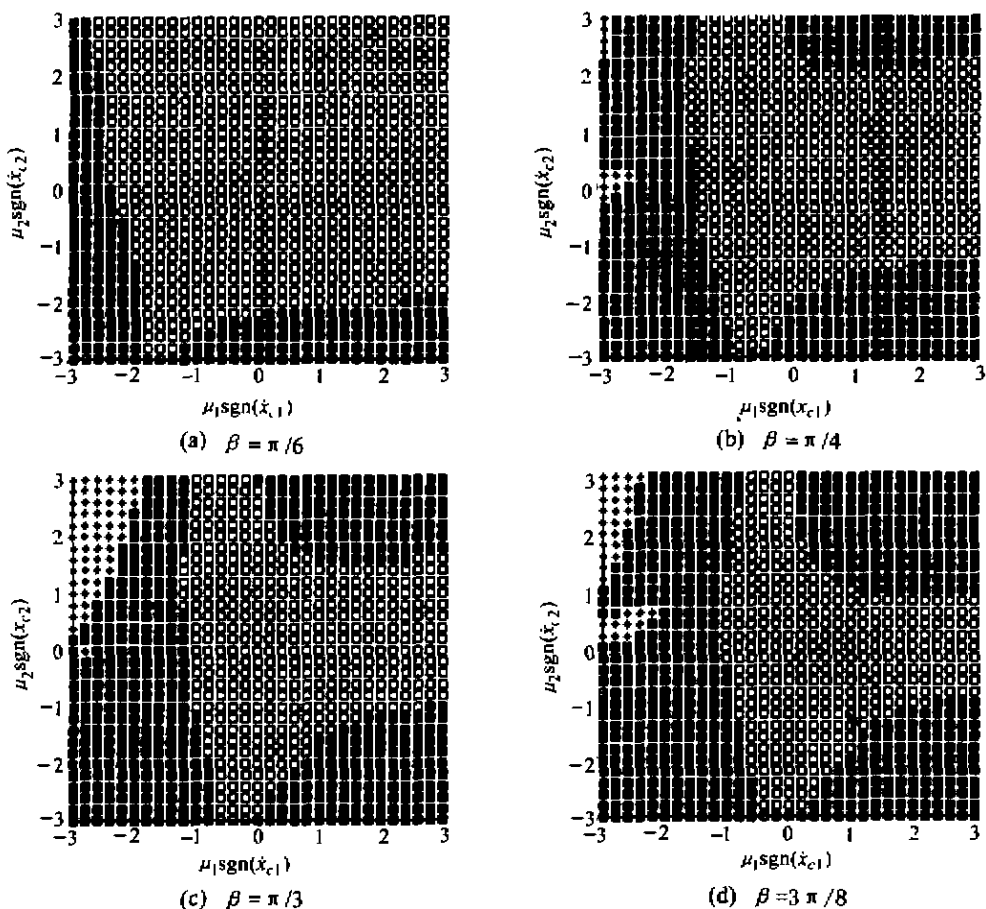


图 2 机器人弯管运动稳定性
Fig. 2 Stability of the robot moving in bent

对于管的直径的影响, 可以通过下列分析得到, 机器人在弯管内运动是否“搁浅”的最严峻的情形如图 3 所示. 机器人与两接触面构成等腰三角形, 设保证上述弯管运动稳定性的弯度(设弯度为 $3\pi/8$), 机器人的长度 $2l$ 为 20mm, 直径 d 为 8mm.

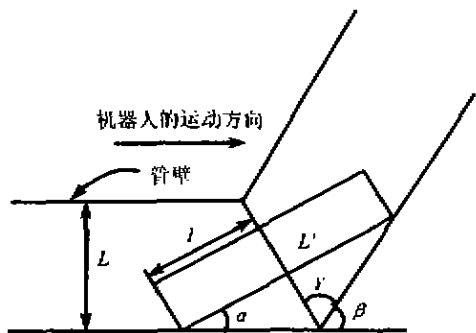


图 3 管径对稳定性的影响
Fig. 3 Pipe diameter affects stability
如图 3 所示:

$$\gamma = (\pi - \frac{3\pi}{8})/2 = \frac{5\pi}{16}, \quad (42)$$

$$L' = \frac{L}{\sin \frac{5\pi}{16}}, \quad (43)$$

为保证机器人能顺利通过弯管, 则必须满足

$$L' \geq d + \frac{l}{\text{tg}(5\pi/16)}, \quad (44)$$

则

$$\frac{L}{\sin(5\pi/16)} \geq d + \frac{l}{\text{tg}(5\pi/16)} \quad (45)$$

$$\Rightarrow L \geq \frac{l \sin(5\pi/16)}{\text{tg}(5\pi/16)} + d \sin(5\pi/16). \quad (46)$$

即 $L \geq 12.2075\text{mm}$.

故对应 $3\pi/8$ 的弯管, 保证机器人能顺利通过弯管的最小直径为 12.2075mm, 实验中选用直径为 15mm 的管道是正确的.

6 实验结果(Experiment result)

根据以上分析,用 MPR-I 型机器人(技术参数:长度 20mm,直径 8mm,重量 7.9g,驱动器个数为 1,最大速度 40mm/s,工作频率 0 ~ 45Hz,负载力 > 0.5N)^[1]进行实验.实验用的管道的管径为 15mm,长约 75cm,管道内表面的光洁度为 3.2,铁管;位移测量装置采用英国 RENISHAW 公司的 ML10 激光干涉仪的改进型(主要改造光回路).用 $\pi/6, \pi/4, \pi/3, 3\pi/8$ 几种弯管,以机器人在直管中的最大速度对应的工作频率 20Hz 分别进行实验,选用不同的摩擦材料改变接触面的摩擦系数.机器人基本上能完成在弯管内的运动(速度不尽相同),这一结果与理论计算相一致.

参考文献(References)

- [1] Cheng Lianglun and Yang Yiming. Study on micro robot in fine pipe [A]. Int. Advanced Robotics Program '98 on Micro Robotics and System [C], Beijing, China, 1998

(上接第 57 页)

5 结论(Conclusion)

1) 该反数字变换算法的建立已考虑了系统的零输入响应,因此,在应用时,不用考虑系统初始条件的影响.

2) 该反数字变换算法具有适于应用的典型形式,而且借助于它们可以构成任意阶的反数字变换算法,由此可形成适于应用的递推算法.

3) 根据反数字变换算法的特点,它可以应用于线性系统的参数辨识和控制系统或器件的频率特性改善上.用于线性系统的参数辨识时无须对系统建模并可同时辨识系统的参数与阶数.从理论上讲,应用它对线性系统进行参数辨识时可以达到任意给定的精度,但是,对于实际系统而言,由于存在噪声干扰,使得辨识结果存在一定的误差.试验表明,当噪声干扰小于信号能量的 5% 时,辨识结果可以满足工程要求.

参考文献(References)

- [1] Kolosov O S and Feng Zhanlin. Inverse digital filtering for control [A]. Transactions of Moscow State Institute of Radiotechnology System [C], Moscow, 1995, 43 - 45 (in Russian)
- [2] Galfulin A S. Method of Solving the Inverse Problem of Dynamics

- [2] Trinkle J, Pang J, Sudarsky S, et al. On dynamic multi-rigid-body contact problems with coulomb friction [J]. Zeitschrift for Angewandte Mathematic and Mechanic, 1997, 77(2): 267 - 269
- [3] O'Malley R E, Jiang Furu, Shang Hanyi, et al. Introducing to Singular Perturbation (Chinese version) [M]. Beijing: Science Press, 1988
- [4] Trajan V and Burridge R. Dynamics of a rigid body in frictional contact with rigid walls: motion in two dimensions [A]. In: Proc. 1987 IEEE Int. Conf. Robot Automat. [C], Raleigh, NC, 1987
- [5] Xu Shuhai and Zhu Fangsheng. Numerical Method for Stiff Differential Equations [M]. Wuhan: Wuhan University Press, 1987 (in Chinese)
- [6] Bi Xuetao. Advanced Dynamics [M]. Tianjin: Tianjin University Press, 1994 (in Chinese)

本文作者简介

程良伦 1965 年生, 1986 年毕业于华中理工大学自动控制工程系, 1992 年获华中理工大学工业自动化硕士学位. 现为广东工业大学电气工程及自动化系副教授, 主要从事智能控制、机器人技术的研究.

褚宜民 1945 年生, 现为广东工业大学电气工程及自动化系教授, 博士生导师, 研究领域: 智能控制, 微机器人技术.

[M]. Moscow: Nauka, 1986 (in Russian)

- [3] Orlov Yu V and Razumuvskii D D. Numerical method of solving optimal generalized control [J]. Automatics and Telemechanics, 1993, 5 (5): 44 - 46 (in Russian)
- [4] Korn G and Korn T. Mathematics Handbook for the Science Worker and Engineering [M]. Moscow: Nauka, 1984 (in Russian)
- [5] Anisimov D N. Identification of linearity dynamic object by the method of exponential modulation [J]. Herald of Moscow Power Engineering, 1994, (2): 74 - 78 (in Russian)
- [6] Abutaliev E D and Bulishev U Sh. Method and Algorithm of Identification for System of Controlling the Continuously Operational Object [M]. Tashkent: Fan, 1990 (in Russian)
- [7] Fang Chongzhi and Xiao deyun. Process Identification [M]. Beijing: Tsinghua University Publishing House, 1988 (in Chinese)
- [8] Zhang Xizmda. Signal Processing [M]. Beijing: Tsinghua University Publishing House, 1995 (in Chinese)

本文作者简介

冯占林 1963 年生, 1997 年在莫斯科动力学院获博士学位, 现在清华大学自动化系做博士后研究工作, 主要研究领域为自动控制理论与应用、系统辨识、信号处理等.

曹淑琴 1963 年生, 1989 年在阜新矿业学院获硕士学位, 现在清华大学自动化系华康公司工作, 主要研究领域为控制系统、工业自动化等.

李衍达 1936 年生, 中国科学院院士, 教授, 博士生导师, 清华大学信息学院院长, 主要研究领域为自动控制理论与应用、信号与信息处理、模式识别与智能系统、计算机网络等.