

# 离散事件动态系统的周期控制

曹 敬 陈树中

(华东师范大学计算机系·上海, 200062)

**摘要:** 讨论了在计算机网络通信等系统中,采用简单而切实可行的周期输入来进行控制时,离散事件系统的动态行为.结果表明:若采用周期输入,则系统的状态变量也呈周期性.当输入周期  $\mu$  大于系统的固有周期  $\lambda$  时,系统的状态也以  $\mu$  为周期,且有一定的抗抖动的能力;当  $\mu$  等于  $\lambda$  时系统利用率最高;当  $\mu$  小于  $\lambda$  时,系统将不堪负重产生阻塞.

**关键词:** 周期输入; 周期; 使用效率

**文献标识码:** A

## The Periodical Control of Discrete-Event Dynamic System

CAO Jing and CHEN Shuzhong

(Department of Computer Science, East China Normal University, Shanghai, 200062, P. R. China)

**Abstract:** We study the performance of a discrete-event system when using periodical input which is simple and practical especially in computer communication network. The result shows that the state vector is also periodical if the input is. Given that  $\mu$  and  $\lambda$  are the periods of input and system respectively. When  $\mu$  is greater than  $\lambda$ , the period of state vector is also  $\mu$  and the system will have good resistibility from disturbance to some extent. If  $\mu$  is equal to  $\lambda$ , the utilization is the best. If  $\mu$  is lower than  $\lambda$ , the system is overload and will have a congestion.

**Key words:** periodical input; period; utilization

### 1 引言(Introduction)

利用极大代数与 Petri 网,有限确定性离散事件动态系统可以被建模成下列方程<sup>[1]</sup>:

$$\begin{aligned} X(k) &= X(k-1) \cdot A \oplus U(k) \cdot B, \\ Y(k) &= X(k) \cdot C. \end{aligned} \quad (1)$$

文[1]中证明了极大代数下任一强连通的矩阵是周期阵,并通过引入状态反馈  $U(k) = X(k-1) \cdot K$ ,使闭环系统的矩阵  $A \oplus KB$ ,在不小于矩阵  $A$  的周期这个范围内任意配置.文[2]把文[1]的结果推广到一般情况,即非强连通情况.本文引入周期输入,达到了反馈所能达到的效果,且在抑制噪声、明确系统特性等方面都比反馈要好.采用周期输入控制方法,所需认识的是系统的整体性质而不是细节,它避免了反馈所带来的负担,特别是对计算机通信这样的大系统,不会带来额外的通信开销,因而更具有实际意义.

### 2 周期矩阵与周期输入(Periodical matrix and periodical input)

**定义 1**<sup>[1,2]</sup> 在极大代数  $D$ <sup>[2]</sup> 下,若存在  $\lambda \in$

$D, \lambda \neq \epsilon$  和正整数  $n_0, d$  使得

$$A^{d+n} = \lambda^d \cdot A^n, \quad \forall n > n_0.$$

则称  $A$  是  $d$  阶  $\lambda$  周期阵.称  $n_0 + d$  为周期阈;周期阈较小,则称速度较快.

**结论 1**<sup>[1]</sup> 设  $A$  是不可约阵,则  $A$  是周期阵,周期为其特征值.

**结论 2**<sup>[2,3]</sup> 设  $A \in D^{n \times n}$ ,图  $A$  含  $\omega$  个强连通支,则存在置换阵  $P$ ,使得:

$$PAP^{-1} = \begin{pmatrix} A_1 & A_{12} & \cdots & A_{1\omega} \\ \phi & A_2 & \cdots & A_{2\omega} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi & \phi & \cdots & A_\omega \end{pmatrix}. \quad (2)$$

其中  $A_1, A_2, \dots, A_\omega$  都是不可约阵,它们对应图  $A$  的  $\omega$  个强连通支,  $\phi$  是每一个元素都为  $\epsilon$  的矩阵.

**结论 3**<sup>[4]</sup>  $A$  是  $\lambda$  周期阵的充要条件是  $A$  的所有强连通分支的临界回路的平均权重都相等,为  $\lambda$ ,且最小阶是  $d$ .其中  $d = \text{l.c.m}\{\text{l.c.m}\{g.c.d\{d_n^i\}\}\}$ ,  $d_n^i$  是由图  $A^i$  中全部临界回路及回路上的点所构成的

图的第  $r$  个强连通分支的第  $s$  条特征回路的长,  $l.c.m$  表示最小公倍数,  $g.c.d$  表示最大公约数.

**定理 1** 若  $A$  是  $d$  阶  $\lambda$  周期阵, 则  $\mu \cdot E \oplus A$  也是周期阵, 设其周期为  $\omega$ , 则:

$$\omega = \begin{cases} \mu, & \text{if } \mu > \lambda, \\ \lambda, & \text{if } \mu = \lambda, \\ \lambda, & \text{if } \mu < \lambda. \end{cases}$$

且当  $\mu \geq \lambda$  时,  $\mu \cdot E \oplus A$  是 1 阶  $\mu$  阵, 速度不比  $A$  慢.

证  $\mu \cdot E \oplus A$  与  $A$  相比, 除主对角线上元素可能有变化外, 其它元素没有变化. 主对角线上元素若有变化, 则其在图中的对应点将含一个自己到自己的长为 1 权重为  $\mu$  的自回路. 即使有变化, 对其强连通性也没有影响. 据结论 3 的证明过程<sup>[4]</sup>, 以下证明中不妨设  $A$  是不可约的.

若  $\mu \geq \lambda$ , 则图中有平均权重为  $\mu$  的回路, 故  $\omega \geq \mu$ ; 现设  $R$  是图  $\mu \cdot E \oplus A$  中任意一个回路, 若  $R$  含有  $m$  ( $m$  可能为 0) 个权重为  $\mu$  的自回路和  $A$  中路长为  $l$  平均权重为  $w$  的回路, 则其平均权重为  $\bar{w}$ :

$$\bar{w} = \frac{l \times w + m \times \mu}{l + m} \leq \frac{l \times \lambda + m \times \mu}{l + m} \leq \mu.$$

综合知  $\bar{w} = \mu$ , 且阶数为 1. 由公式

$$(\mu E \oplus A)^n = \mu^n E \oplus \mu^{n-1} A \oplus \dots \oplus A^n,$$

立即可以看出  $\mu \cdot E \oplus A$  作为 1 阶  $\mu$  阵, 速度不比  $A$  慢.

同理, 若  $\mu < \lambda$ , 则  $\omega = \lambda$ .

**定义 2** 设  $\mu$  是  $D$  上一个非  $\varepsilon$  数, 令  $U(k+1) = \mu \cdot U(k)$ , 则称  $U$  是一个周期输入.

周期输入, 在柔性制造系统中指匀速输入待加工的工件; 在计算机通信中意味着在某段时间内以固定的速度发送数据, 如在 ATM 通信中以固定的速率发送信元.

**定义 3** 若存在  $\omega \in D, \omega \neq \varepsilon$ , 和正整数  $n_0, d$ , 使得

$$X(n+d) = \omega^d \cdot X(n), \forall n > n_0.$$

则称系统状态是  $d$  阶  $\omega$  周期的, 简称状态是周期的, 周期是  $\omega$ .

**定理 2** 给定系统(1), 若  $A$  是  $\lambda$  周期阵, 且每个状态都是可控的, 若采用周期输入  $U(k+1) = \mu \cdot U(k)$ , 则系统状态仍是周期的, 设周期为  $\omega$ , 则:

$$\omega = \begin{cases} \mu, & \text{if } \mu > \lambda, \\ \lambda, & \text{if } \mu = \lambda, \\ \lambda, & \text{if } \mu < \lambda. \end{cases}$$

证 把  $U(k+1) = \mu \cdot U(k)$  代入方程(1), 对

任意正整数  $n$ , 可以得出:

$$X(n) = X(0) \cdot A^n \oplus U(0) \cdot B \cdot (\mu E \oplus A)^n.$$

当  $\mu \leq \lambda$  时, 令  $n_0, n_1$  分别表示式中两矩阵的周期阈, 则:

$$X(n+d) = \lambda^d \cdot X(n), \forall n > \max(n_0, n_1).$$

即状态是周期的.

当  $\mu > \lambda$  时, 对任意  $n > n_0$ , 则:

$$n = n_0 + s + l \times d, 0 \leq s < d.$$

因为系统的每一个状态都可控, 所以  $U(0) \cdot B \cdot (\mu E \oplus A)^{n_0+s}$  中每一个元素都是有限的. 取  $U(0) \cdot B \cdot (\mu E \oplus A)^{n_0+s}$  中元素最小值与  $X(0) \cdot A^{n_0+s}$  中最大值(若其元素都为  $\varepsilon$ , 则结论显然成立)之差为  $M$ , 则存在正整数  $L_M$ :

$$L_M = \max(0, \lceil \frac{M}{(\mu - \lambda) \times d} \rceil) + 1,$$

使当  $l > L_M$  时有

$$\mu \times l \times d - \lambda \times l \times d > M,$$

$$\lambda^{l \times d} X(0) A^{n_0+s} < \mu^{l \times d} U(0) B (\mu E \oplus A)^{n_0+s}.$$

即

$$\begin{aligned} X(n_0 + l \times d + s + 1) &= \\ \mu^{l \times d} U(0) B (\mu E \oplus A) A^{n_0+s+1} &= \\ \mu^{l \times d+1} U(0) B (\mu E \oplus A)^{n_0+s} &= \\ X(n_0 + l \times d + s). \end{aligned}$$

综合知, 存在正整数  $N$ , 使

$$X(n+1) = X(n), n > N.$$

采用状态反馈  $U(k) = X(k-1) \cdot K$ , 进行闭环控制, 系统周期可在  $[\lambda, \infty)$  上任意配置. 采用周期输入进行控制时, 也能达到同样的目的. 但实现周期输入却容易得多, 只要直接控制输入速率就可. 而闭环控制所采用的周期配置算法的计算量却非常大<sup>[2,3]</sup>. 特别地, 如果加工时间即  $A$  中的参数有抖动(在某个小范围内左右摆动), 那么对不断变动着的  $A$ , 找相应的  $K_{(A)}$ , 使  $A \oplus K_{(A)} \cdot B$  的周期为  $\mu$ , 计算量相当大, 严重影响实时性.

### 3 性能分析(Performance evaluation)

**定义 4** 称系统最忙的机器处于忙的时间为系统忙时; 称系统忙时与整个时间之比为系统忙的概率, 简称忙率; 称某时刻某节点处等待加工产品的个数为队长.

**定理 3** 对 DEDS 系统(1), 若其系统矩阵  $A$  的周期为  $\lambda$ , 且每个状态可控, 若采用周期为  $\mu$  的输入, 则系统的忙率  $\rho$  为  $\lambda/\omega$ . 记节点  $j$  加工完由节点  $i$

输入的第  $n$  个产品时的队长  $l_{i,j}^n$ , 则:

$$l_{i,j}^n = |n - (n_0 + p)| \times \frac{\lambda - \omega}{\omega} + l_{i_0}^{n_0+p} \quad (3)$$

其中  $p = \text{mod}(n - n_0, d)$ , 当  $i$  为输入节点时, 公式 (3) 中的  $\omega$  取  $\mu$ .

证 系统进入周期状态后, 系统平均接受一件工件所需的时间为  $\omega$ , 而加工的时间为  $\lambda$ , 根据定义可容易地求得系统的忙率为  $\lambda/\omega$ . 又对凝图中没有输入到达的点, 平均接受一件来自系统内的工件所需的时间为  $\omega$ , 而加工的时间为  $\lambda$ , 故加工一件产品所积累的路长为  $\lambda/\omega$ ; 对凝图中有输入到达的点, 平均接受来自系统外一件所需的时间为  $\mu$ , 也满足 (3) 式, 只是后者  $\omega$  等于  $\mu$ .

**定理 4** 记由 (3) 式所有的  $l_{i,j}^n$  构成的矩阵为  $L_n$ , 则对 DEDS 系统 (1), 若系统矩阵  $A$  的周期为  $\lambda$  且每个状态可控, 现采用周期为  $\mu$  的输入, 则若  $\mu < \lambda$ , 则系统必将在某些节点 (凝图中有输入到达) 产生阻塞; 若  $\mu \geq \lambda$ , 则只要在进入周期状态时各个节点的存贮量大于  $L_{n_0}, L_{n_0+1}, \dots, L_{n_0+d-1}$ , 系统就不会阻塞, 且当  $\mu > \lambda$  时, 各节点队长逐渐减小.

定理 4 可由公式 (3) 简单推得. 公式 (3) 不仅可用于估计队长, 也可用来讨论延时, 在 ATM 通信中服务质量 (Q.o.S) 的实现方面具有特殊的意义.

当  $\mu < \lambda$  时, 系统的利用率最高, 但存在过量的加工任务因而产生阻塞. 当  $\mu > \lambda$  时, 系统利用率没有达到最高, 但是却具有一定的抗抖动的能力, 裕度为  $\mu - \lambda$ .

#### 4 周期输入与状态反馈 (Periodical input or state feedback)

状态反馈与周期输入两种方法同样都可以达到任意配置周期的目的, 在系统的其它方面它们谁更好?

在传统的工程控制系统中, 信号、状态量及噪声都是电或磁信号. 若只采用开环控制, 就会把这些噪声逐步带入系统而产生不良性质, 反之若采用状态反馈与极点配置, 就可达到克服噪声、控制系统的目的<sup>[6]</sup>.

在离散事件动态系统中, 研究对象主要是时间, 可能存在两方面的噪声, 其一加工时间即系统矩阵  $A$  中的参数有误差; 其二量测时间时因客观设备或人为因素而引起的误差.

计算机通信和控制中, 时钟都很精确, 但若计时不同步或有人为因素起作用, 则量测误差难免存在.

**定理 5** 若采用反馈控制  $U(k) = X(k - 1) \cdot$

$K$ , 如果各点的状态量有量测误差, 则系统的状态方程为:

$$U(k) = X(k - 1) \cdot (A \oplus E_{k-1} \cdot K \cdot B).$$

其中  $E_k$  为量测误差矩阵:

$$E_k = \begin{pmatrix} e_1^k & \epsilon & \dots & \epsilon \\ \epsilon & e_2^k & \dots & \epsilon \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \epsilon & \epsilon & \dots & e_n^k \end{pmatrix} \quad (4)$$

证 设  $\bar{X}(k)$  为含量测误差的状态向量,  $X(k)$  为不含量测误差的状态向量, 则由

$$\bar{X}(k) = X(k) \cdot E_k \text{ 及 } U(k) = \bar{X}(k - 1) \cdot K$$

和系统方程可直接推得.

可以看出, 采用状态反馈控制, 如有误差则将会被永远地带入系统. 而采用周期控制, 即使有误差也只与本次量测有关, 与以前的量测没有关系. 周期输入控制在抑制噪声方面要比反馈控制要好.

#### 5 仿真 (Simulation)

对下列系统:

$$X(k + 1) = X(k) \begin{pmatrix} \epsilon & 1 \\ 1 & \epsilon \end{pmatrix} \oplus U(k) \cdot (0 \ \epsilon).$$

若想使系统的周期为 1.5, 可采用反馈控制:

$$U(k) = X(k - 1) \cdot K, \quad K = \begin{pmatrix} 1.5 \\ \epsilon \end{pmatrix}.$$

也可以采用周期输入  $U(k + 1) = 1.5 \cdot U(k)$ . 现有量测误差:

$$E = \begin{pmatrix} 0.1 & \epsilon \\ \epsilon & 0.2 \end{pmatrix},$$

取初始状态和初始输入都为 0.

图 1 为采用反馈控制时的仿真图, 上面的一条直线为有量测噪声时第一分量的状态图, 下一直线为没有量测噪声时相应分量的状态图. 图 2 为采用周期输入控制时的仿真图, 两条直线几乎重合.

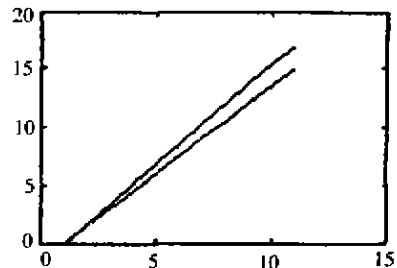


图 1 反馈控制永久性地带入噪声  
Fig. 1 State feedback carries with noise forever

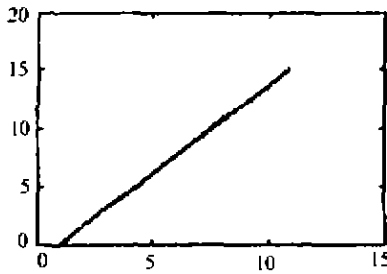


图2 周期输入无记忆地带入噪声

Fig. 2 Periodical input carries with noise memorylessly

## 6 结论(Conclusion)

采用周期输入进行控制也能达到使用状态反馈进行闭环控制时任意配置系统周期的目的.但实现周期输入却很容易,只要直接控制输入速率就可,它避免了反馈控制所带来的对实时性有较大影响的大计算量.在抑制噪声、明确系统特性等方面周期输入也都比反馈要好.当输入周期 $\mu$ 小于系统固有周期 $\lambda$ 时系统的利用率最高,但存在过量的加工任务因而产生阻塞.当 $\mu > \lambda$ 时,系统利用率没有达到最高,但是却具有一定的抗抖动的能力,裕度为 $\mu - \lambda$ .

## 参考文献(References)

- [1] Cohen G, Didier D, Jean P D, et al. A linear system theoretic view

of discrete event processes and its use for performance evaluation in manufacturing [J]. IEEE Trans. on Automatic Control, 1985, 30(3):210-220

- [2] Chen Wende and Qi Xiangdong. Discrete Event Dynamic System [M]. Beijing: Science Publishing House, 1994 (in Chinese)
- [3] Chen Wende, Qi Xiangdong and Deng Shuhui. The eigen-problem and period analysis of discrete event dynamic system [J]. System Science and Mathematical Science, 1990, 3(3):243-260
- [4] Cao Jing, Chen Shuzhong and Yuan zhendong. The period analysis of the matrices on maximal algebra [J]. Journal of East China Normal University (Natural Science), 1999, 3(3):6-11 (in Chinese)
- [5] Kleinrock L. Queuing Systems, Vol. 1: Theory [M]. New York: Wiley, 1976
- [6] Chen Qizong. Linear System Theory and Design [M]. Beijing: Science Publishing House, 1994 (in Chinese)

## 本文作者简介

曹敬 1965年生.1985年毕业于苏州大学数学系,分别于1991年与1999年于华东师范大学系统所获硕士、博士学位,现为河海大学计算机学院教师.主要兴趣为建模,自适应控制,离散动态系统及模糊控制.

陈树中 1943年生.1965年毕业于南京大学数学系,1981年获华东师范大学硕士学位,现为华东师范大学系统所教授.研究兴趣为大系统控制,解耦控制,自适应控制,离散动态系统.

(上接第86页)

- [4] Lin Z. A semi-global low-and-high gain design technique for linear systems with input saturation-stabilization and disturbance rejection [J]. Int. J. of Robust and Nonlinear Control, 1995, 5(5):381-398
- [5] Schwartzschild R and Sontag E D. Output saturation systems [A]. Proc. of the American Control Conference [C], Chicago, Illinois, USA, 1992, 2504-2509
- [6] Zhou K and Khargonekar P P. An algebraic Riccati equation approach to  $H_\infty$  optimization [J]. Systems & Control Letters, 1988, 11(2), 85-91

## 本文作者简介

熊学泉 1973年生.1997年获西北工业大学自动控制理论与应用工学硕士学位,现为浙江大学工业控制技术研究所工业自动化专业博士研究生.主要研究方向为鲁棒控制和最优控制,饱和非线性控制.

蔺安克 1957年生.副教授.1997年获浙江大学工业自动化专业工学博士学位,现在浙江大学工业控制技术研究所从事博士后研究工作.目前主要研究领域为鲁棒控制和最优控制,智能控制等理论及其在工业生产过程中的应用.

孙优贤 见本刊2001年第1期第54页.