

文章编号: 1000-8152(2001)01-0095-04

## 间歇过程基于 Dioid 代数模型的分析与协调控制研究\*

戴华平 孙优贤

(浙江大学工业过程控制技术研究所, 工业控制技术国家重点实验室·杭州, 310027)

**摘要:** 针对现有间歇过程模型的不足之处, 提出了一种新的间歇过程 Dioid 代数模型. 此模型不仅描述了间歇过程中的离散事件, 而且还可用于间歇过程的定量分析. 在此模型基础上, 我们用代数方法研究了间歇过程的协调控制问题.

**关键词:** 间歇过程; Petri 网; Dioid 代数; 建模; 控制; 分析

**文献标识码:** A

## Studies on Analysis and Coordination Control of Batch Processes Based on Dioid Model

DAI Huaping and SUN Youxian

(Industrial Control Technology State Key Laboratory, Institute of Industrial Process Control, Zhejiang University·Hangzhou, 310027, P. R. China)

**Abstract:** For the existing models of batch processes have shortcomings, this paper will propose a novel Dioid model of a batch process. The Dioid model can not only describe discrete events in a batch process, but also can be used for its quantitative analysis. And we will use algebraic methods to study its coordination control based on the model.

**Key words:** batch process; Petri nets; Dioid; modeling; control; analysis

### 1 引言(Introduction)

间歇过程普遍存在于化工、食品、轻工等生产过程中. 针对间歇过程的离散事件特性: 1) 有人把它看作 Flow-Shop 模型的扩展形式, 提出了多产品间歇过程的极大代数模型及其分析方法<sup>[1]</sup>; 2) 也有人提出了间歇过程的 Petri 网模型<sup>[2,3]</sup>及其协调<sup>[2]</sup>、优化<sup>[3]</sup>控制方法. 极大代数模型和时间事件图(一种特殊的 Petri 网)有深刻的联系<sup>[4]</sup>. 问题是这些方法都缺乏定量分析, 正如 Yamalidou<sup>[3]</sup>指出, 我们应建立间歇过程的定量模型. 因此, 我们采用扩展时间 Petri 网(ETPN)<sup>[5]</sup>用于间歇过程的建模.

基于 Petri 网模型的间歇控制缺乏有效的分析手段; 最好用代数方程组来表示 Petri 网. 但 Cohen 等<sup>[5]</sup>指出, 至今我们还没有找到扩展时间事件图(ETEG)的代数模型, 更不用说 ETPN. 因此, 本文首先把间歇过程的 Petri 网模型转化为代数模型, 然后用代数方法研究间歇过程的控制问题.

### 2 ETPN 定义(Definition of ETPN)

记  $\varepsilon = -\infty$ ,  $\omega = +\infty$ ,  $RS =$  有理数集  $\cup \{\varepsilon\} \cup \{\omega\}$ ,  $\mathbb{N} =$  非负整数集.

**定义 1** ETPN 是一个六元组  $= \langle P, T, R, W, \text{Tempo}, M_0 \rangle$ <sup>[5]</sup>, 其中  $P$  是位置集,  $T$  是变迁集, Tempo 是变迁的时延,  $M_0$  是位置  $P$  的初始标志,  $R$  是二元关系,  $W$  是  $R$  的重数,  $R \subseteq P \times T \cup T \times P$ , 本文也用  $M$  表示位置中任意时刻的标志.

**定义 2** 记

$${}^p t = \{p \in P \mid \langle p, t \rangle \in R_{PT}\},$$

$$t^p = \{p \in P \mid \langle t, p \rangle \in R_{PT}\};$$

$${}^p p = \{t \in T \mid \langle t, p \rangle \in R_{PT}\},$$

$$p^o = \{t \in T \mid \langle p, t \rangle \in R_{PT}\}.$$

时间事件图要求:  $\forall p \in p, |{}^p p| \leq 1, |p^o| \leq 1, W = 1$ . 如  $W$  允许为任意自然数, 则称之为 ETEG.

### 3 间歇过程的 ETPN 模型和 Dioid 模型 (ETPN and Dioid model of batches process)

#### 3.1 ETPN 模型(ETPN model)

参考 Yamalidou<sup>[3]</sup>的 Petri 网建模方法, 如图 1, 表示两个反应子过程共享一个设备 De 的 Petri 网模型. 图 1 中, 位置 De 称设备位置, 其他的称原料位置, 设备位置集记  $P_D$ , 原料位置集记  $P_C$ . 过程 A 和 B

\* 基金项目: 国家自然科学基金(69635010)资助项目.

收稿日期: 1998-02-09; 收修改稿日期: 1999-12-08.

的装料变迁  $t_1$  称设备位置 De 的预定变迁或冲突变迁, 过程 A 和 B 的卸料变迁  $t_{nm1}$  称设备位置 De 的释放变迁. 预定变迁和释放变迁成对出现.

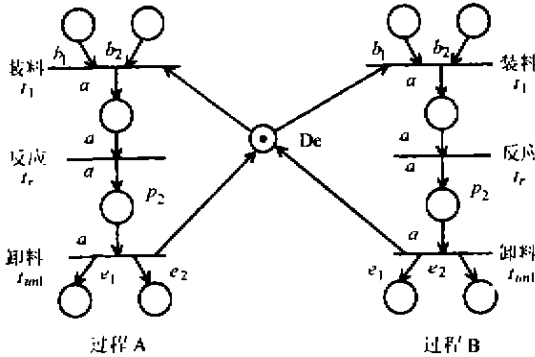


图 1 示例  
Fig. 1 An example

3.2 Dioid 模型<sup>[1,2]</sup> (Dioid model)

如图 1, 对于一个反应子过程来说, 原料位置和变迁组成一个 ETEG, ETEG 可以用一个 Dioid 代数系统描述, 简要叙述如下.

我们用时间序列描述原料位置和变迁的动态特性, 时间序列的定义如下,

定义 3  $\langle s \rangle$  是一个时间序列, iff  $\langle s \rangle = \langle s_0, s_1, \dots, s_k, \dots \rangle$ , 且

$$\forall k \in \mathbb{N}, s_k \leq s_{k+1}, s_k \in RS.$$

$\langle s \rangle$  的全体记为  $S$ . 再定义  $S$  上的函数.

定义 4 1) 右移函数.

$$[z^{-k}] \circ \langle s \rangle = \langle \epsilon, \dots, \epsilon, s_0, s_1, \dots \rangle, k \in \mathbb{N},$$

共有  $K$  个  $\epsilon$ ;

2) 左移函数.

$$[z^k] \circ \langle s \rangle = \langle s_k, s_{k+1}, \dots \rangle, k \in \mathbb{N};$$

3) 复制函数.

$$[\nabla^k] \circ \langle s \rangle = \langle s_0, \dots, s_0, s_1, \dots, s_1, \dots \rangle, k \in \mathbb{N},$$

每个复制  $K$  个;

4) 加函数.

$$[r] \circ \langle s \rangle = \langle s_0 + r, s_1 + r, \dots \rangle, r \in RS;$$

5) 抽样函数.

$$[\nabla^k] \circ \langle s \rangle = \langle s_{k-1}, s_{2k-1}, s_{3k-1}, \dots \rangle, k \in \mathbb{N},$$

每  $K$  个抽取最后一个组成一个新序列;

6) 序列加算符.

$$\oplus: \langle s \rangle \oplus \langle t \rangle = \langle \max(s_0, t_0), \max(s_1, t_1), \dots, \max(s_k, t_k), \dots \rangle, \langle s \rangle, \langle t \rangle \in S;$$

7) 定义.  $\forall r \in RS, r \oplus \epsilon = r, r + \epsilon = \epsilon$ .

由定义 3, 4 容易证明引理 1, 2, 3.

引理 1  $\langle S; \oplus \rangle$  是一个么半群,  $\langle \epsilon, \epsilon, \epsilon, \dots \rangle$

是么元, 简记为  $\langle \epsilon \rangle$ .

引理 2 如图 2(a), 对于一个位置  $p$ ,

$$\circ p = \{t\}, \text{Tempo}(t) = d,$$

$$W(\langle t, p \rangle) = w, M_0(p) = m,$$

则有  $\langle p \rangle = [z^{-m}] \circ [\nabla^w] \circ ([d] \circ \langle t \rangle)$ .

引理 3 如图 2(b), 对于一个变迁  $t$ , 令

$$\circ t = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}, W(\langle p_i, t \rangle) = w_i, 1 \leq i \leq n,$$

则有  $\sum_{i=1}^n (\Delta^{w_i} \circ \langle p \rangle)_i = \langle t \rangle$ .

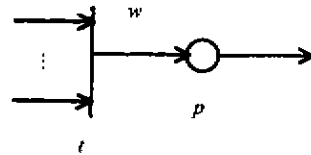


图 2(a) 一个位置情况  
Fig. 2(a) Case: a place

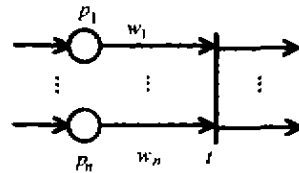


图 2(b) 一个变迁情况  
Fig. 2(b) Case: a transition

记  $F$  为  $S$  上的函数集.

可从定义 4 诱导出一个代数系统  $\langle F; \oplus, \otimes \rangle$ :

定义 5

$$\forall f, g \in F, \langle s \rangle \in S,$$

$$(f \oplus g) \circ \langle s \rangle = (f \circ \langle s \rangle) \oplus (g \circ \langle s \rangle),$$

$$(f \otimes g) \circ \langle s \rangle = f \circ (g \circ \langle s \rangle),$$

令

$$f \oplus g, f \otimes g \in F.$$

从定义 5 可得

引理 4  $\langle F; \oplus, \otimes \rangle$  是一个 Dioid 代数.

引理 5  $\langle S; \oplus \rangle$  为  $\langle F; \oplus, \otimes \rangle$  的右-半模. 不混淆时, 省略  $\otimes$ , 算符及  $[\ ]$ .

从引理 2, 3 可得

定理 1 ETEG 的运行特性完全可以用线性代数方程组来表示.

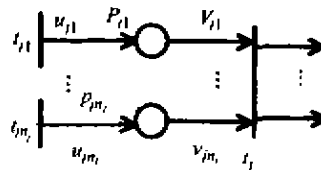


图 3 一个 ETEG  
Fig. 3 An ETEG

证 如图 3.考虑每个变迁  $t_j$ , 设

$${}^o t_j = |p_{j1}, p_{j2}, \dots, p_{jn}|, {}^o p_{ji} = |t_{ji}|,$$

$$W(\langle p_{ji}, t_j \rangle) = v_{ji}, W(\langle t_{ji}, p_{ji} \rangle) = u_{ji},$$

$$M_0(p_{ji}) = m_{ji}, 1 \leq i \leq n_j, \text{Tempo}(t_{ji}) = d_{ji}.$$

变迁  $t_{ji}$  的序列为  $\langle t \rangle_{ji}$ , 位置  $p_{ji}$  的序列为  $\langle p \rangle_{ji}$ :

$$\langle p \rangle_{ji} = z^{-m_{ji}} \cdot ([\nabla^u] \otimes [d_{ji}]) \cdot \langle t \rangle_{ji}, \quad (1)$$

$$\langle t \rangle_j = \sum_{i=1}^{n_j} \oplus (\Delta^v \cdot \langle p \rangle_{ji}), \quad (2)$$

式(1)代入式(2)得:

$$\langle t \rangle_j = \sum_{i=1}^{n_j} \oplus (\Delta^v z^{-m_{ji}} \nabla^u d_{ji} \langle t \rangle_{ji}). \quad (3)$$

如果  ${}^o p_{ji} = \emptyset$ , 但已知位置  $p_{ji}$  中的初始标志, 也就确定了  $\langle p \rangle_{ji}$ ; 考虑所有的  $t_j$ , 列出所有的等式, 设  $x = [\langle t \rangle_1, \dots, \langle t \rangle_{|T|}]^T$ , 一般时刻从 0 开始, 则有

$$\begin{cases} x = (A \cdot x) \oplus v \oplus \bar{0}, \\ \bar{0} = [\langle 0, 0, \dots \rangle, \dots, \langle 0, 0, \dots \rangle]^T. \end{cases} \quad (4)$$

其中,  $A$  由所有等式(3)确定,  $v$  由无输入变迁的位置的已知序列确定. 证毕.

从引理 4,5 可知, 式(4)的解为

$$x = A^*(v \oplus \bar{0}). \quad (5)$$

$x$  的全体记为  $SM$ ,  $A$  的全体记为  $SR$ , 关于  $S$  和  $F$  的结论可以推广到  $SM$  和  $SR$ .

### 4 基于 Dioid 模型的协调控制及分析方法

#### (Coordination control and analysis based on Dioid model)

从  $(S; \oplus)$  诱导偏序  $(S; \leq)$ :  $\forall x, y \in S, x \leq y \Leftrightarrow x \oplus y = y$ . 类似诱导  $(SM; \leq)$ . 本文不考虑原料的回收问题, 即不考虑多输入单输出原料位置的情形.

#### 4.1 协调控制(Coordination control)

##### 1) 同步控制.

如果同步一组变迁  $\{t_1, t_2, \dots, t_n\}$ , 令  $\langle t \rangle = \langle t \rangle_1 \oplus \dots \oplus \langle t \rangle_n$ , 其中变量  $\langle t \rangle_1, \dots, \langle t \rangle_n$  用式(4)表示, 以  $\langle t \rangle$  代替变量  $\langle t \rangle_1, \dots, \langle t \rangle_n$ .

##### 2) 顺序控制.

如果顺序控制一组变迁  $\{t_1, t_2, \dots, t_n\}$ ,  $\text{Tempo}(t_i) = d_i, i = 1, 2, \dots, n$ , 使得变迁顺序为  $\langle t \rangle_1 \leq \dots \leq \langle t \rangle_n$ , 如果式(4)关于变量  $\langle t \rangle_1, \dots, \langle t \rangle_n$  的等式为  $\langle t \rangle_1 = f_1, \dots, \langle t \rangle_n = f_n$ , 变为

$$\langle t \rangle_2 = f_2 \oplus [d_1] \langle t \rangle_1,$$

$$\langle t \rangle_3 = f_3 \oplus [d_2] \langle t \rangle_2,$$

⋮

$$\langle t \rangle_n = f_n \oplus [d_{n-1}] \langle t \rangle_{n-1}.$$

##### 3) 容量控制.

原料位置  $p$  的容量控制可以用如下方法实现<sup>[5]</sup>: 如图 4 示例, 作出原料位置  $p$  的对偶位置  $p'$ :

$$\forall t \in {}^o p W(t, p) = W(p', t),$$

$$\forall t' \in {}^o p' W(p, t') = W(t', p');$$

$$M_0(p) + M_0(p') = P$$

的容量.

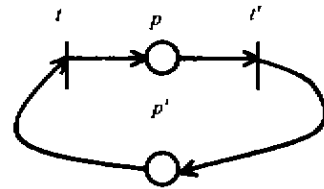


图 4 容量控制

Fig. 4 Capacity control

#### 4.2 共享协调控制(Sharing coordination control)

##### 1) 设备共享.

如图 1, 考虑某个设备  $De$  的冲突变迁集为  $\{t_1, t_2, \dots, t_n\}$ , 与其对应的释放变迁集为  $\{t'_1, t'_2, \dots, t'_n\}$ ,  $\text{Tempo}(t'_i) = d'_i, i = 1, 2, \dots, n, t_i$  与  $t'_i$  一一对应. 设备共享控制就是确定冲突变迁预定  $De$  的优先顺序. 由式(4)得  $\langle t \rangle_1 = f_1, \langle t \rangle_2 = f_2, \dots, \langle t \rangle_n = f_n$ . 类似于文[6], 其共享控制方式为: 轮循使用且  $\langle t \rangle_1 \leq \dots \leq \langle t \rangle_n, M_0(p) = 1$  (一个设备可用), 则有

$$\langle t \rangle_1 = f_1 \oplus z^{-1} d'_n \langle t \rangle_n.$$

##### 定理 2

$$\begin{cases} \langle t \rangle_2 = f_2 \oplus d'_1 \langle t \rangle_1, \\ \vdots \\ \langle t \rangle_n = f_n \oplus d'_{n-1} \langle t \rangle_{n-1}. \end{cases} \quad (6)$$

##### 2) 原料共享.

间歇过程的 ETPN 模型中如有单输入多输出原料位置, 表示此种原料有多种用途、共享. 原料共享控制就是确定原料的分配比率及其预定顺序.

定义 6 多抽样函数  $[\Delta^k] \cdot \langle s \rangle = \langle s_i, s_{i+1}, \dots, s_j, s_{k+i}, s_{k+i+1}, \dots, s_{n+j}, s_{2k+i}, s_{2k+i+1}, \dots, s_{2k+j}, \dots \rangle$ , 每  $k$  个抽取第  $i$  个至第  $j$  个元素组成一个新序列.

显然,  $[\Delta^k]$  对  $\oplus$  可分配, 加入  $(F; \oplus, \otimes)$  仍满足引理 4 和 5.

考虑某个原料位置  $p$ , 其冲突变迁集为  $\{t_1, t_2, \dots, t_n\}$ , 由式(4)得

$$\langle t \rangle_1 = f_1, \langle t \rangle_2 = f_2, \dots, \langle t \rangle_n = f_n.$$

其共享控制方式为: 轮循使用且

$\langle t \rangle_1 \leq \dots \leq \langle t \rangle_n$ , 分配比率为  $r_1\%, r_2\%, \dots, r_n\%$ ,  $r_1, r_2, \dots, r_n$  为正整数,  $r_1 + r_2 + \dots + r_n = 100$ ,

容易证得

**定理 3**

$$\begin{cases} \langle t \rangle_1 = f_1 \oplus [r_1^{-1} \Delta^{100}] \circ \langle p \rangle, \\ \langle t \rangle_2 = f_2 \oplus [r_1+r_2^{-1} \Delta^{100}] \circ \langle p \rangle, \\ \vdots \\ \langle t \rangle_n = f_n \oplus [r_1+r_2+\dots+r_{n-1}^{-1} \Delta^{100}] \circ \langle p \rangle. \end{cases} \quad (7)$$

**4.3 系统分析(System analyzing)**

1) 生产时间.

按公式(5)可以求出变迁的时间序列,从而求出位置的时间序列,也就得到了最终产品的生产时间.

2) 操作切换时间.

公式(5)给出了变迁的激发时刻,也就给出了操作的切换时间.

3) 活性.

变迁的活性、死锁是否存在、产量等问题可以通过计算变迁的激发次数而求得.

**5 例子(An example)**

图 5 中,弧的加权值表示在图中.

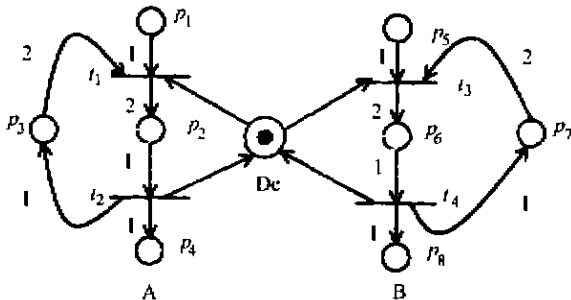


图 5 示例  
Fig. 5 An example

Tempo( $t_1$ ) = 2, Tempo( $t_2$ ) = 1,  
Tempo( $t_3$ ) = 4, Tempo( $t_4$ ) = 2,  
 $M_0(p_1) = M_0(p_5) = 4, M_0(p_3) = M_0(p_7) = 8,$   
 $M_0(p_2) = M_0(p_6) = 0, M_0(p_4) = M_0(p_8) = 0,$   
设备 De 共享,  $M_0(De) = 1.$

由定理 1 得

$$\begin{aligned} \langle t \rangle_1 &= \langle p \rangle_1 \oplus z^{-4}3 \langle t \rangle_1, \\ \langle t \rangle_3 &= \langle p \rangle_5 \oplus z^{-4}6 \langle t \rangle_3. \end{aligned}$$

如共享控制方式为: 轮循使用且  $\langle t \rangle_1 \leq \langle t \rangle_3,$

则有

$$\begin{aligned} \langle t \rangle_1 &= \langle p \rangle_1 \oplus z^{-4}3 \langle t \rangle_1 \oplus z^{-1} \nabla^2 6 \langle t \rangle_3, \\ \langle t \rangle_3 &= \langle p \rangle_5 \oplus z^{-4}6 \langle t \rangle_3 \oplus \nabla^2 3 \langle t \rangle_1. \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} \langle p \rangle_1 &= \langle \epsilon, \epsilon, \epsilon, \epsilon, \omega, \omega, \dots \rangle, \\ \langle p \rangle_5 &= \langle \epsilon, \epsilon, \epsilon, \epsilon, \omega, \omega, \dots \rangle. \end{aligned}$$

按公式(5)计算得,

$$\begin{aligned} \langle t \rangle_1 &= \langle 0, 9, 18, 27, \omega, \omega, \dots \rangle, \\ \langle t \rangle_3 &= \langle 3, 12, 21, 30, \omega, \omega, \dots \rangle. \end{aligned}$$

则有过程 A 的生产时间 28, 过程 B 的生产时间 32;  $t_1, t_3$  的切换时间如上所示, 容易计算  $t_2, t_4$  变迁四次.

**6 结果与讨论(Conclusion and discussion)**

我们提出了一些新的 ETPN 建模规则, 并用一个 Dioid 代数系统表示, 此 Dioid 代数模型包括了文 [1] 的极大代数模型, 不仅能描述间歇过程的离散事件, 而且能近似描述原料的数量和流速; 并用代数方法研究了间歇过程的协调控制及其分析.

**参考文献(References)**

[1] Rajagopalan D and Karimi I A. Completion times in serial mixed-storage multiproduct process with transfer and set-up times [J]. Computers & Chemical Engineering, 1989, 13(1): 175 - 186  
[2] Hanisch H M. Coordination control modeling in batch production systems by means of Petri nets [J]. Computers & Chemical Engineering, 1992, 16(1): 1 - 10  
[3] Yamalidou E C and Kantor J C. Modeling and optimal control of discrete-event chemical processes using Petri nets [J]. Computers & Chemical Engineering, 1991, 15(7): 503 - 519  
[4] Baccelli F, Cohen G, Olsder G J, et al. Synchronization and Linearity [M]. New York: John Wiley & Sons, 1992  
[5] David R and Alla H. Petri Nets and Grafcet: Tools for Modling Discrete Event Systems [M]. UK: Prentice Hall International, 1992  
[6] Hillion H P and Proth J M. Performance Evaluation of Job-shop systems using timed event graphs [J]. IEEE Trans. on Automatic Control, 1989, 34(1): 3 - 9

**本文作者简介**

戴华平 1969 年生, 1999 年 3 月在浙江大学获工学博士学位. 现在浙江大学控制系工作. 感兴趣的领域为 DEDS 系统, Dioid 代数, 逻辑综合等.

孙优贤 见本刊 2001 年第 1 期第 54 页.