

文章编号: 1000-8152(2001)04-0629-05

## 多机械手刚性协调动力学建模与混合控制\*

陈国栋

常文森 张 彭

(空军第五研究所·北京,100085) (国防科学技术大学自动控制系·长沙,410073)

**摘要:** 从力负载分析开始,阐述多手协调中对象的外/内力和外/内运动定义;考虑对象运动受限情况,提出一组描述协调任务的广义运动和力向量;以各机械手及对象的运动方程为基础,建立面向对象的运动学、静力学和动力学模型.该模型与单机械手操作空间的运动方程具有一致的表达形式.据此,该文探讨了多手协调情况下运动、内力和接触力的混合控制问题.

**关键词:** 多机械手协调;外/内力;外/内运动;动力学建模;力/位混合控制

**文献标识码:** A

## Dynamics Modeling and Hybrid Control of Rigid Coordination for Multiple Robot Manipulators

CHEN Guodong

(The Fifth Institute of The Air Force · Beijing, 100085, P. R. China)

CHANG Wensen and ZHANG Peng

(Automation Control Department, National University of Defense Technology · Changsha, 410073, P. R. China)

**Abstract:** Beginning with the analysis of load sharing, this paper elaborates the definition of object-oriented external/internal force and external/internal motion of multi-arm coordination. Assuming the object motion is constrained, a group of generalized motion and force vectors are proposed for coordinated task describing. Based on the kinetic equations of each manipulator and object, the object-oriented kinematics, static and dynamic models of multi-arm coordination systems are derived. These models also remain uniform with the workspace kinetic equation of single manipulator. Considering this uniformity, this paper studies the hybrid control method of motion, internal force and contact force in multi-arm coordination.

**Key words:** multiple robot manipulators coordination; external/internal force; external/internal motion; dynamics modeling; hybrid position/force control

### 1 引言(Introduction)

多手协调控制比单手情况远为复杂,通常单纯的运动控制是不够的.许多工作研究了多手协调的运动和力控制问题,大致可归为两类:主从手方法<sup>[1,2]</sup>和面向对象方法<sup>[3,4]</sup>.协调系统的运动方程建模是运动和力控制研究的基础,文[4]研究了双手协调系统的动力学建模与力/位混合控制方法,本文针对更一般的多手协调情况,探讨其建模与混合控制问题.

### 2 描述协调任务的广义运动和力向量(General motion and force vectors for coordinated task description)

假设各机械手都能对操作对象施加作用力

(矩),且手端与对象之间没有相对滑动(见图1).定义基准坐标系  $\Sigma_0(O_0 - x_0y_0z_0)$ ,对象质心坐标系  $\Sigma_a(O_a - x_a y_a z_a)$  和手端坐标系  $\Sigma_{hi}(O_{hi} - x_{hi} y_{hi} z_{hi})$ , ( $i = 1, 2, \dots, r$ ).定义  $l_{hi}$  为初始从  $O_{hi}$  指向  $O_a$  的向量,并视为固定在  $O_{hi}$  的虚拟棒<sup>[3]</sup>.定义虚拟棒尖端坐标系  $\Sigma_{bi}(O_{bi} - x_{bi} y_{bi} z_{bi})$ ,初始  $\Sigma_{bi}$  和  $\Sigma_a$  重合.约定所有向量都在  $\Sigma_0$  中表示,向量标记参见文[4].

设手  $i$  在  $O_{hi}$  对操作对象的作用力(矩)为  $f_{hi}$ ,在  $O_{bi}$  等效为  $f_{bi} = D_{bi} \cdot f_{hi}$ ,其中  $D_{bi} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  是与  $l_{hi}$  有关的几何参量矩阵<sup>[3]</sup>.假定  $O_{hi}$  和  $O_a$  重合,则  $O_a$  点的合作用力(矩)为  $f_a = W \cdot q_b$ ,其中  $W = [I_6 I_6 \dots I_6] \in \mathbb{R}^{6 \times 6r}$ ,  $q_b = [f_{b1}^T f_{b2}^T \dots f_{br}^T]^T \in \mathbb{R}^{6r}$ .将  $f_a$  定义为外力(矩),它决定对象运动及与环境的接触力.考

\* 基金项目:国家 863 智能机器人课题(699985008)资助项目.  
收稿日期:1999-06-18; 收修改稿日期:2000-05-08.

虑力负载分配:  $q_b = W^+ f_a + (I_{6r} - W^+ W)\epsilon$ . 若  $W^+$  采用“无挤压”(nonsqueezing)伪逆<sup>[5]</sup>,  $W^+ = \frac{1}{r} [I_6 I_6 \cdots I_6]^T \in \mathbb{R}^{[6r \times 6]}$ , 则各机械手的作用力  $q_b$  被分解为互不相关的两项: 外力产生项  $W^+ f_a$  和内部应力产生项  $(I_{6r} - W^+ W)\epsilon$ .

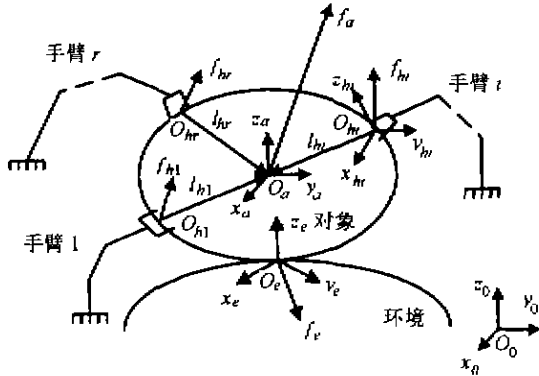


图1 多机械手协调操作一个刚性对象

Fig. 1 Multi robot manipulators cooperate a rigid object

$W$  矩阵的秩为 6, 其零空间  $N(W)$  为  $6r - 6$  维. 从  $(I_{6r} - W^+ W)$  矩阵中选择  $6r - 6$  个线性无关的列向量构造零空间, 这些列向量构成基向量矩阵  $V \in \mathbb{R}^{6r \times 6(r-1)}$ :

$$V = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} (r-1)I_6 & -I_6 & -I_6 & \cdots & \cdots & -I_6 \\ -I_6 & (r-1)I_6 & -I_6 & \cdots & \cdots & \vdots \\ -I_6 & -I_6 & (r-1)I_6 & \ddots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & -I_6 & \ddots & -I_6 & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & (r-1)I_6 & -I_6 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & -I_6 & (r-1)I_6 \\ -I_6 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & -I_6 \end{bmatrix}$$

则对应每一个内部应力项  $(I_{6r} - W^+ W)\epsilon$ , 零空间  $N(W)$  中都有唯一的元素  $f_r \in \mathbb{R}^{6(r-1)}$ , 使得  $V \cdot f_r = (I_{6r} - W^+ W)\epsilon$ . 将  $f_r$  定义为内力(矩), 它描述了各机械手综合作用产生的对象内部应力. 从而:

$$q_b = [W^+ \quad V] \begin{bmatrix} f_a \\ f_r \end{bmatrix} \triangleq U \cdot \begin{bmatrix} f_a \\ f_r \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} f_a \\ f_r \end{bmatrix} = U^{-1} \cdot q_b, \quad (1)$$

其中  $f_r \triangleq [\Delta f_1^T \quad \Delta f_2^T \quad \cdots \quad \Delta f_{r-1}^T]^T$ ,  $\Delta f_i = f_{bi} - f_{br}$ .

设  $s_{bi}$  表示  $\Sigma_{bi}$  的运动速度,  $p_{bi}$  表示  $\Sigma_{bi}$  的位姿. 为表示对象的空间运动及内部形变, 根据力与运动速度的对偶关系, 定义对象的外运动速度  $s_a$  和内运动速度  $s_r$ :

$$\begin{bmatrix} s_a \\ s_r \end{bmatrix} = U^T \cdot w_b, \quad (2)$$

其中  $w_b = [s_{b1}^T \quad s_{b2}^T \quad \cdots \quad s_{br}^T]^T \in \mathbb{R}^{6r}$ ,  $s_a = \frac{1}{r} \sum_{i=1}^r s_{bi}$ ,  $s_r \triangleq [\Delta s_1^T \quad \Delta s_2^T \quad \cdots \quad \Delta s_{r-1}^T]^T$ ,  $\Delta s_i = s_{bi} - s_a$ .

定义对象的外位姿  $p_a$  和内位姿  $p_r$ :

$$\begin{bmatrix} p_a \\ p_r \end{bmatrix} = U^T Y_b, \quad (3)$$

其中  $Y_b = [p_{b1}^T \quad p_{b2}^T \quad \cdots \quad p_{br}^T]^T \in \mathbb{R}^{6r}$ ,  $p_a = \frac{1}{r} \sum_{i=1}^r p_{bi}$ ,  $p_r \triangleq [\Delta p_1^T \quad \Delta p_2^T \quad \cdots \quad \Delta p_{r-1}^T]^T$ ,  $\Delta p_i = p_{bi} - p_a$ .

为统一描述对象的外/内运动, 定义广义速度向量  $u = [s_a^T \quad s_r^T]^T$  和广义位姿向量  $z = [p_a^T \quad p_r^T]^T$ . 考虑对象运动受限情况, 假设对象在接触点(面)上对环境的作用力为  $f_e$ , 定义广义力向量  $h = [f_e^T \quad f_r^T]^T$ . 在外力  $f_a$  给定时,  $f_e$  由对象动力学确定.

### 3 多手协调系统面向对象的运动方程 (Object-oriented kinetic equations of multi-arm coordinated system)

由广义速度定义, 可得协调系统的微分运动学方程:

$$\begin{aligned} u &= J(\theta)\dot{\theta}, \quad \dot{u} = J(\theta)\ddot{\theta} + \dot{J}(\theta)\dot{\theta}, \\ \ddot{\theta} &= J^+(\theta)u - J^+(\theta)\dot{J}(\theta)\dot{\theta} + (I_n - J^+(\theta)J(\theta))\sigma, \end{aligned} \quad (4)$$

其中

$$\begin{aligned} J(\theta) &= U^T D_h^{-T} J_h \in \mathbb{R}^{6r \times n}, \\ J_h &= \text{diag}[J_1(\theta_1), J_2(\theta_2), \dots, J_r(\theta_r)] \in \mathbb{R}^{6r \times n}, \\ D_h &= \text{diag}[D_{h1}, D_{h2}, \dots, D_{hr}] \in \mathbb{R}^{6r \times 6r}. \end{aligned}$$

$\sigma \in \mathbb{R}^n$  是任意列向量, 可选择适当的  $\sigma$  以满足某种优化准则;  $J_i(\theta_i) \in \mathbb{R}^{6 \times n_i}$  为手  $i$  的 Jacobian 矩阵. 定义  $J(\theta)$  为多手系统的 Jacobian 矩阵.

根据外/内力(矩)定义, 可得静力学方程:

$$\tau_e = J^T(\theta) \begin{bmatrix} f_a \\ f_r \end{bmatrix}, \quad (5)$$

其中  $J^T(\theta) = J_h^T D_h^{-1} U$ ,  $\tau_e$  是与一定外/内力(矩)对应的广义关节力(矩).

单机械手的一般动力学方程为:

$$D_i(\theta_i)\ddot{\theta}_i + E_i(\theta_i, \dot{\theta}_i) = \tau_i - J_i^T(\theta_i)f_{hi},$$

其中  $D_i(\theta_i) \in \mathbb{R}^{n_i \times n_i}$  是正定对称的惯性矩阵;  $E_i(\theta_i, \dot{\theta}_i) \in \mathbb{R}^{n_i}$  是表示科氏力、离心力和重力的列向量. 设对象质量为  $m$ , 质心位置的惯量矩阵为  $I \in$

$\mathbb{R}^{3 \times 3}$ , 则其一般动力学方程可写为:

$$M_a \dot{s}_a + N_a = f_a - D_e f_e.$$

其中  $M_a = \text{diag}[mI_3, I] \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ ,  $N_a = \begin{bmatrix} -mg \\ \omega_a \times (I\omega_a) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^6$ ,  $D_e \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  是与向量  $O_e \vec{O}_a$  有关的几何参量矩阵.

综上所述, 可得包含对象动力学在内的多手协调系统动力学方程:

$$H(\theta)\dot{u} + L(\theta, \dot{\theta}) = \tau - J^T(\theta)J_e h. \quad (6)$$

其中

$$H(\theta) = D(\theta)J^*(\theta) + J^T(\theta)M'_a,$$

$$L(\theta, \dot{\theta}) = E(\theta, \dot{\theta}) - D(\theta)J^*(\theta)J(\theta)\dot{\theta} +$$

$$D(\theta)(I_n - J^*(\theta)J(\theta))\sigma + J^T(\theta)N'_a,$$

$$D(\theta) = \text{diag}[D_1(\theta_1), D_2(\theta_2), \dots, D_r(\theta_r)] \in \mathbb{R}^{n \times n},$$

$$E(\theta, \dot{\theta}) = [E_1^T(\theta_1, \dot{\theta}_1), E_2^T(\theta_2, \dot{\theta}_2), \dots, E_r^T(\theta_r, \dot{\theta}_r)]^T \in \mathbb{R}^n,$$

$$J_e = \text{diag}[D_e, I_{6(r-1)}] \in \mathbb{R}^{6r \times 6r},$$

$$M'_a = \text{diag}[M_a, 0] \in \mathbb{R}^{6r \times 6r}, N'_a = \begin{bmatrix} N_a \\ 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{6r}.$$

#### 4 多手协调力/位混合控制 (Hybrid position/force control of multi-arm coordination)

广义空间中的运动自由子空间和力自由子空间是两个互补的正交子空间, 可通过选择矩阵  $S$  和  $\bar{S}$  分别选择<sup>[4]</sup>. 如图 1, 可取:

$$S = \text{diag}[S_e, S_i] \in \mathbb{R}^{6r \times 6r}, \bar{S} = \text{diag}[\bar{S}_e, \bar{S}_i] \in \mathbb{R}^{6r \times 6r},$$

$$S_e = \text{diag}[1, 1, 0, 1, 1, 1] \in \mathbb{R}^{6 \times 6}, \bar{S}_e = (I_6 - S_e) \in \mathbb{R}^{6 \times 6},$$

$$S_i = [0] \in \mathbb{R}^{6(r-1) \times 6(r-1)},$$

$$\bar{S}_i = (I_{6(r-1)} - S_i) \in \mathbb{R}^{6(r-1) \times 6(r-1)}.$$

其中, 分块  $S_e(\bar{S}_e)$  以  $\Sigma_e$  为参照, 分块  $S_i(\bar{S}_i)$  以  $\Sigma_a$  为参照. 假设  $\Sigma_e$  相对于  $\Sigma_0$  的旋转变换为  $R_e$ ,  $\Sigma_a$  相对于  $\Sigma_0$  的旋转变换为  $R_a$ , 并记:

$$A_e = \text{diag}[R_e, R_e] \in \mathbb{R}^{6 \times 6},$$

$$A_a = \text{diag}[R_a, R_a, \dots, R_a] \in \mathbb{R}^{6(r-1) \times 6(r-1)}.$$

则选择矩阵在  $\Sigma_0$  中表示为:

$$\Psi = \text{diag}[\Psi_e, \Psi_i] \in \mathbb{R}^{6r \times 6r},$$

$$\bar{\Psi} = \text{diag}[\bar{\Psi}_e, \bar{\Psi}_i] \in \mathbb{R}^{6r \times 6r},$$

$$\Psi_e = A_e S_e A_e^{-1} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}, \bar{\Psi}_e = (I_6 - \Psi_e) \in \mathbb{R}^{6 \times 6},$$

$$\Psi_i = A_a S_a A_a^{-1} \in \mathbb{R}^{6(r-1) \times 6(r-1)},$$

$$\bar{\Psi}_i = (I_{6(r-1)} - \Psi_i) \in \mathbb{R}^{6(r-1) \times 6(r-1)}.$$

直接推广单机械手的力/位混合控制思想<sup>[4]</sup>, 设计广义空间一级的多手协调力/位混合控制算法, 如图 2.

广义关节控制力矩由三部分组成:

$$\tau_c = \tau_p + \tau_f + \tau_m. \quad (7)$$

式中  $\tau_m$  表示补偿力矩,  $\tau_p$  和  $\tau_f$  分别对应广义运动和力自由子空间的主动控制力矩. 原理图中, 运动采用 PD 控制, 主动力采用 PID 控制, 故:

$$\tau_m = L(\theta, \dot{\theta}),$$

$$\tau_p = H(\theta)\Psi[K_p B_a(\phi_a)(z_d - z_c) + K_d(u_d - u_c) + \dot{u}_d],$$

$$\tau_f = J^T J_e \bar{\Psi}[K_f(h_d - h_c) +$$

$$K_i \int (h_d - h_c) dt + K_v(u_d - u_c) + h_d].$$

其中  $K_p, K_d, K_f, K_i, K_v \in \mathbb{R}^{6r \times 6r}$  是对角矩阵, 为控制参数.

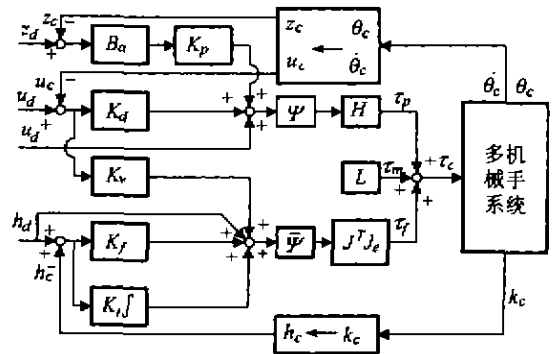


图 2 多机械手协调力/位混合控制算法原理

Fig. 2 Hybrid position/force control scheme of multi-arm coordination

#### 5 双手协调实验研究 (Experimental study of dual-arm coordination)

由两台 PUMA560 构成实验系统, 对机械手原控制器进行改造, 如图 3.

混合控制算法经过分解后在两块目标处理器板上并行实施<sup>[4]</sup>, 采样控制周期为 7ms. 操作对象是一根长 1.2m, 质量 1.5kg 的均匀细刚性棒, 实验结果如下: 1) 双手共同抓紧并操作刚性棒, 跟踪空间直(曲)线作平动或绕定轴转动, 保持棒体内力为零. 棒体沿 Y 轴方向(纵轴方向)的运动和内力曲线见文[4]. 2) 双手操作刚性棒下压一个台秤, 使棒体对台秤的压力为一定值(20N), 保持棒体内力为零. Z 方向接触力(下压力)和 Y 方向内力曲线见文[4]. 3) 双手操作刚性棒, 顺应一个正弦曲面作接触运动, 保持棒体与曲面的接触力为 1kg, 保持棒体内力为零. 图 4 给出沿 X 轴和 Z 轴的运动曲线以及测量的 Z 方向环境接触力和 Y 方向内力曲线. 由于实验用曲面的表面粗糙, 运动中的接触力和内力起伏较大. 当运动停止时, 接触力和内力很快稳定.

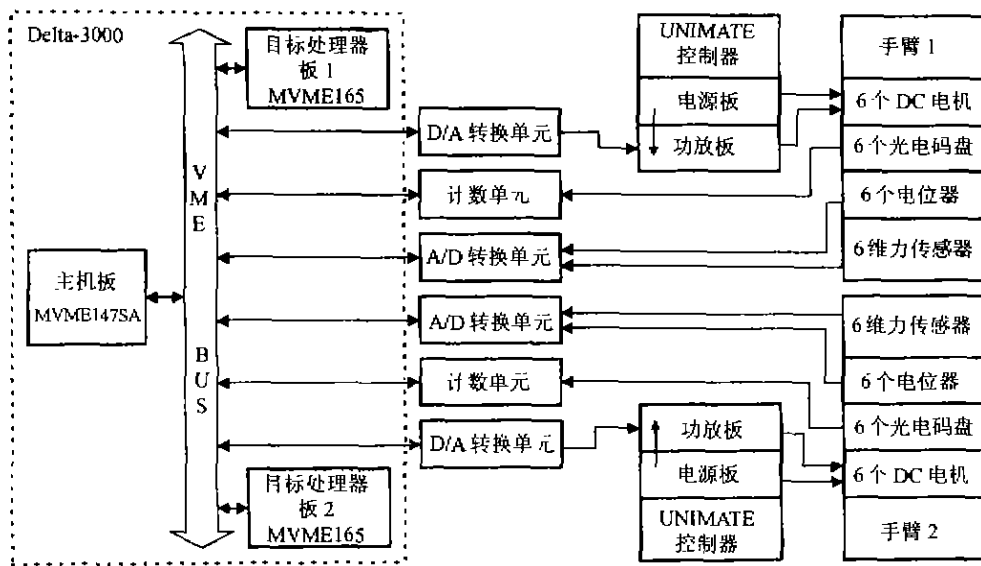


图3 双机械手协调控制器硬件结构原理图

Fig. 3 Hardware construction of dual-arm coordinated controller

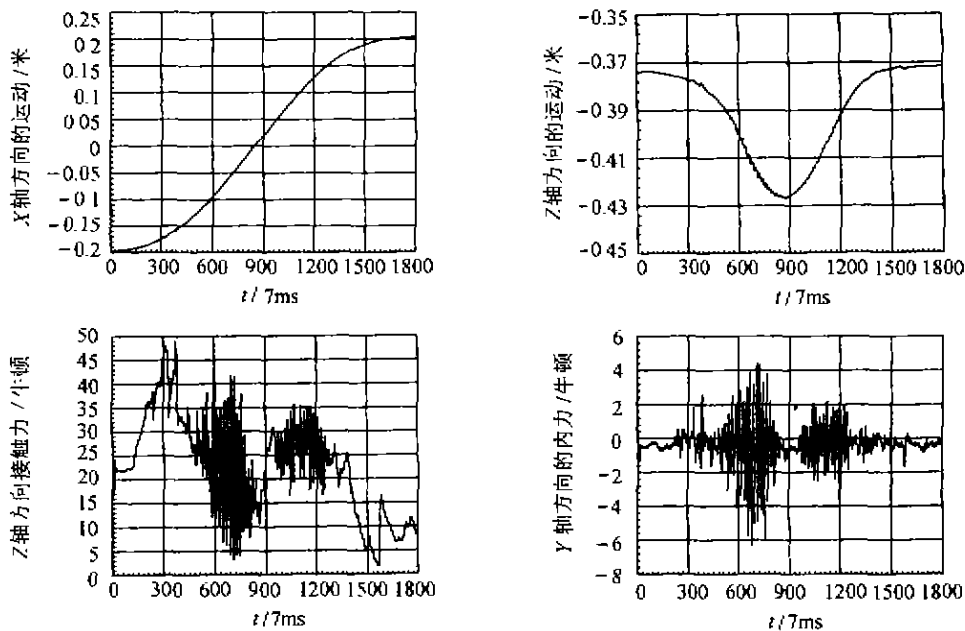


图4 曲面跟踪实验的运动、接触力和内力

Fig. 4 Motion, contact force and internal force in curve surface tracking

## 6 结论(Conclusion)

本文建立的多手协调系统动力学方程,显式地表达了对象的外/内运动、环境接触力/内力与各机械手关节变量间的关系,与单机械手操作空间的运动方程具有一致的表达形式,因此可将单手的控制思想直接推广到多手情况,对研究多手协调的运动和力控制颇有意义,在两台 PUMA560 机械手上进行的实验,验证了本文的理论和方法。

## 参考文献(References)

- [1] Luh J Y S, Zheng Y F. Constrained relation between two coordinated industrial robots for motion control [J]. Int. J. of Robotics Research, 1987,6(3):60-70
- [2] Tam T J, Bejczy A K, Yun X. Design of dynamic control of two cooperating robot arms: Closed chain formulation [A]. Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation [C], Raleigh, American, 1987,11:7-13
- [3] Uchiyama M, Dauchez P. Symmetric kinematic formulation and non-master/slave coordinated control of two-arm robots [J]. Advanced

Robotics, 1993, 7(4):361 - 383

- [4] Chen G D, Chang W S, Zhang P, Chen J. Hybrid position/force control for dual-arm symmetric coordination—model, algorithm and realization [J]. Acta Automatic Sinica, 1996, 22(4):418 - 427 (in Chinese)
- [5] Walker I D, Freeman R A, Marcus S I. Analysis of motion and internal loading of objects grasped by multiple cooperating manipulators [J]. Int. J. of Robotics Research, 1991, 10(4):396 - 409

### 本文作者简介

**陈国栋** 1968年生, 1990年、1994年在国防科学技术大学自动控制系获学士和硕士学位, 现为空军第五研究所高级工程师. 研究兴趣有机器人、智能制导控制与仿真.

**常文森** 1935年生, 国防科技大学教授, 博士生导师. 研究兴趣有智能控制, 机器人, 磁悬浮技术.

**张彭** 1934年生, 国防科技大学教授, 博士生导师. 研究兴趣有智能控制, 机器人技术.

## 2002 中国控制与决策学术年会(14th CDC)征文通知

**会议主题:** 控制与决策系统的理论与应用

**征文范围:** 1. 广义系统、大系统、非线性系统、混沌系统、系统稳定与镇定; 2. 自适应、鲁棒、预测、变结构控制; 3. 系统滤波、辨识、参数估计; 4. 频域控制、状态反馈控制、最优控制、 $H_\infty$  优化、动态规划、组合优化方法; 5. 智能控制、模糊控制、专家系统; 6. 神经网络及其应用; 7. 故障检测、容错、冗余、系统完整性; 8. 离散事件系统(FMS、CIMS)、混合系统; 9. 社会经济、生产计划、生产调度、生产管理系统; 10. 对策、决策理论及应用; 11. 信息管理、决策支持系统及系统仿真; 12. 军事信息科学与技术; 13. 其它(机器人、电力系统、拖动控制、工业过程控制、仪器仪表、计算机控制等).

**时间地点:** 2002年5月 河南省郑州市

**论文要求:** 1. 具有较高学术水平, 内容充实具体; 2. 未在国内外公开发行的刊物和全国性学术会议上发表或宣读; 3. 全文不超过 5000 字(含图表所占字数, 插图限 3~4 幅); 4. 写作格式参见本会议文集; 5. 原稿字迹清楚, 插图规范, 文中易混字母大小写及上下角标用铅笔标明; 6. 来稿请注明“CDC'2002 征文”字样, 并标明原稿属“征文范围”哪一类文稿; 7. 写清第一作者详细通讯地址、邮编及电话; 8. 来稿一式二份, 本会不退稿.

**论文评优:** 应广大作者和读者的要求, 本届年会将评选优秀论文.

**论文出版:** 录用论文统一编辑, 激光照排, 胶版印刷, 出版社正式出版发行.

**截稿日期:** 2001年11月15日

**录用通知:** 2001年11月30日以前

**联系地址:** 110004 沈阳市东北大学 125 信箱

**联系人:** 李淑华

**电 话:** (024)23906437