文章编号：1000 - 8152(2002)01 - 0041 - 03

遗传算法中交叉和变异概率选择的自适应方法及作用机理

陈长征　王　楠
（沈阳工业大学诊断与控制工程中心·沈阳，110023）

摘要：在指出了传统遗传算法中交叉和变异概率的选择具有盲目性的基础上，提出了遗传算法中交叉和变异概率选择的改进措施，对其作用机理进行了深入的分析，指出改进算法体现了自适应策略．用一个非常复杂的数学函数对新算法进行了测试，结果表明改进算法克服了传统遗传算法难以解决的早熟和局部收敛的问题．

关键词：遗传算法；交叉概率；变异概率；自适应策略
文献标识码：A

Adaptive Selection of Crossover and Mutation Probability of Genetic Algorithm and Its Mechanism

CHEN Changzheng　and　WAN Nan
(Diagnosis and Control Engineering Center. Shenyang University of Technology · Shenyang. 110023, P.R.China)

Abstract: Considering the deficiency of selection of crossover and mutation probability in traditional genetic algorithm, an improved algorithm of crossover and mutation probability is proposed, and the mechanism of new algorithm is thoroughly analyzed, the new algorithm reflects adaptive stratagem. New algorithm is tested with a complex mathematics function, the experimental results show that improved method is efficient. The new improved algorithm remedies the premature and local convergence problem of the old algorithm.

Key words: genetic algorithm; crossover probability; mutation probability; adaptive stratagem

1　引言(Introduction)

近年来，一种进化论的数学模型，在思想方法上标新立异的优化方法——遗传算法(genetic algorithm，简称 GA)发展十分迅速，在一些研究工作和工程技术中以其独特的解决问题的能力而获得了广泛的应用[1]．

基因遗传算法是由美国 Michigan 大学的 Holland 于 1975 年提出的，是一种基于达尔文生物进化论思想的新的优化算法．它是对生物进化过程中繁殖、杂交和变异的自然选择规律的模拟，针对某一具体问题，GA 首先要随机选择一组可能解作为初始群体，通过选择、杂交、变异等操作使这可能解逐渐改变，并在“物竞天演，适者生存，不适者淘汰”的选择原则下，使群体在若干代后的“素质”得以提高，这些子代中“素质”最好的，也就是问题的最优解得以生存．

一般，遗传算法包含三个基本算子：繁殖(reproduction)、交叉(crossover)和变异(mutation)．简单地说，繁殖是从一个旧群体中选择生命力强的个体产生新群体的过程．它意味着适应值高的个体在下一代中复制自身的个数多．交叉是按较大的概率从群体中随机选择两个个体，交换这两个个体的某些位，交换的目的在于产生新的基因组合，以限制遗传材料的丢失．变异是以较小的概率对群体中的某些个体的位进行改变，即“1”变“0”，“0”变“1”，变异的目的在于防止寻优过程中过早收敛于不成熟期[2]．实际上，对遗传算法的收敛性起决定作用的是交叉和变异算子[3]，在一般的遗传算法中，交叉概率常随机地选取一个较大的值，而变异概率选取一个较小的值；通常交叉概率选为 0.5 ~ 1.0，变异概率的取值范围是 0.001 ~ 0.05，这带有很大的盲目性，为此，本文对二者的选择进行改进并对其作用机理进行探讨．

2　交叉概率和变异概率的自适应确定(Adaptive determination of crossover and mutation probability)

首先说明各量的意义：

收稿日期：2000 - 03 - 15；收修改稿日期：2000 - 10 - 16．

p_c:交叉概率;p_m:变异概率;f:适值;f':最大适值;h:一个型式;$\bar{f}_H^2$:型式 h 的平均适值的平方;f_i:某个型式的适值;$n_i^h(t+1)$:在 $t+1$ 代中型式 h 的第 i 个解的期望子代数;$\bar{f}$:种群的平均适值;$N_h(t)$:型式 h 中的第 t 代的解的数量;$\bar{f}_h$:型式 h 的平均适值;$l(h)$:型式 h 的定义长度;f_0:种群的最大适值;L:解的长度,编码解的二进制的位数.

为了避免发散和陷入局部极小,要保持种群中"好"的个体,需要自适应地调整 p_c 和 p_m.这可以通过对高适值的解降低 p_c 和 p_m 的值、对低适值的解提高 p_c 和 p_m 的值来实现.当高适值的解加快 GA 的收敛的同时,低适值的解防止 GA 陷入局部极小.p_m 的值不但取决于 $f_0-\bar{f}$,而且还取决于解的适值 f;类似,p_c 将取决于两个父代解的适值.f 越接近于 f_0,p_m 越小甚至可以用 f_0-f 代替.同时 p_c 可以用 f_0-f' 代替.这里的 f' 是用来交叉的解中的最大适值.p_c 和 p_m 可以表示为:

$$\begin{aligned} p_c &= k_1(f_0-f')/(f_0-\bar{f}), \\ p_m &= k_2(f_0-f)/(f_0-\bar{f}), \end{aligned} \quad k_1,k_2 \leqslant 1.0. \tag{1}$$

对于具有最大适值的解,其 p_c 和 p_m 为零;种群中的最好解传输到下一代,考虑到选择机制,可能会导致种群中解的指数增长并且会产生早熟.为了克服这个缺陷,对于每个解引入缺省变异率,并规定这个变异率 0.005.

改进的目的就是防止算法收敛于局部最优点、为了达到这个目的,使用适值低于平均值的解搜索包含最优解的解区域,这样的解需要完全被打破.由于具有适值 $\bar{f}$ 的解也需要被完全打破,选择 $k_2=0.5$、基于类似的原因将 k_1 的值设为 1.0,这样保证了适值小于或等于 $\bar{f}$ 的所有解都经历交叉操作,交叉概率随着适值趋向于 f_0 而减小并且当适值等于 f_0 时交叉概率为零.

3 改进算法及其作用机理(Improved algorithm and mechanism)

型式定理是分析 GA 算法的一种好的方法[4],下面推导出具有自适应交叉率和变异率的遗传算法的型式定理,也就是导出 $N_h(t+1)$ 的表达式.

3.1 自适应交叉概率及作用机理(Adaptive crossover probability and mechanism)

从 $N_h(t)$ 出发采用比例选择法首先考虑交叉的影响然后再归纳出变异的影响.由型式 h 的第 i 个解产生的期望的子代数为:

$$n_i^h(t+1) \geqslant \frac{f_i}{\bar{f}}\Big(1-\frac{l(h)}{L-1}p_c\Big). \tag{2}$$

将式(1)代入上式,得到对 f_i 没有任何约束的单个不等式:

$$n_i^h(t+1) \geqslant \frac{f_i}{\bar{f}}\Big(1-\frac{l(h)}{L-1}k_1\frac{(f_0-f_i)}{(f_0-\bar{f})}\Big). \tag{3}$$

为了估算 $N_h(t+1)$,对 n_i^h 进行求和得:

$$N_h(t+1) \geqslant$$

$$N_h(t)\frac{\bar{f}_h}{\bar{f}}-N_h(t)k_1\frac{l(h)}{L-1}\frac{\bar{f}_h^2}{\bar{f}\times(f_0-\bar{f})}\times(f_0\bar{f}_h-\bar{f}_h^2). \tag{4}$$

上式表示带有自适应交叉概率的遗传算法的型式定理.

3.2 自适应变异概率及作用机理(Adaptive mutation probability and mechanism)

当考虑到变异的影响时,式(3)可写为:

$$n_i^h(t+1) \geqslant$$

$$\frac{f_i}{\bar{f}}\Big(1-\frac{l(h)}{L-1}k_1\frac{(f_0-f_i)}{(f_0-\bar{f})}\Big)\times\Big(1-k_2\frac{(f_0-f_i)}{(f_0-\bar{f})}\Big)^n. \tag{5}$$

求和得:

$$N_h(t+1) \geqslant$$

$$N_h(t)\frac{\bar{f}_h}{\bar{f}}\Big(1-\frac{l(h)}{L-1}k_1\frac{(f_0-\bar{f}_h)}{(f_0-\bar{f})}\Big)\times\Big(1-k_2\frac{(f_0-f_h)}{(f_0-\bar{f})}\Big)^n. \tag{6}$$

对于 $\bar{f}_h=f_0$,得到:

$$N_n(t+1) \geqslant N_h(t)\frac{\bar{f}_h}{\bar{f}}. \tag{7}$$

对于 $\bar{f}_h=\bar{f}$,得到:

$$N_h(t+1) \geqslant N_h(t)\frac{\bar{f}_h}{\bar{f}}\Big(1-\frac{l(h)}{L-1}k_1\Big)\times(1-k_2)^n. \tag{8}$$

式(7)和式(8)是适值为 f_0 和 $\bar{f}$ 时的自适应遗传算法的型式定理.

由于具有高适值的解的分裂概率比具有低适值解的小,分裂后随机选择的解的期望适值要高于具有相同概率的传统遗传算法的.因此我们看到改进的遗传算法可以保留具有高适值的型适值快速增加,这充分体现了自适应策略的结果.

4 改进算法的性能测试(Performance testing of improved algorithm)

为了考察改进后的遗传算法的性能究竟提高了多少,用一个非常复杂的数学函数对传统遗传算法和改进后的遗传算法进行了测试[5].

该函数是 Schaffer's 函数

$$f(x,y) = 0.5 - \frac{\sin^2\sqrt{x^2+y^2} - 0.5}{(1+0.001(x^2+y^2))^2}. \quad (9)$$

如图 1 和图 2 所示,该函数有无数个极大点,其中只有一个(0,0)为全局最大,最大值为 1,自变量取值范围是: $-100 < x, y < 100$, 此函数最大值峰周围有一圈脊,它们的取值均为 0.990283,因此很容易陷入在此局部极大点.

图 3 为传统遗传算法的适值——进化代数曲线,由图可以看出无论经过几百次的进化,其解分别收敛于局部极大点,而始终没有收敛到全局最大点(0,0).而图 4 是改进后的遗传算法适值——进化代数曲线,从中可以看出,使用经过改进后的遗传算法进化几百代甚至几十代后,无论初始群体如何均收敛于全局最大点.

可以看出传统遗传算法是难于收敛于全局最优点,而经改进后的遗传算法经过几十代进化就收敛于全局最优点,再一次证明了改进遗传算法的有效性.由此看出,经改进的 GA 克服了传统 GA 的缺陷.

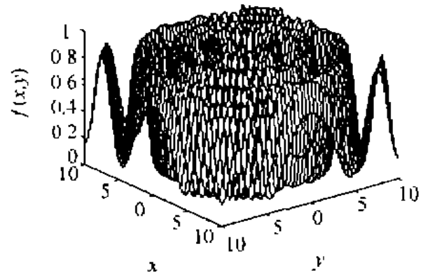

图 1　Schaffer's函数

Fig. 1　Schaffer's function

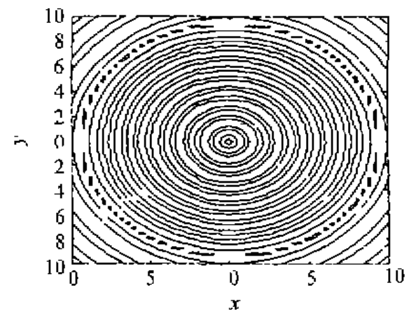

图 2　Schaffer's函数等高线

Fig. 2　Schaffer's function contour

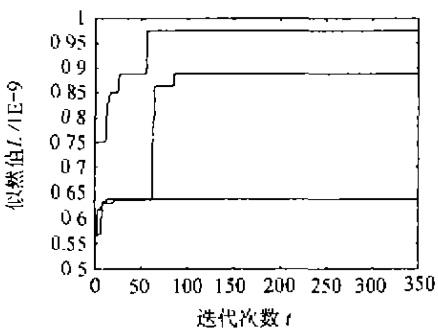

图 3　传统遗传算法的适值—— 代数曲线

Fig. 3　Fitness-generation curve of tradition GA

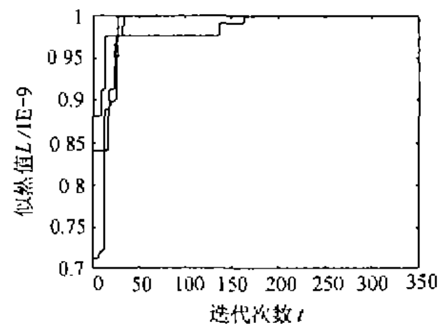

图 4　改进遗传算法的适值—— 代数曲线

Fig. 4　Fitness-generation curve of improved GA

5　结论(Conclusion)

本文提出了一种新的交叉和变异概率选择的自适应方法,方法的基本思想是:当种群在局部最优趋向成熟时增加二者的值,而当种群在解空间中发散时减少二者的值.这样做一是促成算法加速收敛,二是避免陷入局部最优.对 p_c 和 p_m 的作用机理进行了分析.

用非常复杂的多值 Schaffer 函数对传统遗传算法和改进后的遗传算法进行了测试.结果表明改进后的遗传算法收敛速度加快且不会陷入局部最优.

参考文献(References)

[1] Goldberg D E. Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning [M]. Reading M A, USA: Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1989

[2] Filho R J L. Genetic-algorithm programming environments [J]. Computer, 1994, 26(6): 29 - 43

[3] Srinivas M. Genetic algorithms: A survey [J] Computer, 1994, 26(6): 17 - 26

[4] Ergezinger S and Thomsen E. An accelerated learning agorithm for multilayer perceptrons: Optimization layer by layer [J]. IEEE Trans on Neural Networks, 1995, 6(1): 31 - 42

[5] Chen Changzheng. Research of intelligence fault diagnosis method for rotating machinery [D]. Xuzhou: China Mining Industry University, 1998 (in Chinese)

本文作者简介

陈长征　1964 年生.教授.1998 年毕业于中国矿业大学矿山机械工程专业,获博士学位.现任沈阳大学诊断与控制工程中心主任.主持研究和完成了辽宁省科技厅基金"机械监测诊断中的小波神经网络应用技术"和"风机工作状态监测与诊断系统"等课题研究工作.目前主要从事基于神经网络和遗传算法的智能诊断技术研究.近年在各级刊物和国内外学术会议上发表设备故障诊断方面学术论文 40 篇,出版专著 3 部.　Email: chencz6699@sina.com

王　楠　1972 年生.硕士研究生.目前主要从事检测技术和遗传算法应用研究.