文章编号：1000-8152(2002)02-0247-02

全时滞控制系统的变结构控制

蔡国平　黄金枝
（上海交通大学工程力学系·上海，200030）

摘要： 采用趋近律方法设计控制律，给出了全时滞控制系统的变结构设计方法，并通过算例验证了所提控制方法的有效性.

关键词： 全时滞系统；变结构控制；滑模面
文献标识码： A

Variable Structure Control of Global Time-Delay Systems

CAI Guoping　and　HUANG Jinzhi
(Department of Engineering Mechanics, Shanghai Jiaotong University · Shanghai, 200030. P. R. China)

Abstract: Variable structure control method for global time-delay systems is investigated in which the controller is designed by using approach law. Effectiveness of the proposed control method is demonstrated by simulation example.

Key words: global time-delay system; variable structure control; sliding-mode surface

1 引言(Introduction)

实际控制系统中不可避免地存在着时滞影响，例如火箭燃烧和电感器[1]等.这些系统或者由于控制实现延时，或者是由于传输等因素使系统的状态依赖于先前的数据.以往人们为便于分析，总是忽略时滞，导致所设计的控制器不能够对被控系统进行有效的控制.因而近年来，时滞控制系统的研究受到了国内外众多学者的高度重视，并已有许多研究成果问世[2,3].

众所周知，变结构控制具有对系统固有参数变化和外部扰动的鲁棒性.近十年来，有关时滞系统变结构控制的研究方兴未艾[2,4-7].本文在前人研究的基础上对全时滞控制系统的变结构控制方法进行研究，给出全时滞变结构控制的趋近律方法，并通过算例对控制方法的有效性进行验证.

2 滑模面的确定(Determination of sliding-mode surface)

考虑如下时滞系统

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + \bar{A}x(t-\tau) + Bu(t), \tag{1}$$

其中，$x(t) \in \mathbb{R}^n$；$x(t-\tau) \in \mathbb{R}^n$；$A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ 和 $\bar{A} \in \mathbb{R}^{n\times n}$ 为系数矩阵；$u(t) \in \mathbb{R}^r$ 为控制力列向量；$B \in \mathbb{R}^{n\times r}$ 为控制力位置矩阵；$\tau > 0$ 为状态时滞量.

假定系统切换函数具有如下形式

$$S(t) = Px(t), \tag{2}$$

其中，$P \in \mathbb{R}^{r\times n}$ 为切换函数系数矩阵.当系统相点到达滑模面时，应有

$$Px(t) = 0 \quad 和 \quad P\dot{x}(t) = 0.$$

对式(1)作如下变换

$$y(t) = Gx(t) \quad 或 \quad x(t) = G^{-1}y(t), \tag{3}$$

其中

$$G = \begin{bmatrix} I_{n-r} & -B_1B_2^{-1} \\ 0 & I_r \end{bmatrix},$$

$$G^{-1} = \begin{bmatrix} I_{n-r} & B_1B_2^{-1} \\ 0 & I_r \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix},$$

$I_{n-r} \in \mathbb{R}^{(n-r)\times(n-r)}$ 和 $I_r \in \mathbb{R}^{r\times r}$ 皆为单位矩阵；$B_1 \in \mathbb{R}^{(n-r)\times r}$ 和 $B_2 \in \mathbb{R}^{r\times r}$.若 B_2 矩阵奇异，则需对状态方程(1)进行调整，使 B_2 矩阵非奇异.则式(1)可变换为

$$\dot{y}(t) = Dy(t) + \bar{D}y(t-\tau) + \bar{B}u(t), \tag{4}$$

其中

$$D = GAG^{-1},\ \bar{D} = G\bar{A}G^{-1},\ \bar{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ B_2 \end{bmatrix}.$$

对式(4)和式(2)进行分块处理，可得滑动模态方程和滑模面方程

$$\begin{aligned}\dot{y}_1(t) = {} & D_{11}y_1(t) + D_{12}y_2(t) + \\ & \bar{D}_{11}y_1(t-\tau) + \bar{D}_{12}y_2(t-\tau), \end{aligned}\tag{5}$$

收稿日期：2000-07-25；收修改稿日期：2001-01-16.

$$S(t) = Px(t) = PG^{-1}y(t) = \bar{P}y(t) = \bar{P}_1y_1(t) + \bar{P}_2y_2(t) = 0. \quad (6)$$

其中

$$y(t) = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{bmatrix},\ D = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{bmatrix},$$

$$\bar{P} = [\bar{P}_1, \bar{P}_2], \quad \bar{D} = \begin{bmatrix} \bar{D}_{11} & \bar{D}_{12} \\ \bar{D}_{21} & \bar{D}_{22} \end{bmatrix}.$$

$y_1(t)$ 和 $y_2(t)$ 分别为 $(n-r)$ 维和 r 维列向量；$D_{11} \in \mathbb{R}^{(n-r)\times(n-r)}$，$D_{12} \in \mathbb{R}^{(n-r)\times r}$，$\bar{D}_{11} \in \mathbb{R}^{(n-r)\times(n-r)}$，$\bar{D}_{12} \in \mathbb{R}^{(n-r)\times r}$；$\bar{P}_1 \in \mathbb{R}^{r\times(n-r)}$，$\bar{P}_2 \in \mathbb{R}^{r\times r}$.

由式(6)可得

$$y_2(t) = -\bar{P}_2^{-1}\bar{P}_1y_1(t) = -Ky_1(t), \quad (7)$$

将式(7)代入式(5)，可得降阶的滑动模态方程为

$$\dot{y}_1(t) = (D_{11} - D_{12}K)y_1(t) + (\bar{D}_{11} - \bar{D}_{12}K)y_1(t-\tau). \quad (8)$$

我们希望寻求矩阵 K，使矩阵 $(D_{11} - D_{12}K)$ 稳定. 由文献[7]知，若取

$$K = R^{-1}D_{12}^{\mathrm{T}}T. \quad (9)$$

其中，T 为如下 Riccati 方程的解

$$D_{11}T + TD_{11}^{\mathrm{T}} - TD_{12}R^{-1}D_{12}^{\mathrm{T}}T = -Q, \quad (10)$$

则矩阵 $(D_{11} - D_{12}K)$ 稳定. 式(10)中，$Q \in \mathbb{R}^{(n-r)\times(n-r)}$ 为半正定对称矩阵，$R \in \mathbb{R}^{r\times r}$ 为正定对称矩阵. 另外，由文献[7]还可知，当 $\bar{T}$ 为 Riccati 方程 $D_{11}\bar{T} + \bar{T}D_{11}^{\mathrm{T}} - 2\bar{T}D_{12}R^{-1}D_{12}^{\mathrm{T}}\bar{T} = -Q$ 的解时，若

$$\|(\bar{D}_{11} - \bar{D}_{12}K)\bar{T}\| < \lambda_{\min}(Q)/2, \quad (11)$$

则系统的滑动模态渐近稳定，且与时滞量 τ 无关，即系统是全时滞稳定的. 式(11)中，$\lambda_{\min}(Q)$ 为矩阵 Q 的最小特征值.

令 $\bar{P}_2 = I_r$ 为单位矩阵，则由 $K = \bar{P}_2^{-1}\bar{P}_1 = R^{-1}D_{12}^{\mathrm{T}}T$ 可解出 $\bar{P}_1 = R^{-1}D_{12}^{\mathrm{T}}T$. 因此，切换函数系数矩阵可确定为

$$P = [R^{-1}D_{12}^{\mathrm{T}}T,\ I_r]G. \quad (12)$$

3 控制律设计(Design of controller)

取指数趋近律为如下形式[8]

$$\dot{S}(t) = -\delta\mathrm{sgn}(S) - \bar{R}S(t). \quad (13)$$

其中，δ 和 $\bar{R}$ 皆为 $(r\times r)$ 维对角阵，且 $\delta_i > 0$ 和 $\bar{R}_i > 0 (i = 1 \sim r)$；$\mathrm{sgn}(S) = [\mathrm{sgn}(S_1), \cdots, \mathrm{sgn}(S_r)]^{\mathrm{T}}$ 为 r 维列向量，sgn 为符号函数.

对式(2)求导并代入式(1)，整理后可得控制律为

$$u(t) = -[PB]^{-1}\{PAx(t) + P\bar{A}x(t-\tau) + \delta\mathrm{sgn}(S) + \bar{R}S(t)\}. \quad (14)$$

由 $S^{\mathrm{T}}\dot{S} = -|S^{\mathrm{T}}|\delta - S^{\mathrm{T}}\bar{R}S < 0$ 可知，到达条件满足，因此滑动模态发生. 另外，增大 $\bar{R}$ 和减小 δ 可以加速趋近过程和减小抖振[8].

4 算例(Example)

考虑如下控制系统

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -4 & -6 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1(t-\tau) \\ x_2(t-\tau) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}u(t),$$

$$\begin{bmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

选取 $Q = R = 1$，由式(10)可求出 $T = 0.6228$，则由式(9)可求出 $K = 1.8684$. 因此，切换函数为系数向量可取为 $P = [1.8684, 1]$，切换函数为 $S(t) = 1.8684x_1(t) + x_2(t)$，滑动模态方程可求出为 $\dot{x}_1(t) = -3.6052x_1(t) - x_1(t-\tau)$. 选取控制律(14)中系数 $\delta = 0.01$ 和 $\bar{R} = 10$，则控制律有如下形式

$$u(t) = [0.2632, 0.3948]\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + [1.8684, 1]\begin{bmatrix} x_1(t-\tau) \\ x_2(t-\tau) \end{bmatrix} - 0.01\mathrm{sgn}(S) - 10S(t)$$

取时滞量为 $\tau = 0.4$，由式(11)可知，控制系统为全时滞渐进稳定. 计算机仿真结果如图1所示，控制效果较为明显.

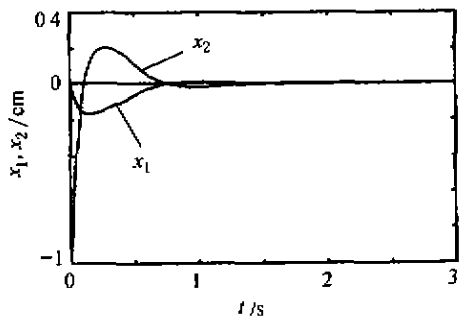

图1 仿真计算结果

Fig. 1 Simulation results

5 结束语(Conclusion)

本文对全时滞控制系统的变结构控制方法进行了研究，通过趋近律给出了控制律的表达式，并通过算例验证了文中所提控制方法的有效性. 对于时滞控制系统，由于时滞的存在，系统的稳定性分析显得尤为重要. 当系统为多自由度和多时滞控制系统时，寻找判断控制系统稳定性的实用的代数准则较为困难. 这些工作有待于今后作进一步的研究.

(下转第252页)

得到$(x_{ij})_r$和目标函数值$\bar{f}_r$;置$r = r + 1$.

步4: 若$r \leqslant R$,转步2;否则,转步5.

步5: 取$f = \min(\bar{f}_r)(r = 1,\cdots,R)$.

步6: 以f为上界,利用分枝定界法求解模型.

步7: 输出最优解和目标函数值.

由于该算法是根据问题特点而设计的,所以对于此类问题有很好的求解效率.利用上述算法计算了大量的数值例子,取得了满意的结果.

5 结束语(Conclusion)

针对分销网络设计问题中某些参数难于确定这一特点,本文提出了供应链中二级分销网络的模糊机会约束规划模型,目的是使此类问题的描述与实际情况更为接近.而启发式算法同分枝定界法相结合,是在合理的时间内求得此类问题最优解的一种有效的途径.

参考文献(References)

[1] Brown G G, Graves G W and Honczarenko M D. Design and operation of a multicommodity production/distribution system using primal goal decomposition [J]. Management Science, 1987,33(11):1469 - 1480

[2] Geoffrion A M and Graves G W. Multicommodity distribution system design [J]. Management Science, 1974,20(5):822 - 844

[3] Van Roy T J. Multi-level production and distribution planning with transportation decision fleet optimization [J]. Management Science, 1989,35(12):1443 - 1453

[4] Zadeh L A. Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1978,1(1):3 - 28

[5] Fang Shucheng and Wang Dingwei. Fuzzy Mathematics and Fuzzy Optimization [M]. Beijing: Science Press, 1997,263 - 264 (in Chinese)

[6] Liu Baoding and Zhao Reiqing. Stochastic Programming and Fuzzy Programming [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1998,164 - 172 (in Chinese)

[7] Liu Baoding and Iwamura K. Chance constrained programming with fuzzy parameters [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1998,94(2):227 - 237

[8] Delgado J L and Verdegay M A. A general model for fuzzy linear programming [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1989,29(2):21 - 29

本文作者简介

赵晓煜 1972年生.分别于1993年,1996年在东北大学自动控制系获学士和硕士学位.现为东北大学系统工程系博士研究生.主要研究方向为供应链管理,智能化优化方法等. Email: zhaoxymail@mail.china.com

汪定伟 见本刊2002年第2期第238页.

(上接第248页)

参考文献(References)

[1] Banksb S P. Control System Engineering [M]. London: Prentice-Hall Int. Ltd.,1986

[2] Hu Yueming and Zhou Qijie. Variable Structure Control Systems with Distributed Parameters [M]. Beijing: National Defense Industrial Press, 1996

[3] Malek M and Jamashidi M. Time-Delay Systems, Analysis, Optimization and Applications [M] North-Holland, 1987

[4] Hu Yueming and Zhou Qijie. Variable structure control of control systems with delay [J]. Acta Automatica Sinca, 1991,17(5):587 - 591

[5] Zheng Feng, Cheng Mian and Gao Weibing. Variable structure control of time-delay systems [J]. Control Theory and Applications, 1994,11(3):294 - 302

[6] Yue Dong and Liu Yongqing. New design method of variable structure control of delay systems [J]. Control and Decision, 1994,9(4):311 - 314

[7] Jafari Koshkouei A and Zinober A S I. Sliding mode time-delay systems [R]. IEEE Workshop on Variable Structure Systems [M]. Sheffield S10 2TN, UK, 1996

[8] Gao Weibing. Theory and Design Methods of Variable Structure Control [M]. Beijing: Science Press, 1998

本文作者简介

蔡国平 1965年生.1987年于太原重型机械学院本科毕业.1993年在洛阳工学院机械制造专业取得硕士学位.2000年在西安交通大学工程力学系获工学博士学位.现在上海交通大学工程力学系博士后流动站工作.主要研究方向为结构主动控制. Email: caigp@263.net

黄金枝 1941年生.教授.博士生导师.现在上海交通大学建筑工程与力学学院从事科研工作,并任上海建通监理公司总经理.研究兴趣为结构主动控制.