文章编号: 1000-8152(2002)04-04-0635

一类非线性离散时间系统的自适应控制

王强德[1]，魏春玲[2]
(1.曲阜师范大学 自动化所,山东曲阜 273165; 2.曲阜师范大学 体育系,山东曲阜 273165)

摘要: 针对一类非线性离散系统,利用Lyapunov方法和加权最小二乘估计设计了一种自适应控制器,在不对非线性加增长条件约束的情况下,得到了闭环系统的全局跟踪性能.

关键词: 非线性离散时间系统; 自适应控制; 加权最小二乘估计
中图分类号: TP271.8;TP273.2　　**文献标识码**: A

Adaptive control of a nonlinear discrete-time system

WANG Qiang-de[1], WEI Chun-ling[2]
(1. Institute of Automation, Qufu Normal University, Shandong Qufu 273165, China;
2. Department of Physical Education, Qufu Normal University, Shandong Qufu 273165, China)

Abstract: An adaptive controller is designed utilizing Lyapunov function and weighting least-square estimator for a nonlinear discrete-time system. A global stability result is obtained without growth conditions on the nonlinearities.

Key words: nonlinear discrete-time system; adaptive control; weighting least-square estimator

1 引言(Introduction)

近几年,非线性连续系统受到越来越多的关注,并得到了一些重要结果[1~4].但是对非线性离散系统研究的却很少,原因是处理非线性采样数据有很大困难,特别采样以后输入和反馈线性化中的仿射性质不再保持[5].即使对纯离散非线性系统,虽然采样问题不存在了,但也只得到了很少的结果[6].并且为了得到全局稳定性,都对非线性加了线性增长条件限制.这主要是因为在离散系统中,如果未知参数乘一个不具有线性增长条件的非线性时,主要的理论工具Key Technical Lemma[7]不能应用.对连续系统虽然也会遇到同样的问题,但Lyapunov设计分析方法可以克服这一问题.

对离散非线性系统,我们也希望利用Lyapunov分析方法,但这是很难行得通的.因为连续Lyapunov函数的一个关键性质是我们可以选择它,使它的导数对参数误差是线性的(如果系统对参数是线性的)和对参数估计的导数是线性的.而离散Lyapunov函数的差分不具备这种关键线性性质.

本文我们将指出,虽然有上面提到的困难,但对一些简单的的离散系统,Lyapunov分析能克服线性增长条件约束.文[8]中对单参数离散非线性系统设计了一种自适应控制器,本文我们用文[8]提出的非线性数据加权的最小二乘算法和Lyapunov函数,针对具有多参数的离散非线性系统,构造自适应控制器,使闭环系统全局渐进稳定.

2 常规设计方法(General design method)

考虑下面的非线性离散系统

$$y(k+1)=u(k)+\theta^{\mathrm{T}}f(y(k))=u(k)+\theta^{\mathrm{T}}f_k. \qquad (2.1)$$

其中 $u(k)$,$y(k+1)$ 为系统的输入和输出,θ 为未知常参数向量,$\theta\in\mathbb{R}^n$,$f(y(k))$ 为 $y(k)$ 的非线性向量函数,$f(y(k))\in\mathbb{R}^n$ 且对有界信号 $y(k)$,$\|f(y(k))\|$ 是有界的.

令 $y^*(k)$ 为有界期望输出信号,$|y^*(k)|\leq M$.控制目标是设计控制器使 $y(k)$ 跟踪 $y^*(k)$.当 θ 为已知时,我们取 $u(k)=y^*(k+1)-\theta^{\mathrm{T}}f_k$ 就能使 $y(k)$ 跟踪 $y^*(k)$,当 θ 为未知时,我们可取确定性等价控制

$$u(k)=y^*(k+1)-\hat{\theta}_k^{\mathrm{T}}f_k. \qquad (2.2)$$

参数辨识算法为

$$\hat{\theta}_k=\hat{\theta}_{k-1}+P_{k-1}f_{k-1}e_k, \qquad (2.3)$$

$$P_{k-1}=P_{k-2}-\frac{P_{k-2}f_{k-1}f_{k-1}^{\mathrm{T}}P_{k-2}}{1+f_{k-1}^{\mathrm{T}}P_{k-2}f_{k-1}}, \qquad (2.4)$$

收稿日期:1999-10-15; 收修改稿日期:2000-10-16.

$$P_{-1} = P_{-1}^{\mathrm{T}} > 0,$$

$$e_k = y(k) - y^*(k). \tag{2.5}$$

由式(2.4)可得

$$P_k^{-1} = P_{k-1}^{-1} + f_k f_k^{\mathrm{T}}. \tag{2.6}$$

则闭环系统为

$$\begin{aligned} e_{k+1} &= y(k+1) - y^*(k+1) = \\ &u(k) + \theta^{\mathrm{T}} f_k - y^*(k+1) = \\ &\tilde{\theta}_k^{\mathrm{T}} f_k, \end{aligned} \tag{2.7}$$

$$\tilde{\theta}_{k+1} = \tilde{\theta}_k - P_k f_k e_{k+1}, \tag{2.8}$$

$$P_k = P_{k-1} - \frac{P_{k-1} f_k f_k^{\mathrm{T}} P_{k-1}}{1 + f_k^{\mathrm{T}} P_{k-1} f_k}. \tag{2.9}$$

其中 $\tilde{\theta}_k = \theta - \hat{\theta}_k$,取 $V_1 = \tilde{\theta}_k^{\mathrm{T}} P_{k-1}^{-1} \tilde{\theta}_k$, 则

$$\begin{aligned} &V_1(k+1) - V_1(k) = \\ &\tilde{\theta}_{k+1}^{\mathrm{T}} P_k^{-1} \tilde{\theta}_{k+1} - \tilde{\theta}_k^{\mathrm{T}} P_{k-1}^{-1} \tilde{\theta}_k = \\ &(\tilde{\theta}_k - P_k f_k e_{k+1})^{\mathrm{T}} P_k^{-1} (\tilde{\theta}_k - P_k f_k e_{k+1}) - \tilde{\theta}_k^{\mathrm{T}} P_{k-1}^{-1} \tilde{\theta}_k = \\ &\tilde{\theta}_k^{\mathrm{T}} (P_k^{-1} - P_{k-1}^{-1}) \tilde{\theta}_k - 2\tilde{\theta}_k^{\mathrm{T}} f_k e_{k+1} + f_k^{\mathrm{T}} P_k f_k e_{k+1}^2 = \\ &\tilde{\theta}_k^{\mathrm{T}} f_k f_k^{\mathrm{T}} \tilde{\theta}_k - 2\tilde{\theta}_k^{\mathrm{T}} f_k e_{k+1} + f_k^{\mathrm{T}} P_k f_k e_{k+1}^2 = \\ &- e_{k+1}^2 (1 - f_k^{\mathrm{T}} P_k f_k) = \\ &- \frac{e_{k+1}^2}{1 + f_k^{\mathrm{T}} P_{k-1} f_k} \leqslant 0, \end{aligned} \tag{2.10}$$

则可得

$$\tilde{\theta}_k^{\mathrm{T}} P_{k-1}^{-1} \tilde{\theta}_k \leqslant \tilde{\theta}_0^{\mathrm{T}} P_{-1}^{-1} \tilde{\theta}_0,$$

$$\lim_{k\to\infty} \frac{-e_{k+1}^2}{1 + f_k^{\mathrm{T}} P_{k-1} f_k} = 0. \tag{2.11}$$

若非线性向量函数 $f(\cdot)$ 满足线性增长条件

$$\| f(y) \| \leqslant k_1 + k_2 | y |,$$

则

$$\begin{aligned} &| f_k^{\mathrm{T}} P_{k-1} f_k |^{\frac{1}{2}} \leqslant \\ &\lambda^{\frac{1}{2}} (k_1 + k_2 | y(k) |) \leqslant \\ &\lambda^{\frac{1}{2}} (k_1 + k_2 \max_{0 \leqslant i \leqslant k} | y(i) |) \leqslant \\ &\lambda^{\frac{1}{2}} (k_1 + k_2 | y(0) | + k_2 \max_{0 \leqslant i \leqslant k} | y(i+1) |) \leqslant \\ &\lambda^{\frac{1}{2}} (k_1 + k_2 | y(0) | + k_2 \max_{0 \leqslant i \leqslant k} | e_{i+1} | + k_2 M) = \\ &c_1 + c_2 \max_{0 \leqslant i \leqslant k} | e_{i+1} |. \end{aligned} \tag{2.12}$$

其中 $\lambda = \lambda_{\max}(P_{-1})$, $\lambda_{\max}(P)$ 表示矩阵 P 的特征根的最大值.

由 Key Technical Lemma 得 e_k 有界且当 $k \to \infty$ 时 $e_k \to 0$.

若非线性函数 $f(\cdot)$ 不满足线性增长条件,则式(2.12)不能得到,Key Technical Lemma 的条件不满足,不能应用.因此我们需要改进辨识算法,以得到系统的跟踪性能.

3 修正算法设计(Modified algorithm design)

在式(2.11)中,若 $f_k^{\mathrm{T}} P_{k-1} f_k$ 有界的话,则可得到 e_k 有界且当 $k \to \infty$ 时 $e_k \to 0$. 因为 P_k 单调减小,若在辨识算法中对非线性向量函数进行加权,并适当选取加权系数,就可能使 $f_k^{\mathrm{T}} P_{k-1} f_k$ 有界.我们采用加权的最小二乘算法辨识参数:

$$\hat{\theta}_k = \hat{\theta}_{k-1} + a_{k-1} P_{k-1} f_{k-1} e_k, \tag{3.1}$$

$$P_{k-1} = P_{k-2} - \frac{a_{k-1} P_{k-2} f_{k-1} f_{k-1}^{\mathrm{T}} P_{k-2}}{1 + a_{k-1} f_{k-1}^{\mathrm{T}} P_{k-2} f_{k-1}}, \tag{3.2}$$

$$P_{-1} = P_{-1}^{\mathrm{T}} > 0,$$

$$e_k = y(k) - y^*(k), \tag{3.3}$$

则闭环系统为

$$\begin{aligned} e_{k+1} &= y(k+1) - y^*(k+1) = \\ &u(k) + \theta^{\mathrm{T}} f_k - y^*(k+1) = \\ &\tilde{\theta}_k^{\mathrm{T}} f_k, \end{aligned} \tag{3.4}$$

$$\tilde{\theta}_{k+1} = \tilde{\theta}_k - a_k P_k f_k e_{k+1}, \tag{3.5}$$

$$P_k = P_{k-1} - \frac{a_k P_{k-1} f_k f_k^{\mathrm{T}} P_{k-1}}{1 + a_k f_k^{\mathrm{T}} P_{k-1} f_k}. \tag{3.6}$$

由式(3.2)可得

$$P_k^{-1} = P_{k-1}^{-1} + a_k f_k f_k^{\mathrm{T}}, \tag{3.7}$$

则

$$V_1(k+1) - V_1(k) = -\frac{a_k e_{k+1}^2}{1 + a_k f_k^{\mathrm{T}} P_{k-1} f_k} \leqslant 0. \tag{3.8}$$

可得

$$\tilde{\theta}_k^{\mathrm{T}} P_{k-1}^{-1} \tilde{\theta}_k \leqslant \tilde{\theta}_0^{\mathrm{T}} P_{-1}^{-1} \tilde{\theta}_0,$$

$$\lim_{k\to\infty} \frac{a_k e_{k+1}^2}{1 + a_k f_k^{\mathrm{T}} P_{k-1} f_k} = 0. \tag{3.9}$$

若我们能取 a_k 使 $\dfrac{a_k}{1 + a_k f_k^{\mathrm{T}} P_{k-1} f_k} > d > 0, \forall k \geqslant 0$, 则可推出 $\lim\limits_{k\to\infty} e_k = 0$.

引理 存在常数 $d_1 > 0$,对 $\forall k \geqslant 0$ 有

$$\frac{\mathrm{tr} P_{-1}^{-1}}{f_k^{\mathrm{T}} f_k} + f_{k-1}^{\mathrm{T}} f_{k-1} + \frac{f_{k-1}^{\mathrm{T}} f_{k-1}}{f_k^{\mathrm{T}} f_k} > \frac{1}{d_1}. \tag{3.10}$$

其中 $\mathrm{tr}(P)$ 表示矩阵 P 的迹.

证 任取 $\delta_0 > 0$.

1) 当 $f_{k-1}^{\mathrm{T}} f_{k-1} > \delta_0$ 时,取 $d_1 > \delta_0^{-1}$,式(3.10)即可满足.

2) 当 $f_{k-1}^{\mathrm{T}} f_{k-1} \leqslant \delta_0$ 时,因为

$$\tilde{\theta}_k^{\mathrm{T}}P_{-1}^{-1}\tilde{\theta}_k \leqslant \tilde{\theta}_k^{\mathrm{T}}P_{k-1}^{-1}\tilde{\theta}_k \leqslant \tilde{\theta}_0^{\mathrm{T}}P_{-1}^{-1}\tilde{\theta}_0,$$

所以

$$\|\tilde{\theta}_k\| \leqslant \|\tilde{\theta}_0\|.$$

所以

$$|y(k)| = \|\tilde{\theta}_{k-1}^{\mathrm{T}}f_{k-1} + y^*(k)| \leqslant$$

$$\|\tilde{\theta}_{k-1}\|\,\|f_{k-1}\| + M \leqslant \|\tilde{\theta}_0\|\sqrt{\delta_0} + M.$$

又对有界的 $y(k)$, $\|f_k\| = \|f(y(k))\|$ 是有界的，所以 $\exists\,\delta_1 > 0$，使 $f_k^{\mathrm{T}}f_k \leqslant \delta_1$，取 $d_1 > \delta_1(\mathrm{tr}P_{-1}^{-1})^{-1}$，式(3.10)即可满足.

综上两种情况，取 $d_1 > \max\{\delta_0^{-1}, \delta_1(\mathrm{tr}P_{-1}^{-1})^{-1}\}$，引理即可得证.

为了得到系统的跟踪性，我们须作如下假设：

假设　(有界条件数假设)

$$\lim_{N\to\infty}\sup\frac{\lambda_{\max}P(N)}{\lambda_{\min}P(N)} < K < +\infty.$$

定理　如果满足上面的假设，取 $a_k = 1+f_{k+1}^{\mathrm{T}}f_{k+1}$，则算法(3.1)～(3.3)和控制律(2.2)作用于系统(2.1)可得跟踪误差 e_k 有界且 $\lim\limits_{N\to\infty} e_k = 0$.

证　由式(3.7)和式(3.10)可得

$$\frac{\mathrm{tr}P_{k-1}^{-1}}{f_k^{\mathrm{T}}f_k} = \frac{\mathrm{tr}(P_{k-2}^{-1} + a_{k-1}f_{k-1}f_{k-1}^{\mathrm{T}})}{f_k^{\mathrm{T}}f_k} >$$

$$\frac{\mathrm{tr}P_{-1}^{-1} + (1+f_k^{\mathrm{T}}f_k)f_{k-1}f_{k-1}^{\mathrm{T}}}{f_k^{\mathrm{T}}f_k} > \frac{1}{d_1},$$

则

$$f_k^{\mathrm{T}}P_{k-1}f_k \leqslant \mathrm{tr}P_{k-1}f_k^{\mathrm{T}}f_k < d_1\mathrm{tr}P_{k-1}\mathrm{tr}P_{k-1}^{-1} \leqslant$$

$$n^2d_1\lambda_{\max}(P_{k-1})\lambda_{\max}(P_{k-1}^{-1}) =$$

$$n^2d_1\frac{\lambda_{\max}(P_{k-1})}{\lambda_{\min}(P_{k-1})} < n^2d_1K = d_2 < \infty,$$

所以

$$\frac{1+a_kf_k^{\mathrm{T}}P_{k-1}f_k}{a_k} = \frac{1}{a_k} + f_k^{\mathrm{T}}P_{k-1}f_k < 1 + d_2.$$

从而得

$$0 \leqslant e_{k+1}^2 < \frac{(1+d_2)a_ke_{k+1}^2}{1+a_kf_k^{\mathrm{T}}P_{k-1}f_k} \to 0.$$

由两面夹定理得 $\lim\limits_{k\to\infty} e_k = 0$，即跟踪误差收敛到零.

因为上面的定理需要有界条件数假设，当条件数很大时，会遇到数值困难，为了去掉这个假设，我们采取文[3](第273页)中条件数监控的方法：

$$\bar{P}_{k-1} = P_{k-2} - \frac{a_{k-1}P_{k-2}f_{k-1}f_{k-1}^{\mathrm{T}}P_{k-2}}{1+a_{k-1}f_{k-1}^{\mathrm{T}}P_{k-2}f_{k-1}}, \quad (3.11)$$

$$r(k-1) = r(k-2)(1+f_{k-1}^{\mathrm{T}}P_{k-2}f_{k-1}),$$

$$r(-1) > 0. \quad (3.12)$$

如果 $r(k-1)\lambda_{\max}\bar{P}_{k-1} \leqslant K_1, 0 \leqslant K_1 < \infty$，则

$$P_{k-1} = \bar{P}_{k-1}, \quad (3.13)$$

否则

$$P_{k-1} = \frac{K_1}{r(k-1)\lambda_{\max}\bar{P}_{k-1}}\bar{P}_{k-1}. \quad (3.14)$$

如果式(3.6)由式(3.11)～(3.14)代替，则由文[3]中第273页注8.5.2的叙述可知该方法能保证条件数有界，因此可去掉上面的有界条件数假设，而定理依旧成立.

4　仿真(Simulation)

为了验证算法的有效性，对如下系统进行仿真

$$y(k+1) = u(k) + \theta_1y^3(k) + \theta_2\sin(y(k)).$$

其中 θ_1, θ_2 为未知常参数，仿真时取 $\theta_1 = 3, \theta_2 = 4$. 我们用Matlab语言分别对幅值为1的正弦波和幅值为1的方波进行了仿真，初值为 $\theta(0) = [2,2]$, $P_{-1} = 100I$，仿真结果见图1和图2.

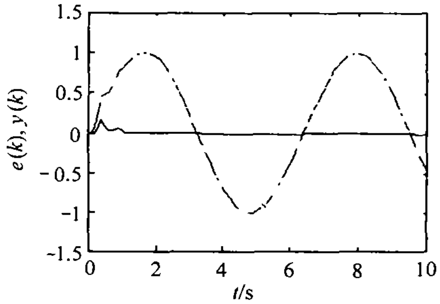

图1　$y^*(k)$ 为正弦波时输出(虚线)和跟踪误差(实线)

Fig. 1　The output (dashed) and tracking error (real line) when $y^*(k)$ is a sine wave

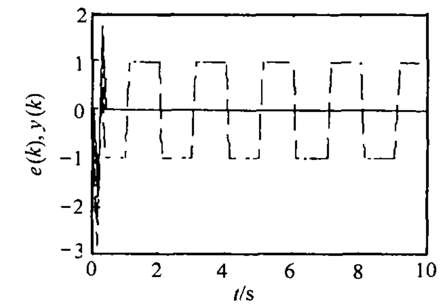

图2　$y^*(k)$ 为方波时输出(虚线)和跟踪误差(实线)

Fig. 2　The output (dashed) and tracking error (real line) when $y^*(k)$ is a square wave

从仿真结果可看出，本文的控制算法是很有效的.

5　结论(Conclusions)

本文针对一类简单的多参数非线性离散系统，设计了一种修正的最小二乘辨识算法，在不对非线性函数施加线性增长条件约束的情况下，确实能得到对有界信号的渐进跟踪性.与连续系统相比，这种设计要复杂和困难得多.

参考文献(References)

[1] Kanellakopoulos I, Kokotovic P V, Morse A S. Systematic design of adaptive controllers for feed back linearizable systems [J]. IEEE Trans. Automat. Control, 1991,36(11):1241-1253

[2] Pomet J B, Praly L. Adaptive nonlinear regulation: estimation from the Lyapunov equation [J]. IEEE Trans. Automat. Control, 1992,37(6):729-740

[3] Krstic M, Kanellakopoulos I, Kokotovic P V. Adaptive nonlinear control without over-parameterization [J]. Systems & Control Letters, 1992,19(1):177-185

[4] Marino R, Tomei P. Global adaptive output-feedback control of nonlinear systems, Part Ⅰ: linear parameterization [J]. IEEE Trans. Automat. Control, 1993,38(1):17-32

[5] Grizzleand J W, Kokotovic P V. Feedback linearization of sampled data systems [J]. IEEE Trans. Automat. Control, 1988,33(9):857-859

[6] Song Y, Grizzle J W. Adaptive output-feedback control of a class of discrete-time nonlinear systems [A]. Proc. 1993 American Control Conference [C]. San Francisco, CA, 1993, 1359-1364

[7] Goodwin G C, Kwai S S. Adaptive Filtering, Prediction and Control [M]. Beijing: Science Press, 1992 (in Chinese)

[8] Kanellakopoulos I. A discrete-time adaptive nonlinear system [J]. IEEE Trans. Automat. Control, 1994,39(11):2362-2365

本文作者简介

王强德 见本刊2002年第2期第202页.

魏春玲 见本刊2002年第2期第202页.

《中国优秀博硕士学位论文全文数据库》(CDMD)总体介绍

CDMD由中国学术期刊(光盘版)电子杂志社与清华同方光盘股份有限公司共同研制,得到了国务院学位办与全国近300家博士培养单位的大力支持与协助.CDMD具有覆盖学科广、文献量大、收录质量高、全文收录、每日更新、使用方式灵活等特点,是我国最具权威的优秀博硕士学位论文全文数据库.

1、简介

CDMD覆盖理工、农林、医卫、社会科学各学科,精选收录全国近300家博士授予单位,2000-2001年的论文全文近30000册,其中"211工程"高校的收录率达80%.CDMD按学科划分为9大专辑出版,今后,每年增加博硕士论文20000册.

2、专辑清单

代码	专辑名称	专辑光盘	学科范围
M-A	理工辑A(数理科学)	半年刊	数学 力学 物理 生物 天文 地理、测绘、资源 气象、水文、海洋 地质 地球物理学
M-B	理工辑B(化学化工能源与材料)	半年刊	化学 化工 矿冶 石油 天然气 金属及金属工艺 煤炭 轻工 劳动保护 环境 材料
M-C	理工辑C(工业技术)	半年刊	工业通用技术及设备 机械 仪表 航空 航天 交通运输 水利工程 农业工程 建筑 动力 原子能技术 电工技术
M-D	农业辑	半年刊	农业基础科学 农艺学 植保 农作物 园艺 林业 畜牧、动物医学 狩猎、蚕蜂 水产、渔业
M-E	医药卫生辑	半年刊	预防医学与卫生学 基础医学 临床医学 中医、中药 药学 生物医学工程
M-F	文史哲辑	半年刊	文学 艺术 旅游 历史 哲学 宗教 体育 人物传记
M-G	经济政治与法律辑	半年刊	经济学 商贸 金融 保险 政论 党建 外交 军事 法律
M-H	教育与社会科学综合辑	半年刊	社会科学研究方法 社会学 民族学 人口学 人才学 各级各类教育
J-I	电子技术与信息科学辑	半年刊	无线电 计算机 自动化 新闻与传媒 图书情报 档案

3、出版背景

学位论文与期刊、图书、报纸等文献资料一样,是记载人类创造的知识信息的一种重要文献类型.世界各国的文献信息机构都很重视对它的收藏与开发利用.我国在博硕士论文的收集、整理、开发方面已取得了积极的成果,但远不能满足国家信息化建设的要求.CDMD的建设是在国家信息化建设战略方针的大框架下进行的,实行全面规划、统一标准、规模建库、资源共享.

(下转第643页)