

文章编号: 1000-8152(2002)05-0755-04

分离随机偏差两段解耦 Wiener 滤波器*

邓自立¹, 罗秋滨²

(1. 黑龙江大学 应用数学研究所, 哈尔滨 150080; 2. 哈尔滨学院 计算机系, 哈尔滨 150086)

摘要: 应用现代时间序列分析方法, 基于 ARMA 新息模型和 Wiener 状态滤波器, 对带随机偏差系统首次提出了分离随机偏差两段解耦 Wiener 滤波器, 形成了一种新的偏差处理技术. 同传统的两段 Kalman 滤波器相比, 具有如下优点: 1) 可统一处理滤波、平滑和预报问题; 2) 避免了 Riccati 方程的计算; 3) 具有最优性和渐近稳定性; 4) 实现了完全解耦; 5) 便于实时应用. 两个仿真例子说明了其有效性.

关键词: 随机偏差; 输入偏差; 传感器偏差; 分离偏差滤波器; 两段解耦 Wiener 滤波器

中图分类号: O211.64 **文献标识码:** A

Separate stochastic bias two-stage decoupled wiener filters

Deng Zi-li¹, Luo Qiu-bin²

(1. Institute of Applied Mathematics, Heilongjiang University, Harbin 150080, China;

2. Department of Computer, Harbin Institute, Harbin 150086, China)

Abstract: Using the modern time series analysis method, based on the ARMA innovation model and Wiener state filters, the separate stochastic bias two-stage decoupled Wiener filters are presented for the first time for systems with stochastic bias, which formed a new technique for treatment of bias. Compared to the classical two-stage Kalman filters, they have the following advantages: 1) they can handle the filtering, smoothing, and prediction problems in a unified framework; 2) the computation of the Riccati equations is avoided; 3) they have the optimality and asymptotic stability; 4) the complete decouple is implemented; 5) they are suitable for real time applications. Two simulation examples show their effectiveness.

Key words: stochastic bias; input bias; sensor bias; separate bias filters; two-stage decoupled Wiener filters

1 引言(Introduction)

关于动态系统偏差处理问题, 最初 Friedland^[1]提出了用两段 Kalman 滤波技术处理未知常的偏差, 文献[2]将该技术推广到处理随机偏差. 该技术的缺点是要求实时计算 Riccati 方程, 计算负担较大; 不能统一处理滤波、平滑和预报问题; 存在最优性问题^[3]; 两段 Kalman 滤波器没有实现完全解耦. 虽然新近文献[4]提出了分离随机偏差最优两段 Kalman 滤波器, 但仍没有完全克服上述缺点. 对此, 本文用现代时间序列分析方法^[5], 基于 ARMA 新息模型和 Wiener 状态滤波器^[6], 首次提出了新颖的分离随机偏差两段解耦 Wiener 滤波器, 克服了上述缺点. 继 Friedland^[1]的偏差处理技术之后, 提出了一种新的偏差处理技术.

考虑带随机偏差线性离散系统^[4]

$$x(t+1) = \Phi x(t) + Bb(t) + w(t), \quad (1)$$

$$y(t) = Hx(t) + Gb(t) + v(t), \quad (2)$$

$$b(t+1) = b(t) + \xi(t). \quad (3)$$

其中, $x(t) \in \mathbb{R}^n$ 为状态, $y(t) \in \mathbb{R}^m$ 为观测, $b(t) \in \mathbb{R}^p$ 为服从随机游动模型(3)的未知随机偏差, $w(t)$, $v(t)$ 和 $\xi(t)$ 是零均值, 方差阵各为 $Q_w > 0$, $Q_v > 0$ 和 $Q_\xi > 0$ 的独立白噪声, 假设 (Φ, H) 为完全可观对, Φ, B, H, G 为已知常阵, 当 $G = 0, B = I_n$, I_n 为 $n \times n$ 单位阵, 则 $b(t)$ 叫输入偏差, 当 $B = 0, G = I_m$, 则 $b(t)$ 叫传感器(观测)偏差.

问题是基于观测 $(y(t+N), y(t+N-1), \dots)$ 求状态 $x(t)$ 和随机偏差 $b(t)$ 的两段解耦 Wiener 滤波器 $\hat{x}(t|t+N)$ 和 $\hat{b}(t|t+N)$, 它们具有以观测 $y(t+N)$ 作为输入的传递函数阵表达式, 且可表为 ARMA 递推 Wiener 滤波器形式. 对 $N = 0, N > 0$ 或 $N < 0$, 称其为滤波器、平滑器或预报器.

* 基金项目: 国家自然科学基金(69774019), 黑龙江省自然科学基金(F01-15)资助项目.

收稿日期: 2000-02-21; 收修改稿日期: 2001-02-26.

2 分离随机偏差两段解耦 Wiener 滤波器 (Separate stochastic bias two-stage decoupled Wiener filters)

记 T 为转置号, 引入增广状态

$$\underline{x}(t) = [x^T(t), b^T(t)]^T. \quad (4)$$

合并(1)~(3)有完全可观的增广系统

$$\underline{x}(t+1) = \bar{\Phi}\underline{x}(t) + \bar{w}(t), \quad (5)$$

$$y(t) = \bar{H}\underline{x}(t) + v(t). \quad (6)$$

其中定义

$$\begin{cases} \bar{w}(t) = [w^T(t), \xi^T(t)]^T, \\ \bar{\Phi} = \begin{bmatrix} \Phi & B \\ O & I_p \end{bmatrix}, \bar{H} = [H, G]. \end{cases} \quad (7)$$

显然 $\bar{w}(t)$ 是零均值, 方差阵为 $Q_{\bar{w}} = \text{diag}(Q_w, Q_v)$ 的独立于 $v(t)$ 的白噪声, 由(5)和(6)有

$$y(t) = \bar{H}(I_{n+p} - q^{-1}\bar{\Phi})^{-1}q^{-1}\bar{w}(t) + v(t). \quad (8)$$

其中 q^{-1} 为单位滞后算子. 引入左素分解

$$\bar{H}(I_{n+p} - q^{-1}\bar{\Phi})^{-1}q^{-1} = A^{-1}(q^{-1})C(q^{-1}). \quad (9)$$

其中 $A(q^{-1})$ 和 $C(q^{-1})$ 为形如 $X(q^{-1}) = X_0 + X_1q^{-1} + \dots + X_{n_x}q^{-n_x}$ 的多项式矩阵, 规定 $X_i = O(i > n_x)$, 且有 $A_0 = I_m, C_0 = O$. 将(9)代入(8)可得 ARMA 新息模型^[5].

$$A(q^{-1})y(t) = D(q^{-1})\varepsilon(t). \quad (10)$$

其中 $D(q^{-1})$ 是稳定的, $D_0 = I_m$, 新息 $\varepsilon(t) \in \mathbb{R}^m$ 为零均值、方差阵为 Q_ε 的白噪声, 且有等价表示

$$D(q^{-1})\varepsilon(t) = C(q^{-1})\bar{w}(t) + A(q^{-1})v(t). \quad (11)$$

$D(q^{-1})$ 和 Q_ε 可用 Gevers-Wouters^[7]算法求得.

引理^[6] 假设 $(\bar{\Phi}, \bar{H})$ 为完全可观对, 则增广系统(5), (6)有渐近稳定的 Wiener 状态滤波器

$$\hat{\underline{x}}(t | t + N) = K_N(q^{-1})\bar{D}^{-1}(q^{-1})y(t + N) \quad (12)$$

带 $\bar{D}_0 = I_m$ 和右素分解

$$D^{-1}(q^{-1})A(q^{-1}) = \bar{A}(q^{-1})\bar{D}^{-1}(q^{-1}), \quad (13)$$

且 $K_N(q^{-1})$ 定义为

$$K_N(q^{-1}) = \sum_{i=0}^{\theta-1} \Omega_i [J_{i-N}(q^{-1}) - \sum_{j=0}^{i-1} \bar{H}\bar{\Phi}^{i-1-j}L_{N-j}^{-1}(q^{-1})\bar{A}(q^{-1}) - L_{N-i}^{-1}(q^{-1})\bar{A}(q^{-1})]. \quad (14)$$

规定 $\bar{\Phi}^i = 0 (i < 0)$ 且 $j \geq 0, F_i^{\theta T} = (F_i^\theta)^T$,

$$L_N^\theta(q^{-1}) = \sum_{i=0}^N Q_\theta F_i^{\theta T} Q_\varepsilon^{-1} q^{i-N}, \theta = \bar{w}, v. \quad (15)$$

且 $L_N^\theta(q^{-1}) = 0 (N < 0), F_i^\theta$ 可递推为

$$F_i^\theta = -D_1 F_{i-1}^\theta - \dots - D_{n_d} F_{i-n_d}^\theta + \Psi_i^\theta, F_i^\theta = 0 (i < 0). \quad (16)$$

其中 $\Psi_i^\theta = C_i, \Psi_i^v = A_i$, 且 $J_i(q^{-1})$ 由下式决定

$$\begin{cases} \bar{D}(q^{-1}) = E_i(q^{-1})\bar{A}(q^{-1}) + q^{-i}J_i(q^{-1}) (i > 0), \\ J_i(q^{-1}) = \bar{D}(q^{-1})q^i (i \leq 0). \end{cases} \quad (17)$$

增广系统可观阵为 $\Omega = [\bar{H}^T, (\bar{H}\bar{\Phi})^T, \dots, (\bar{H}\bar{\Phi}^{\beta-1})^T]^T, \beta$ 为可观性指数, 且将伪逆 Ω^* 分块表示为

$$\Omega^* = (\Omega^T \Omega)^{-1} \Omega^T = [\Omega_0, \Omega_1, \dots, \Omega_{\beta-1}]. \quad (18)$$

定理 带随机偏差系统(1)~(3)在 $(\bar{\Phi}, \bar{H})$ 为完全可观对的假设下, 有渐近稳定的分离随机偏差两段解耦 Wiener 滤波器

$$\hat{\underline{x}}(t | t + N) = K_{xN}(q^{-1})\bar{D}^{-1}(q^{-1})y(t + N), \quad (19)$$

$$\hat{b}(t | t + N) = K_{bN}(q^{-1})\bar{D}^{-1}(q^{-1})y(t + N). \quad (20)$$

其中将 $K_N(q^{-1})$ 分块表示为

$$K_N(q^{-1}) = \begin{bmatrix} K_{xN}(q^{-1}) \\ K_{bN}(q^{-1}) \end{bmatrix}. \quad (21)$$

它们可表为渐近稳定的两段解耦 ARMA 递推 Wiener 滤波器

$$\bar{D}_{xN}(q^{-1})\hat{\underline{x}}(t | t + N) = \bar{K}_{xN}(q^{-1})y(t + N), \quad (22)$$

$$\bar{D}_{bN}(q^{-1})\hat{b}(t | t + N) = \bar{K}_{bN}(q^{-1})y(t + N), \quad (23)$$

带 $\bar{D}_{xN_0} = I_n, \bar{D}_{bN_0} = I_p$ 和左素分解

$$\bar{D}_{xN}^{-1}(q^{-1})\bar{K}_{xN}(q^{-1}) = K_{xN}(q^{-1})\bar{D}^{-1}(q^{-1}), \quad (24)$$

$$\bar{D}_{bN}^{-1}(q^{-1})\bar{K}_{bN}(q^{-1}) = K_{bN}(q^{-1})\bar{D}^{-1}(q^{-1}), \quad (25)$$

或表为另一种渐近稳定的两段解耦 ARMA 递推 Wiener 滤波器

$$\det \bar{D}(q^{-1})\hat{\underline{x}}(t | t + N) = K_{xN}(q^{-1})\text{adj} \bar{D}(q^{-1})y(t + N), \quad (26)$$

$$\det \bar{D}(q^{-1})\hat{b}(t | t + N) = K_{bN}(q^{-1})\text{adj} \bar{D}(q^{-1})y(t + N). \quad (27)$$

证 由(4)和(12)得(19)~(21). 由(19), (20), (24)和(25)得(22)和(23). 由(19)和(20)并注意 $\bar{D}^{-1}(q^{-1}) = \text{adj} \bar{D}(q^{-1}) / \det \bar{D}(q^{-1})$ 得(26)和(27). 由 $D(q^{-1})$ 是稳定的和(13)引出 $\bar{D}(q^{-1})$ 是稳定的, 再由(24)和(25)引出 $\bar{D}_{xN}(q^{-1})$ 和 $\bar{D}_{bN}(q^{-1})$ 是稳定的, 故上述 Wiener 滤波器是渐近稳定的. 证毕.

推论 对单输出 ($m = 1$) 系统(1)~(3), 在上述定理假设下有渐近稳定的分离随机偏差两段解耦递推 Wiener 滤波器

$$D(q^{-1})\hat{x}(t|t+N) = K_{xN}(q^{-1})y(t+N), \quad (28)$$

$$D(q^{-1})\hat{b}(t|t+N) = K_{bN}(q^{-1})y(t+N). \quad (29)$$

3 仿真例子 (Simulation examples)

例 1 考虑带输入随机偏差纯量系统

$$x(t+1) = 0.5x(t) + b(t) + w(t), \quad (30)$$

$$y(t) = x(t) + v(t), \quad (31)$$

$$b(t+1) = b(t) + \xi(t). \quad (32)$$

其中 $w(t)$, $v(t)$ 和 $\xi(t)$ 是零均值, 方差各为 $\sigma_w^2 = 1$, $\sigma_v^2 = 1$ 和 $\sigma_\xi^2 = 1$ 是独立高斯白噪声, 用 Gevers-Wouters^[7] 算法可求得 ARMA 新息模型为

$$(1 - 0.5q^{-1})(1 - q^{-1})y(t) = (1 - 0.6415q^{-1} + 0.1095q^{-2})\epsilon(t). \quad (33)$$

其中 $\sigma_\epsilon^2 = 4.5661$, 取 $N = 0$ 由上述定理的推论可求得分离随机偏差两段解耦 Wiener 滤波器为

$$\begin{aligned} (1 - 0.6415q^{-1} + 0.1095q^{-1})\hat{x}(t|t) &= (0.781 - 0.313q^{-1})y(t), \\ (1 - 0.6415q^{-1} + 0.1095q^{-2})\hat{b}(t|t) &= \end{aligned} \quad (34)$$

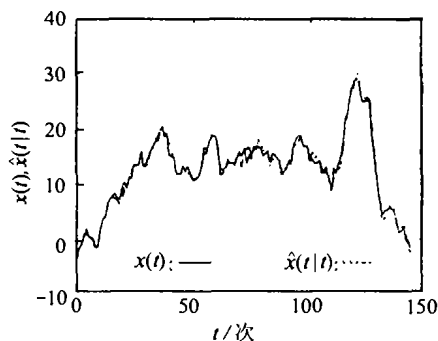


图 1 状态 $x(t)$ 和 Wiener 滤波器 $\hat{x}(t|t)$
Fig. 1 State $x(t)$ and Wiener filter $\hat{x}(t|t)$

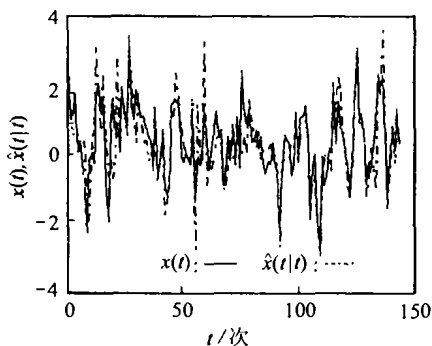


图 3 状态 $x(t)$ 和 Wiener 滤波器 $\hat{x}(t|t)$
Fig. 3 State $x(t)$ and Wiener filter $\hat{x}(t|t)$

4 结论 (Conclusion)

本文用现代时间序列分析方法^[5], 基于 ARMA 新息模型和 Wiener 状态滤波器^[6], 首次提出了分离随机偏差两段解耦 Wiener 滤波器. 同传统两段

$$(0.48 - 0.234q^{-1})y(t). \quad (35)$$

仿真结果如图 1 和图 2 所示.

例 2 考虑带传感器随机偏差纯量系统

$$x(t+1) = 0.5x(t) + w(t), \quad (36)$$

$$y(t) = x(t) + b(t) + v(t), \quad (37)$$

$$b(t+1) = b(t) + \xi(t). \quad (38)$$

其中 $b(t)$ 为传感器随机偏差, $w(t)$, $v(t)$ 和 $\xi(t)$ 同例 1, 可求得 ARMA 新息模型为

$$(1 - 0.5q^{-1})(1 - q^{-1})y(t) = (1 - 0.8751q^{-1} + 0.1321q^{-2})\epsilon(t). \quad (39)$$

其中 $\sigma_\epsilon^2 = 3.7852$, 取 $N = 0$ 由上述定理推论可求得分离偏差两段解耦 Wiener 滤波器为

$$(1 - 0.8751q^{-1} + 0.1321q^{-2})\hat{x}(t|t) = (0.2218 - 0.2218q^{-1})y(t), \quad (40)$$

$$(1 - 0.8751q^{-1} + 0.1321q^{-2})\hat{b}(t|t) = (0.514 - 0.257q^{-1})y(t). \quad (41)$$

仿真结果如图 3 和图 4 所示.

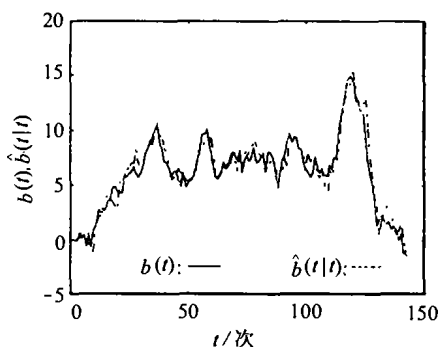


图 2 输入偏差 $b(t)$ 和 Wiener 滤波器 $\hat{b}(t|t)$
Fig. 2 Input bias $b(t)$ and Wiener filter $\hat{b}(t|t)$

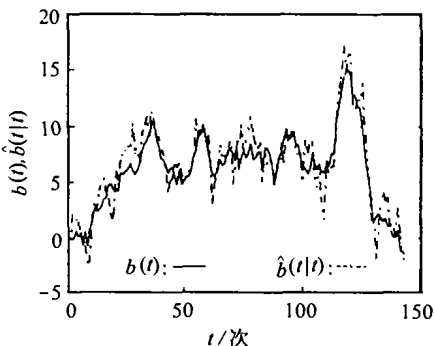


图 4 传感器偏差 $b(t)$ 和 Wiener 滤波器 $\hat{b}(t|t)$
Fig. 4 Sensor bias $b(t)$ and Wiener filter $\hat{b}(t|t)$

Kalman 滤波器相比, 具有统一性、最优性、渐近稳定性、完全解耦性和可实时应用性的特色和优点. 继 Friedland^[1] 的偏差处理技术之后, 提出了一种新的偏差处理技术. 本文方法和结果可推广到处理在系

统(1),(2)中随机偏差 $b(t)$ 用如下一般动态随机系
统描述的情形:

$$z(t+1) = \Psi z(t) + \Gamma \xi(t), \quad (42)$$

$$b(t) = Mz(t). \quad (43)$$

它包括 $b(t)$ 用如下 ARMA 模型描写作为特殊情
形:

$$P(q^{-1})b(t) = R(q^{-1})\xi(t) \quad (44)$$

带 $R_0 = 0$. 因为容易将(44)写成具有块伴随形的状
态空间模型(42),(43)^[5].

state estimation in the presence of random bias [J]. IEEE Trans. Au-
tomatic Control, 1993, 38(8): 1279 - 1282

- [4] Keller J Y, Darouach M. Optimal two-stage Kalman filter in the pres-
ence of random bias [J]. Automatica, 1997, 33(9): 1745 - 1748
- [5] Deng Zili. Optimal Filtering Theory and Applications, Modern Time
Series Analysis Method [M]. Harbin: Press of Harbin Institute of
Technology, 2000(in Chinese)
- [6] Deng Zili, Xu Yan. A unified Wiener state filters [J]. Information
and Control, 1998, 27(5): 336 - 341 (in Chinese)
- [7] Gevers M, Wouters W R E. An innovations approach to the discrete-
time stochastic realization problem [J]. Quarterly Journal on Auto-
matic Control, 1978, 19(2): 90 - 109

参考文献(References)

- [1] Friedland B. Treatment of bias in recursive filtering [J]. IEEE
Trans. Automatic Control, 1969, 14(4): 359 - 367
- [2] Ignagni M B. Separate-bias Kalman filter with bias state noise [J].
IEEE Trans. Automatic Control, 1990, 35(3): 338 - 341
- [3] Alouan A T, Xia P, Rice T R, et al. On the optimality of two-stage

本文作者简介

邓自立 1938年生,黑龙江大学应用数学研究所和自动化系教
授.主要研究方向为状况估计,最优滤波,反卷积,时间序列分析等.
Email: dzl@hlju.edu.cn

罗秋滨 女.1970年生.1994年毕业于黑龙江大学系统科学系,
2000年获控制理论与控制工程专业硕士学位,现为哈尔滨学院计算
机系讲师.主要研究领域为最优滤波, Wiener 滤波,系统仿真等.

2003年中国智能自动化会议

CIAC 2003 征文通知

2003年12月15~17日,香港中文大学

主办单位 中国自动化学会智能自动化专业委员会

承办单位 香港中文大学

协办单位 中国人工智能学会; IEEE 控制系统学会北京分会; IEEE 控制系统,机器人与自动化香港联合分会; 香港城市大
学; 香港理工大学

征文内容

- 智能控制及自动化
- 智能管理与决策
- 人工智能及应用
- 智能设计与制造
- 人工神经网络
- 智能建模与仿真
- 模糊控制与系统
- 故障诊断
- 进化计算及应用
- 通信网络技术
- 智能机器人技术
- 智能交通系统
- 计算智能及软计算
- 人机交互技术
- 智能传感器及应用
- 数据挖掘
- 智能制造系统
- 虚拟现实技术
- 离散事件系统
- 多媒体技术
- 混合系统及应用
- 计算机视觉
- 多智能体系统
- 模式识别
- 混沌、分形与小波
- 图像处理技术
- 信息处理
- 其它相关领域

论文要求

· 在国内外杂志或会议上未曾发表过的论文 · 篇幅不超过 A4 纸 6 页, 加附 200 字作者简介

■ 欲投稿者, 可向联系人索要会议论文格式要求.

优秀论文评奖

- “钟士模奖”优秀论文 1 篇(第一作者 35 岁以下)
- “常迥奖”优秀论文 1 篇(第一作者 35 岁以下)
- “IEEE 控制系统学会北京分会奖”优秀论文 1 篇(第一作者 45 岁以下)

■ 参加优秀论文评奖者, 投稿时注明第一作者出生年月

优秀论文专刊 论文中的优秀者将在以下杂志出专刊:

- Asian Journal of Control
- Journal of Advanced Computational Intelligence

关键日期

- 2003年6月15日前投送符合清稿要求的全文两份或 WORD 电子稿. 格式要求请见网页.
- 2003年8月15日前发出录用通知.

会议联系人

国内: 钱宗华, 北京清华大学计算机系 100084
010 - 6278 - 8939(O), 010 - 6278 - 4458(H)
hqzh@s1000e.cs.tsinghua.edu.cn

海外: 孟庆虎, ciac2003@acae.cuhk.edu.hk