文章编号：1000-8152(2002)05-0809-03

遗传算法的全局快速寻优*

莫鸿强，罗　飞，毛宗源
（华南理工大学 自动控制工程系，广州 510640）

摘要：分析了遗传算法的全局快速搜索能力，指出"前 t 代群体"中包含至少一个位置等价非重叠模式完全集是可靠地进行全局搜索的保证；而生成适应度值差别大的完全集是缩小搜索范围的起点，这些模式的阶数越低，就能越早开始缩小搜索范围，对算法全局快速寻优也就越有利.

关键词：遗传算法；模式；全局优化
中图分类号：TP183　　　**文献标识码**：A

On global rapid optimum seeking of GAs

MO Hong-qiang, LUO Fei, MAO Zong-yuan
(Department of Automatic Control Engineering, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China)

Abstract: Global rapid optimum seeking of GAs is analyzed in this paper. It is pointed out that in order to make a guaranteed global search, the population of the first t generations (PFtG) should contain at least one same-defining-position-unlapped-exhaustive (SDPUE) set. It is also pointed out that an SDPUE set whose schemata are disparity in average fitness should be included in the PFtG before the searching space can be reduced, and the lower the order of these schemata is, the earlier the search-space reduction begins.

Key words: genetic algorithms; schemata; global optimization

1　引言(Introduction)

遗传算法被认为是一种具有很强搜索能力的优化搜索算法而被用于许多领域[1]．一些学者通过仿真或应用结果指出遗传算法的局部搜索能力较弱[2~4]，Wilson，Goldberg，Kuo 和 Hwang 等人分别对一些遗传算法难以优化的问题作了讨论，并将优化问题分为 GA-易问题和 GA-难问题[3,5,6]．然而对算法全局搜索能力的讨论不多，本文讨论遗传算法全局快速寻优问题.

2　遗传算法的全局快速寻优(Global rapid optimum seeking of GAs)

从模式定理可知，要缩小搜索范围，要求竞争着的模式间存在适应度值大小的差别．下面将指出适应度差别大的模式，其阶数越低越有利于算法全局快速寻优.

先引入位置等价非重叠模式完全集的概念．两个模式 H_a 和 H_b 是非重叠的当且仅当由它们所定义的串的子集合互不相交，即 $H_a \cap H_b = \Phi$．在其他情况下，它们重叠．两个模式 H_a 和 H_b 是位置等价的当且仅当它们具有相同的非确定位，即 $H_a^i = * \Leftrightarrow H_b^i = *, 0 \leqslant i < l$．$H_a^i, H_b^i$ 分别为 H_a 和 H_b 上从右往左数第 i 位的取值.

定义 1　ch^n 个位置等价的非重叠 n 阶模式集合等价于样本空间，构成位置等价非重叠模式完全集．其中，ch 表示字符集的基数，二进制编码时，ch 为 2.

定义 2　由前 t 代群体所有出现过的个体构成的集合，称为前 t 代群体.

为保证搜索的全局性，一方面，待优化问题不能是 GA-欺骗的[5]，以保证被淘汰的低适应度值模式中不包含最优值点，从而确保搜索范围缩小不影响其结果的全局最优性．另一方面，搜索过程中"前 t 代群体"应至少包含一个能完全覆盖整个样本空间的位置等价非重叠模式集．该完全集将整个搜索空间分为 ch^n 个小集合，每个模式就代表了一个小集合．当这些模式适应度值的大小存在较大差别时，选择算子就很容易将一些适应度值低的模式淘汰掉，相应地将其对应的样本点集也淘汰掉，从而缩小了

* 基金项目：国家自然科学基金(69864001)资助项目.
收稿日期：2000-06-13；收修改稿日期：2001-09-20.

搜索空间.当模式适应度值的大小差别较小时,大部分的模式都将在子代中保留下来,搜索范围难以缩小.这时,遗传算法要在更高阶位置等价非重叠模式间作比较,直到该阶模式间适应度值大小出现较明显差别时,才能在保证搜索全局性的同时,缩小搜索范围.

但是,位置等价非重叠模式的阶数越大,所需覆盖搜索空间的模式个数就越大,群体中包含位置等价非重叠模式完全集的可能性就越小.例如,任意给定一群体,该群体若包含完全集{00 * ,01 * ,10 * ,11 * },必同时包含完全集{1 * * ,0 * * },且包含前者的概率要比后者的小得多.当"前 t 代群体"不存在适应度值相差较大的位置等价非重叠模式完全集时,未包含其中的模式就需要通过变异算子在后续代群体中生成.由于变异概率取值往往很小,因此,通过变异生成完全集往往需要很长的时间.

综上所述,"前 t 代群体"生成适应度值差别大的位置等价非重叠模式完全集是缩小搜索范围的起点,这些模式的阶数越低,就能越早开始缩小搜索范围,对算法全局快速寻优也就越有利.

下面举例说明.其中采用不同的适应度函数,一种适应度函数存在适应度值大小差别较大的低阶位置等价非重叠模式,而另一种不存在这种模式,适应度值的差别要到阶数比较高的模式才能体现.

例 给定4个空格,要求在字符集{$a,\cdots,t$}中选4字符填入空格中,构成"good".

记目标组合为 c_o,填字过程中得到的组合(下称填字组合)为 c_g.用遗传算法求解.采用4位字符串编码,赌轮选择方式和改进的精英策略(即让所有高适应度的个体,而不仅仅是群体中适应度值最高的"精英"个体,与精英策略不同)不经选择直接复制到下一代,并进行交叉和变异.交叉和变异算子用标准遗传算法的算子.

不利用经验知识,很自然将适应度函数定义为:

$$f(c_g) = \begin{cases} 1, & c_g = c_0 \text{ 时}, \\ 0, & c_g \neq c_o \text{ 时}. \end{cases} \tag{2.1}$$

因已知 $c_o[1] = g, c_o[2] = o, c_o[3] = o, c_0[4] = d$,不妨在适应度函数定义中加入该信息.重新定义适应度函数为:

$$f(c_g) = \sum_{i=1}^{4} \varepsilon(c_g[i] - c_o[i]). \tag{2.2}$$

其中

$$\varepsilon(c_g[i] - c_0[i]) = \begin{cases} 1, & c_g[i] = c_o[i] \text{ 时}, \\ 0, & c_g[i] \neq c_o[i] \text{ 时}. \end{cases}$$

表1给出了两种适应度函数定义下各阶位置等价非重叠模式完全集中各模式适应度的取值情况.为方便比较,第二种适应度函数定义时模式适应度值均除以4.

表1 两种适应度函数定义下各阶模式适应度分布表

Table 1 Fitness-value distributions of the schemata under the two fitness functions

模式阶数	模式适应度值(第一种适应度函数定义时)		模式适应度值/4(第二种适应度函数定义时)				
1	0.0	0.000125	0.0375	0.2875			
2	0.0	0.0285	0.0285	0.2753	0.5254		
3	0.0	0.05	0.0125	0.2625	0.5125	0.7625	
4	0.0	1.0	0	0.25	0.5	0.75	1.0

由表1易知,前一种适应度函数定义时,低阶位置等价的非重叠模式间适应度值差别较小(最大也仅0.05),无法在这些完全集中进行有效的全局搜索;4阶完全集中模式适应度差别较大(为1),但此时完全集中位置等价的非重叠模式个数很大(达到 4^{20}个),有限规模的群体根本无法进行全局搜索.而在后一种定义下,1阶模式的适应度分布就已经出现明显差别,且阶数越高,差别越大,从而确保算法能从低阶完全集中开始全局搜索,缩小搜索范围,因此其搜索空间的缩小速度将比前一种定义方式快.

反复多次计算,前一种定义方式时,绝大多数的计算经过上万次迭代后群体的最大适应度值也还停留在0.而后一种定义方式时,一般搜索400~2000代就能找到最优值4.0;其余极个别快的只要20~100代,或慢的要上5000~10000代.图1和图2给出了这两种定义方式下改进后算法搜索时,适应度值变化曲线图.比较两图,易知后一种定义下,算法的搜索效果远较前一种的好.该结果在一定程度上说明了前述结果的正确性.

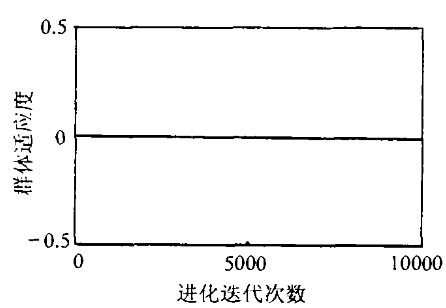

图1 前一种适应度函数定义时典型进化示意图

Fig. 1 Typical evolution curve of GA whose fitness function be the first one

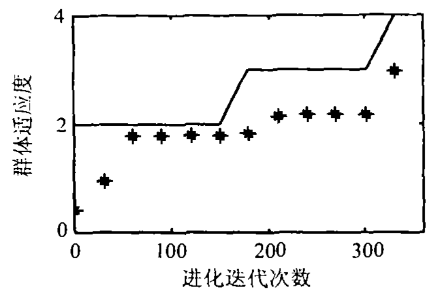

图 2　后一种适应度函数定义时典型进化示意图
Fig. 2　Typical evolution curve of GA whose fitness function be the second one

3　结束语(Conclusion)

本文根据位置等价非重叠模式完全集和"前 t 代群体"等概念分析了遗传算法的全局快速搜索能力,指出"前 t 代群体"中包含至少一个位置等价非重叠模式完全集是可靠地进行全局搜索的保证;而生成适应度值差别大的位置等价非重叠模式完全集是缩小搜索范围的起点,这些模式的阶数越低,就能越早开始缩小搜索范围,对算法全局快速寻优也就越有利.文中对填词例子的分析和计算结果表明该结论是合理的.

参考文献(References)

[1]　Man K F, Tang K S, Kwong S. Genetic algorithms: concepts and applications [J]. IEEE Trans. Industrial Electronics, 1996, 43(5):519-534

[2]　Kuo T, Hwang S Y. Genetic algorithm with disruptive selection [J]. IEEE Trans. Systems, Man. and Cybernetics, 1996, 26(2):299-307

[3]　Kuo T, Hwang S Y. Why DGAs work well on GA-hard functions [J]. New Generation Computing, 1996, 14(4):459-479

[4]　Chen S, Wu Y, Luk B L. Combined genetic algorithm optimization and regularized orthogonal least squares learning for radial basis function networks [J]. IEEE Trans. Neural Networks, 1999, 10(5):1239-1243

[5]　Wilson S W. GA-easy does not imply steepest-ascent optimizable [A]. Proceedings of the Fourth Int. Conference on Genetic Algorithms and Their Applications [C]. San Mateo, Morgan Kaufmann, CA, USA, 1991, 85-89

[6]　Goldberg D E. Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning [M]. Reading, MA: Addison Wesley, 1989

本文作者简介

莫鸿强　1976 年生.华南理工大学自动控制工程系 98 级博士生.主要研究方向为智能控制,优化方法等.

罗　飞　1957 年生.华南理工大学自动控制工程系教授.主要研究方向为神经网络,遗传算法,模糊控制,运动控制系统,机器人控制系统.

毛宗源　见本刊 2002 年第 1 期第 56 页.