

文章编号: 1000 - 8152(2003)01 - 0013 - 04

导弹制导的鲁棒几何方法

张友安, 胡云安, 林 涛

(海军航空工程学院 301 教研室, 山东 烟台 264001)

摘要: 针对平面拦截问题, 将基于微分几何的导弹制导与基于李雅普诺夫稳定理论的鲁棒控制方法结合起来, 提出一种新的鲁棒制导算法——鲁棒几何制导. 将与目标的曲率命令(加速度)和速度方位信息有关的项视为干扰量, 用一个鲁棒控制项来克服其影响. 然后, 将这种方法推广到导弹速度变化的情况. 这种方法不需要得到目标精确的曲率命令和速度方位信息. 仿真结果验证了该方法对目标机动具有强的鲁棒性.

关键词: 微分几何; 制导; 鲁棒控制

中图分类号: V448. 2, TP13 **文献标识码:** A

Robust geometric approach to missile guidance

ZHANG You-an, HU Yun-an, LIN Tao

(Staff Room 301, Naval Aeronautical Engineering Institute, Shandong Yantai 264001, China)

Abstract: The classical differential geometry curve theory and Lyapunov stability theory are combined to create a new robust geometric approach to the missile guidance problem. The term related to the curvature command (acceleration) and velocity relative heading angle of the target is regarded as disturbance and a robust control term is then added to overcome the effect of such disturbance. The proposed guidance algorithm is also extended to the case when the velocity of the missile is varying. The algorithm needs no accurate information on the curvature command and velocity relative heading angle of the target. Simulation results have shown that the proposed guidance algorithm has strong robustness to maneuver the target.

Key words: differential geometry; guidance; robust control

1 引言 (Introduction)

比例导引规律 (PNG) 由于其实现简单, 成本低廉, 因而获得了最为广泛的应用. 在满足一定的假设条件下, 例如接近速度 (closing velocity) 为常值、目标无机动等条件下, PNG 是最优的, 然而, 当目标机动时, 为了截获目标, PNG 需要大的加速度命令, 当存在自动驾驶仪延迟时可能导致脱靶^[1]. 为了解决 PNG 中存在的问题, 又提出了基于最优控制理论的最优制导规律 (OGL), 其性能依赖于剩余飞行时间 (time-to-go) 的估计, 而剩余飞行时间通常用导弹-目标之间的距离除以接近速度来近似得到, 但是, 要准确地获得剩余飞行时间是困难的, 这将导致脱靶量的增加^[2]. 针对这一问题, 文献[3]基于后视控制策略 (receding-horizon control) 提出了一种不需要估计剩余飞行时间的后视制导规律 (RHG).

在导引律设计中, 一般选择导弹-目标视线 (LOS) 角速度或者 LOS 距离作为将要被控制到零的

输出^[1-4], 后者是一种直接控制, 而前者是一种间接控制, 即只要将 LOS 角速度控制到零, 就能够保证导弹最终截获目标, 这一必然联系已为人们普遍接受, 可以作为导引律设计的一个准则. 但也有采用其它量作为被控输出的, 例如文献[4]选择导弹与目标之间的相对速度与导弹-目标视线之间的夹角 (θ) 作为将要被控制到零的输出, 称为相对航向误差角. 近年来, 基于微分几何理论的非线性控制已被用于导弹制导^[4-7], 但这种方法需要精确已知目标的加速度和速度方位信息, 而有关目标运动的这些信息是难以得到的, 这就限制了该方法在实际工程中的应用. 为了增强制导算法的鲁棒性, 近年来变结构控制理论也被用于制导算法的设计^[8].

本文将在文献[7]的基础上, 将与目标曲率命令 (target's curvature command, 它等价于目标运动的法向加速度) 和速度方位信息有关的项视为干扰量, 将基于微分几何的导弹制导与基于李雅普诺夫稳定理

收稿日期: 2001 - 02 - 14; 收修改稿日期: 2002 - 06 - 10.

基金项目: 国家攀登计划; 国家重点基础研究专项经费 (G1998020302) 资助项目.

论的鲁棒控制方法结合起来,得到一种新的制导算法——鲁棒几何制导方法.与现有方法相比,本文方法不需要得到目标精确的曲率命令和速度方位信息,对目标机动具有强的鲁棒性.考虑到实际的导弹(如空空导弹)的速度通常为时变的,本文进一步将该方法推广到导弹速度变化的情况.

2 经典微分几何曲线论(Classical differential geometry curve theory)

经典微分几何曲线论是研究三维空间曲线的数学理论^[7,9].这里的三维空间曲线具有与空间曲线上动点固连的正交坐标系.三维空间曲线的一般解析表达式为

$$X = X(s). \quad (1)$$

这里, X 是位置矢量, s 是独立参数.

在传统的导弹制导控制问题中,表示导弹和目标运动轨迹的独立参数是时间变量 t .而在经典微分几何曲线论中,独立参数是空间曲线的弧长 s . t 和 s 之间的关系为

$$\frac{ds}{dt} = V. \quad (2)$$

这里, V 是空间曲线上动点的运动速度.如果 V 为常数,通过 t 和 s 之间的一个标量变换就可以得到空间曲线关于弧长的表达式.

沿空间曲线 $X = X(s)$ 的单位切矢量 t 、单位法矢量 n 和单位副法矢量 b 分别定义为

$$t = \frac{dX(s)}{ds}, \quad (3)$$

$$n = \frac{dt}{ds} / \left\| \frac{dt}{ds} \right\|, \quad (4)$$

$$b = t \times n, \text{ 右手叉积}. \quad (5)$$

公式(3)~(5)所定义三个正交坐标轴就构成了与空间曲线 $X = X(s)$ 上动点固连的正交坐标系.该正交坐标系与飞行力学中的气流坐标系类似,可以用于对空间曲线的形状进行研究.

下面的 Frenet-Serret 公式描述了该正交坐标系的运动,它们以弧长 s 为独立参数.

$$\frac{dt}{ds} = kn, \quad (6)$$

$$\frac{dn}{ds} = -kt + b, \quad (7)$$

$$\frac{db}{ds} = -n. \quad (8)$$

其中, k 为空间曲线的曲率, τ 为空间曲线的挠率.对于平面曲线,因为 b 固定,仅需公式(6),(7),且令

其中的 $\tau = 0$,即可对平面曲线的形状进行研究.

3 导弹制导控制命令的推导(Derivation of missile guidance control command)

首先,应用 Frenet-Serret 公式推导导弹-目标的运动学方程.然后,基于该运动学方程,应用基于李雅普诺夫稳定理论的鲁棒控制方法来设计导弹制导控制命令.

下面的推导中,假设导弹和目标均可视为质点,导弹速度 V_m 和目标速度 V_t 均为常数,且 $V_t/V_m = m < 1$.其中,下标 m 表示导弹,下标 t 表示目标,下面还有类似情况,将不再重复说明.假设导弹和目标的加速度矢量分别与它们各自的速度矢量垂直,即导弹和目标上所施加的加速度矢量仅改变速度的方向而不改变速度的大小,采用空气动力控制的导弹和目标一般正是这样一种情况.

考虑平面拦截问题,如图1所示.因为

$$r_m = r_t - r. \quad (9)$$

对式(9)相对于导弹轨迹弧长 s 求导,并应用 Frenet-Serret 公式,得

$$\dot{r}_m = m \dot{r}_t - \dot{r} e_r - r \dot{e}_\theta, \quad (10)$$

$$\dot{r} = m \cos \theta_t - \cos \theta_m, \quad (11)$$

$$\dot{\theta} = m \sin \theta_t - \sin \theta_m. \quad (12)$$

其中, r 为导弹与目标之间的相对距离, θ 为导弹-目标视线角, $\dot{\theta}$ 为相对于导弹轨迹弧长 s 的视线角速度, $r \dot{\theta}$ 为相对于导弹轨迹弧长 s 的接近速度.单位矢量 e_r 和 e_θ 的正方向的定义见图1所示.

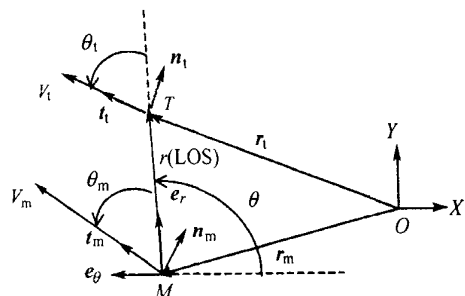


图1 平面拦截问题

Fig. 1 Planar engagement geometry

对式(10)相对于导弹轨迹弧长 s 求导,并应用 Frenet-Serret 公式,得

$$k_m n_m = m^2 k_t n_t - (r - r^2) e_r - (r + 2r) \dot{\theta} e_\theta, \quad (13)$$

$$r - r^2 = m^2 k_t n_t \cdot e_r - k_m n_m \cdot e_r, \quad (14)$$

$$r + 2r = m^2 k_t n_t \cdot e_\theta - k_m n_m \cdot e_\theta. \quad (15)$$

式(10)~(15)即为导弹-目标的运动学方程.注意式(10)~(15)中的求导运算符“ $\dot{}$ ”是相对于导弹轨迹弧长 s 的导数.

式(15)可以改写为

$$\dot{r} + 2r\dot{} = -m^2 k_t \cos \theta_t + k_m \cos \theta_m. \quad (16)$$

下面根据式(16),应用基于李雅普诺夫稳定理论的鲁棒控制方法来设计导弹制导控制命令.选择李雅普诺夫函数为

$$V = \frac{1}{2} \dot{}^2. \quad (17)$$

对式(17)相对于导弹轨迹弧长 s 求导,并考虑到式(16),得

$$\dot{V} = -\frac{2r}{r} \dot{} - \frac{m^2 k_t}{r} \cos \theta_t + \frac{k_m \cos \theta_m}{r}. \quad (18)$$

在实际应用中,有关目标运动的曲率命令(加速度)和速度方位信息是难以得到的,本文将与目标运动的曲率命令和速度方位信息有关的项视为干扰量,并假设 $|k_t| \leq C$,其中 C 为常值,表示目标可能具有的最大机动(曲率命令或加速度),则

$$\dot{V} \leq -\frac{2r}{r} \dot{} + \frac{m^2 C}{r} + \frac{k_m \cos \theta_m}{r}. \quad (19)$$

根据式(19),可选择导弹的曲率命令为

$$k_m = \left[-A_1 - A_2 / r / -m^2 C \tanh\left(-\frac{\dot{}}{m}\right) \right] / \cos \theta_m. \quad (20)$$

其中, $A_1 > 0, A_2 > 2$ 为比例常数(见下面的推导), $\tanh(\cdot)$ 为双曲正切函数, m 为一个小的正常数,它们的选择应保证 k_m 具有满意的动态性能.当 $|\dot{}|/m < \frac{1}{2}$ 时,式(20)所示的导弹曲率命令总是非奇异的.

式(20)中,括号内的第一项是为了使 $\dot{}$ 趋于零的一个小的邻域;第二项是对传统比例导引的改进,即将传统的比例导引中的 r 用 $-r/r$ 代替,这样替代的好处是,即便制导过程中由于某些突发原因使 $r > 0$,该制导规律仍然适用;第三项是为了克服未知目标机动的影响而引入的一项连续的鲁棒控制项.由式(19)和式(20),有

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \left[-A_1^2 - (A_2 + 2\text{sgn}(r)) / r / \dot{}^2 + m^2 C / r / -m^2 C \tanh\left(-\frac{\dot{}}{m}\right) \right] / r \\ &= \left[-A_1^2 + m^2 C / r / -m^2 C \tanh\left(-\frac{\dot{}}{m}\right) \right] / r \\ &= \left[-A_1^2 + m^2 C k \right] / r. \end{aligned} \quad (21)$$

在式(21)的推导中,应用了下面的不等式^[10]

$$| \dot{} / r | - \tanh\left(-\frac{\dot{}}{m}\right) \leq k, \quad k = 0.2785. \quad (22)$$

由式(21)可知,当 $\dot{} > 0 = m \sqrt{Ck/A_1}$ 时, V 为负定.而且,增大 A_1 或者减小 m 均可以使 $\dot{}$ 充分小.这样就保证了 $\dot{}$ 趋于零的一个小的邻域.

当导弹的速度变化时,可以用类似的方法进行推导.注意这时式(2)中导弹的速度 $V(t)$ 是时变的.定义 $m(s) = V_t(s)/V_m(s)$,式(10)~(12)仍然适用,而式(13)~(15)应该修改为式(13a)~(15a).式(20)应该修改为式(20a).

$$k_m n_m = m^2 k_t n_t - (r - r^2) e_r - (r + 2r) e + m t_t, \quad (13a)$$

$$r - r^2 = m^2 k_t n_t \cdot e_r - k_m n_m \cdot e_r + m t_t \cdot e_r, \quad (14a)$$

$$r + 2r = m^2 k_t n_t \cdot e - k_m n_m \cdot e + m t_t \cdot e, \quad (15a)$$

$$k_m = \left[-A_1 - A_2 / r / - (m^2 C + |m|) \tanh\left(-\frac{\dot{}}{m}\right) \right] / \cos \theta_m. \quad (20a)$$

其中

$$m(s) = [V_t(s)/V_m(s)] = (V_t V_m - V_t V_m) / V_m^2.$$

4 仿真研究(Simulation research)

采用的仿真参数为:导弹的速度为 $V_m = 1000\text{m/s}$,目标的速度为 $V_t = 400\text{m/s}$,速度比 $m = 0.4$,导弹初始相对航向角 $\theta_m(0) = 5^\circ$,目标初始相对航向角 $\theta_t(0) = 45^\circ$,导弹初始坐标为 $r_{m0} = (0, 0)$,目标初始坐标为 $r_{t0} = (0, 10000)$,单位均为 m .仿真中取 $A_1 = 1, A_2 = 3, m = 10^{-5}$.

仿真时考虑三种情况:1)目标无机动;2)目标的机动曲率命令为:当导弹和目标之距离 $r > 5000\text{m}$ 时, $k_t = -0.000645$;而当 $r < 5000\text{m}$ 时, $k_t = 0.000645$,并假设其大小和方向不能准确测量,但可粗略估计到 $|k_t| \leq C = 10^{-3}$;3)导弹的速度变化规律为 $V_m = 1000 + 500 \sin\left(\frac{2}{4000}s\right) \text{m/s}$,其它条件同2).仿真结果见图2~4.可以看出,不管目标有无机动,导弹速度是否变化,导弹都能准确命中目标,即对目标的机动和导弹速度的变化具有强的鲁棒性和适应性.

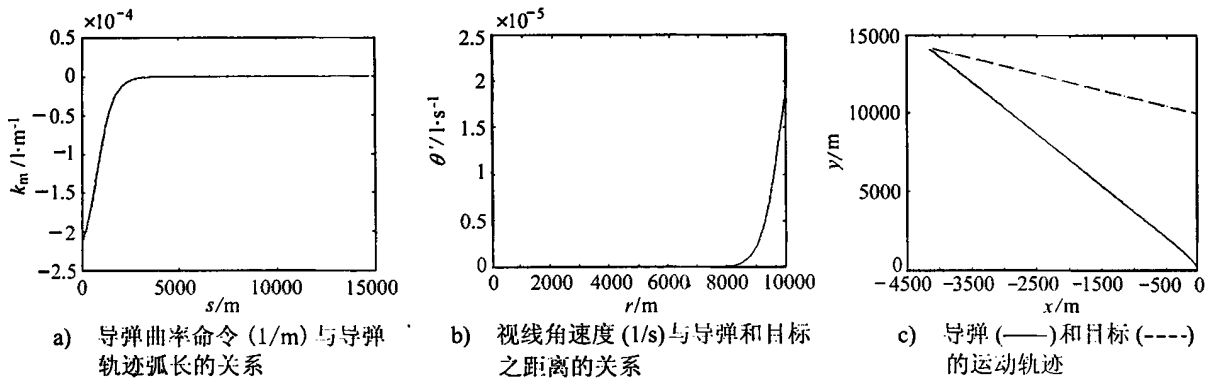


图2 目标无机动时的仿真结果

Fig. 2 Simulation results without target's maneuvering

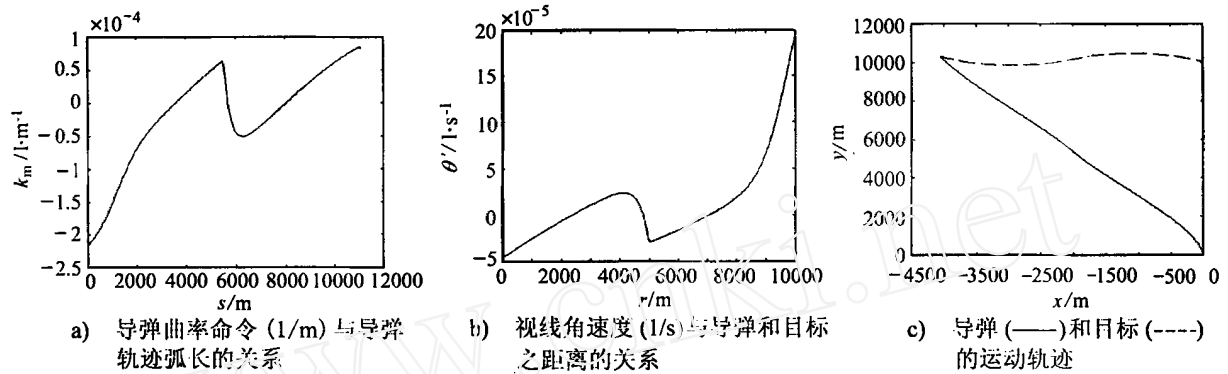


图3 目标机动时的仿真结果

Fig. 3 Simulation results with target's maneuvering

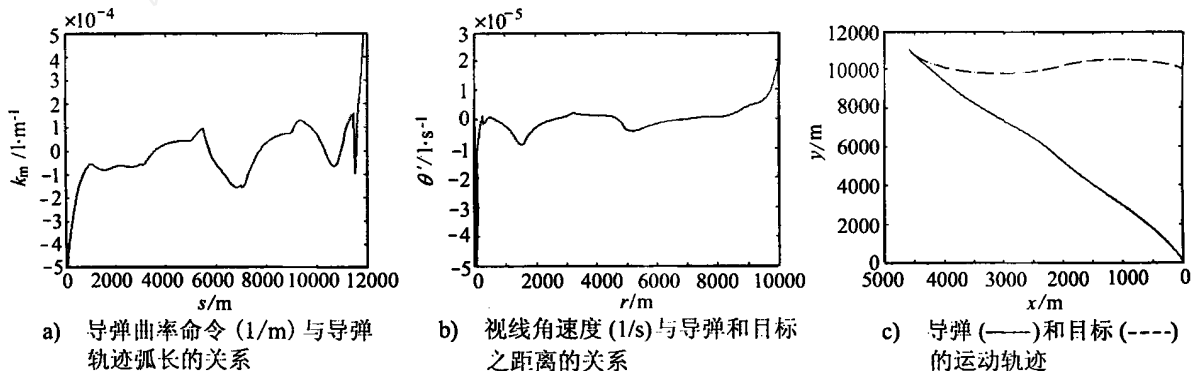


图4 目标机动且导弹速度变化时的仿真结果

Fig. 4 Simulation results with target's maneuvering and missile's velocity varying

5 结论 (Conclusion)

本文将与目标运动的曲率命令(加速度)和速度方位信息有关的项视为干扰量,将基于微分几何的导弹制导与基于李雅普诺夫稳定理论的鲁棒控制方法结合起来,提出一种新的鲁棒几何制导方法,并将这种方法推广到导弹速度变化的情况.这种方法不需要得到目标精确的加速度和速度方位信息,对目标机动具有强的鲁棒性.

参考文献 (References):

[1] HA I J, HUR J S, KO M S, et al. Performance analysis of PNG

laws for randomly maneuvering targets [J]. *IEEE Trans on Aerospace and Electronic System*, 1990, 26(5): 713 - 721.

[2] CHO H, RYOO C K. Closed-form optimal guidance law for missiles of time-varying velocity [J]. *J of Guidance, Control, and Dynamics*, 1996, 19(5): 1017 - 1022.

[3] KIM K B, KIM M J, KWON W H. Receding horizon guidance laws with no information on the time-to-go [J]. *J of Guidance, Control, and Dynamics*, 2000, 23(2): 193 - 199.

[4] GERARD L. Guidance algorithms design: a nonlinear inverse approach [J]. *J of Guidance, Control, and Dynamics*, 1998, 21(5): 742 - 746.

[5] HA J J, CHONG S. Design of a CLOS guidance law via feedback linearization [J]. *IEEE Trans on Aerospace and Electronic System*,

(下转第20页)

$$\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -2+0.5 & 11 & 0.5 & 12 & 0.5 & 13 \\ 0.5 & 21 & -2+0.5 & 22 & 0.5 & 23 \\ 0.5 & 31 & 0.5 & 32 & 0.5 & 33 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} \right). \quad (11)$$

容易验证,当不考虑扰动时,标称系统 (E, A, B) 不是正则的,从而广义区间系统 (E, \bar{A}, \bar{B}) 不是结构稳定的. 为此,作状态反馈 $u = [0 \ 0 \ -4]x$, $\alpha = 1$, 则与广义不确定系统(10)构成了闭环系统.

经计算知, $V = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ 是闭环系统对应的

不等式(7), (8)的解,根据定理2,广义区间系统(10)二次能稳.

又经计算知闭环系统对应的不等式 $(A + M N + B K)^T V + V^T (A + M N + B K) < 0$, 再根据定义2,闭环系统是二次稳定的,即广义区间系统(10)二次能稳.

6 结论(Conclusion)

本文考虑一类广义区间系统的稳定性. 首先将广义区间系统化为一类广义不确定系统,利用广义LMI方法得到了广义区间系统结构稳定的充要条件;接下来利用Lyapunov方法进一步研究了该类系统二次能稳定性;最后利用文[6]的例子说明了本文的结果. 从本文与文[6]的比较来看,本文的结论简单,应用方便.

参考文献(References):

- [1] LEWIS F L. A survey of linear singular systems [J]. *Circuits, Systems and Systems Processing*, 1986, 5(1): 3 - 36.
- [2] TAKABA K, MORRIHIRA N. A generalized Lyapunov theorem for descriptor systems [J]. *IEE Proc-Control Theory and Applications*, 1995, 24(1): 49 - 51.
- [3] ZHANG Qingling. *Decentralized Control and Robust Control for Singular Systems* [M]. Xi'an: Northwest University Press, 1997, 83 - 115 (in Chinese).
- [4] MASUBUCHI I, KAMITANE Y. H control for descriptor systems: a matrix inequalities approach [J]. *Automatica*, 1997, 33(4): 669 - 673.
- [5] XU Shengyuan, YANG Chengwu. On stability analysis and quadratic stabilization of singular interval systems [J]. *Control Theory & Applications*, 2000, 17(2): 249 - 250 (in Chinese).
- [6] LIN Chong, WANG Jianliang. Technical note robust structural stability of linear interval descriptor systems [J]. *Int J of System Science*, 1999, 30(12): 1325 - 1329.
- [7] GARCIA G, BERNUSSOU J, ARZELIER D. Robust stabilization of discrete-time linear systems with norm-bounded time-varying uncertainty [J]. *Systems & Control Letters*, 1994, 22(5): 327 - 339.

作者简介:

苏晓明 (1964 →), 男, 沈阳工业大学副教授, 东北大学博士研究生. 主要感兴趣的研究领域包括广义区间系统及广义周期系统.
Email: Xiaomingsu @etang. com;

张庆灵 (1956 →), 男, 东北大学理学院院长, 教授, 博士生导师. 主要研究领域: 广义系统的控制理论及应用.

(上接第16页)

1992, 28(1): 51 - 62.

- [6] BEZICK S, RUSNAKI, GRAY W S. Guidance of a homing missile via nonlinear geometric control methods [J]. *J of Guidance, Control, and Dynamics*, 1995, 18(3): 441 - 448.
- [7] GUO C Y, CHIOU Y C. Geometric analysis of missile guidance command [J]. *IEE Proc-Control Theory and Applications*, 2000, 147(2): 205 - 211.
- [8] ZHOU Di, MU Chundi, XU Wenli. Adaptive sliding-mode guidance of a homing missile [J]. *J of Guidance, Control, and Dynamics*, 1999, 22(4): 589 - 594.
- [9] STRUIK D J. *Lectures on Classical Differential Geometry* [M]. New York: Dover, 1988, 10 - 20.
- [10] POL YCARPOU M M. Stable adaptive neural network control scheme for nonlinear systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1996, 41(3): 447 - 451.

作者简介:

张友安 (1963 →), 男, 飞行器设计专业博士, 现为山东烟台海军航空工程学院飞行器控制系统研究所副所长, 副教授. 研究方向为: 非线性控制, 鲁棒控制, 神经网络控制, 飞行器制导与控制. 在《航空学报》、《宇航学报》、《控制理论与应用》和《控制与决策》等重要刊物及重要国际会议(IFAC, 全球智能控制会议等)发表论文40余篇.
Email: zhangya63 @sina. com;

胡云安 (1966 →), 男, 在职博士生, 现为山东烟台海军航空工程学院301教研室教授. 2000年9月至2001年9月在美国UNIVERSITY OF CALIFORNIA, SANDIEGO做访问学者. 研究方向为神经网络控制, 变结构控制, 非线性控制, 飞行器制导与控制;

林涛 (1968 →), 男, 山东烟台海军航空工程学院硕士, 现为山东烟台海军航空工程学院301教研室讲师. 研究方向为飞行器制导与控制.