文章编号：1000－8152(2003)01－0078－03

不确定时滞线性系统的鲁棒容错控制研究

刘 鹏，周东华
（清华大学 自动化系，北京 100084）

摘要：研究了线性时滞不确定系统的一类鲁棒容错控制问题.基于 Lyapunov 方法，证明了当一类不确定系统采用一种带时滞的状态反馈控制律时，该系统对于传感器和执行器故障具有完整性.仿真实例说明了该方法的有效性.

关键词：时滞系统；鲁棒控制；Riccati 方程；完整性；容错控制
中图分类号：TH39　　**文献标识码**：A

Study on robust fault tolerant control of uncertain linear time-delay systems

LIU Peng, ZHOU Dong-hua
(Department of Automation, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: Robust fault tolerant control of a kind of linear uncertain time-delay systems is studied. Based on Lyapunov method, a kind of feedback controller with time-delay is presented. The sufficient conditions for the closed-loop system possessing integrity against sensor and actuator failures are given, and simulation results are offered to illustrate the effectiveness of the proposed approach.

Key words: time-delay systems; robust control; Riccati equation; integrity; fault tolerant control

1 引言(Introduction)

时滞系统的容错控制问题已经成为控制科学中的一个热点问题，基于求解 Riccati 方程的容错控制设计方法在解决时滞线性系统的容错控制问题方面得到了广泛的应用[1~9].

文献[5]考虑线性时滞系统的容错控制问题，给出了时滞系统对传感器失效具有完整性的一个充分条件，并考虑了参数不确定系统的鲁棒容错控制问题.但是上述文献中所设计的控制器中没有引入时滞的状态反馈，其控制律没考虑时滞对系统的作用，因而对滞后较大的系统无能为力.本文研究了具有参数不确定性的鲁棒容错控制问题，将带时滞的状态反馈引入到控制律中，针对一般不确定线性时滞系统，基于 Lyapunov 稳定性原理，证明了一种带时滞的状态反馈控制律使闭环系统对于传感器和执行器故障具有完整性和鲁棒性.仿真实例说明了该方法的有效性.

2 问题描述(Problem formulation)

考虑滞后线性定常控制系统

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = [A_1 + \Delta A_1(\theta(t))]x(t) + \\ \qquad [A_2 + \Delta A_2(\theta(t))]x(t-\tau) + \\ \qquad [B + \Delta B(\theta(t))]u(t), \\ y(t) = x(t), \\ \tau > 0,\ x(t) = \phi(t),\ -\tau \leqslant t \leqslant 0. \end{cases} \tag{1}$$

其中，$A_1, A_2 \in \mathbf{R}^{n\times n}, B \in \mathbf{R}^{n\times m}, x(t) \in \mathbf{R}^n, u(t) \in \mathbf{R}^m$ 分别为状态向量和控制向量；$y(t) \in \mathbf{R}^n$ 为输出向量；$\theta(t) \in \mathbf{R}^p$ 为描述模型不确定性的参数向量，各个 Δ 项表示由 $\theta(t)$ 产生的矩阵摄动；$\phi(t) \in \mathbf{R}^n$ 为连续初值函数向量；$\tau > 0$ 为时滞.

下面从容错控制的角度来研究具有文献[1]中控制律结构的带有时滞项的状态反馈控制器的设计问题

$$u(t) = -B^{\mathrm{T}}Px(t) + Fx(t-\tau) \triangleq Kx(t) + Fx(t-\tau). \tag{2}$$

收稿日期：2001－05－25；收修改稿日期：2002－01－09.
基金项目：国家自然科学基金(60025307, 60234010)；863 计划(2002AA412420)；"跨世纪"优秀人才计划(8020302)资助项目.

当 (A_2,B) 可控时,A_2+BF 的极点可以通过选取 F 而任意配置[1],从而在一定意义上说 A_2+BF 的模可通过选取 F 而任意小.这样,F 的作用可以减少时滞对闭环系统的影响.显然,这样所选择的 F 并不唯一.在下面定理 1 和定理 2 中,将进一步给出 F 的限制条件,以使系统能够对传感器和执行器故障具有完整性. $P>0$ 为下列 Riccati 方程的对称正定解

$$A_1^{\mathrm T}P+PA_1-2PBB^{\mathrm T}P+aI_n+Q=0. \tag{3}$$

其中, Q 为某正定对称矩阵,$a>0$ 为设计参数.

3 主要结果(Main results)

引理 1[9] 对任意相容矩阵 X,Y 和常数 $a>0$,有

$$X^{\mathrm T}Y+Y^{\mathrm T}X\leqslant aX^{\mathrm T}X+a^{-1}Y^{\mathrm T}Y. \tag{4}$$

3.1 执行器出现故障的情形(Actuator failures)

引入表示执行器故障的矩阵 L_i

$$L_i=\mathrm{diag}(l_1,l_2,\cdots,l_m). \tag{5}$$

其中 $$l_j=\begin{cases}1, & \text{当执行器 } j \text{ 正常时},\\ 0, & \text{当执行器 } j \text{ 失效时}.\end{cases}$$

设执行器故障共有 $N(\leqslant 2^m)$ 种组合模式,记为 $L=\{L_0,L_1,\cdots,L_N\}$. 此时,故障系统可以由下式描述

$$\begin{cases}\dot x(t)=[A_1+\Delta A_1(\theta(t))]x(t)+\\ \qquad [A_2+\Delta A_2(\theta(t))]x(t-\tau)+\\ \qquad [B+\Delta B(\theta(t))]L_iu(t),\\ y(t)=x(t),\\ \tau>0,\ x(t)=\phi(t),\ -\tau\leqslant t\leqslant 0.\end{cases} \tag{6}$$

于是,将式(2)代入式(6),得到含有执行器故障 L_i 的闭环系统的模型为

$$\begin{aligned}&\dot x(t)=\\&[A_1+\Delta A_1(\theta(t))+(B+\\&\Delta B(\theta(t)))L_iK]x(t)+[A_2+\Delta A_2(\theta(t))+\\&(B+\Delta B(\theta(t)))L_iF]x(t-\tau).\end{aligned} \tag{7}$$

对此系统,本文有如下结果:

定理 1 若时滞不确定系统(1)的参数不确定性满足

$$\|\Delta A_1\|\leqslant a_1,\ \|\Delta A_2\|\leqslant a_2,\ \|\Delta B\|\leqslant b. \tag{8}$$

其中 $\|\cdot\|$ 表示矩阵的谱范数,则对于故障系统(6)采用控制律(2)时,闭环系统(7)对执行器失效具有完整性的充分条件是存在矩阵 F,以及参数 $e>0$,使得

$$\min_{L_i\in L}\lambda_m(H_1)>0. \tag{9}$$

其中

$$\begin{aligned}H_1=&\\&Q+2PB(L_i-I_m)B^{\mathrm T}P-e^{-1}(a_1+b\|L_iB^{\mathrm T}P\|)^2-\\&2a^{-1}P(a_2+b\|L_iF\|)^2P-eP^2-\\&2a^{-1}P(A_2+BL_iF)(A_2+BL_iF)^{\mathrm T}P.\end{aligned} \tag{10}$$

$\lambda_m(\cdot)$ 为求最小特征值算子.

证 取 Lyapunov 函数为

$$V(x(t))=x^{\mathrm T}(t)Px(t)+a\int_{t-\tau}^{t}x^{\mathrm T}(s)x(s)\mathrm ds. \tag{11}$$

将其沿着闭环系统(7)求导得

$$\begin{aligned}&\dot V(x(t))=\\&x^{\mathrm T}(t)P[A_1+BK+\Delta A_1(\theta(t))+\Delta B(\theta(t))K]x(t)+\\&x^{\mathrm T}[A_1+BK+\Delta A_1(\theta(t))+\Delta B(\theta(t))K]Px(t)+\\&ax^{\mathrm T}(t)x(t)-ax(t-\tau)^{\mathrm T}x(t-\tau)+\\&x^{\mathrm T}(t)P[A_2+BF+\Delta A_2(\theta(t))+\Delta B(\theta(t))F]x(t-\tau)+\\&x(t-\tau)^{\mathrm T}[A_2+BF+\Delta A_2(\theta(t))+\Delta B(\theta(t))F]Px(t).\end{aligned}$$

根据引理 1,得

$$\begin{aligned}&\dot V(x(t))\leqslant\\&x^{\mathrm T}(t)P[A_1+BL_iK+\Delta A_1(\theta(t))+\\&\Delta B(\theta(t))L_iK]x(t)+x^{\mathrm T}[A_1+BL_iK+\Delta A_1(\theta(t))+\\&\Delta B(\theta(t))L_iK]Px(t)+a^{-1}x^{\mathrm T}(t)P[A_2+BL_iF+\\&\Delta A_2(\theta(t))+\Delta B(\theta(t))L_iF][A_2+BL_iF+\\&\Delta A_2(\theta(t))+\Delta B(\theta(t))L_iF]^{\mathrm T}Px(t)+\\&ax(t-\tau)^{\mathrm T}x(t-\tau)+ax^{\mathrm T}(t)x(t)-ax(t-\tau)^{\mathrm T}x(t-\tau)=\\&x^{\mathrm T}(t)[PA_1+A_1^{\mathrm T}P+PBL_iK+(BL_iK)^{\mathrm T}P+\\&P\Delta A_1(\theta(t))+[\Delta A_1(\theta(t))]^{\mathrm T}P+P\Delta B(\theta(t))L_iK+\\&[\Delta B(\theta(t))L_iK]^{\mathrm T}P+a^{-1}P[A_2+BL_iF+\Delta A_2(\theta(t))+\\&\Delta B(\theta(t))L_iF][A_2+BL_iF+\Delta A_2(\theta(t))+\\&\Delta B(\theta(t))L_iF]^{\mathrm T}P]x(t)+ax^{\mathrm T}(t)x(t)\leqslant\\&x^{\mathrm T}(t)[PA_1+A_1^{\mathrm T}P+PBL_iK+(BL_iK)^{\mathrm T}P+\\&P(\Delta A_1(\theta(t))+\Delta B(\theta(t))L_iK)+(\Delta A_1(\theta(t))+\\&\Delta B(\theta(t))L_iK)^{\mathrm T}P+2a^{-1}P[A_2+BL_iF][A_2+BL_iF]^{\mathrm T}P+\\&2a^{-1}P[\Delta A_2(\theta(t))+\Delta B(\theta(t))L_iF]\cdot\\&[\Delta A_2(\theta(t))+\Delta B(\theta(t))L_iF]^{\mathrm T}P+aI_n]x(t)\leqslant\\&x^{\mathrm T}(t)[PA_1+A_1^{\mathrm T}P+PBL_iK+(BL_iK)^{\mathrm T}P+eP^2+\\&\mathrm e^{-1}(\Delta A_1(\theta(t))+\Delta B(\theta(t))L_iK)(\Delta A_1(\theta(t))+\\&\Delta B(\theta(t))L_iK)^{\mathrm T}P+2a^{-1}P[A_2+BL_iF][A_2+\\&BL_iF]^{\mathrm T}P+aI_n+2a^{-1}P[\Delta A_2(\theta(t))+\Delta B(\theta(t))L_iF]\cdot\\&[\Delta A_2(\theta(t))+\Delta B(\theta(t))L_iF]^{\mathrm T}P]x(t).\end{aligned}$$

若条件(8)得到满足,则

$$\dot V(x(t))\leqslant$$

$- x^{\mathrm{T}}(t)[Q - 2PB(I_m - L_i)B^{\mathrm{T}}P - eP^2 - e^{-1}(a_1 + b\|L_iB^{\mathrm{T}}P\|)^2 - 2a^{-1}P(a_2 + b\|L_iF\|)^2P - 2a^{-1}P[A_2 + BL_iF][A_2 + BL_iF]^{\mathrm{T}}P]x(t).$

若条件(9)得到满足,则

$$\dot{V}(x(t)) \leqslant 0.$$

等号只有在 $x(t) = 0$ 时成立,因此由 Lyapunov 稳定性定理得知故障系统是渐近稳定的. 证毕.

3.2 传感器出现故障的情形(Sensor failures)

引入表示传感器故障的矩阵 M_j,其结构与执行器故障矩阵 L_i 相同,即

$$M_j = \mathrm{diag}(m_1, m_2, \cdots, m_n). \tag{12}$$

其中 $m_j = \begin{cases}1, & \text{当传感器 } j \text{ 正常时},\\ 0, & \text{当传感器 } j \text{ 失效时}.\end{cases}$

设传感器故障共有 $N_1(\leqslant 2^n)$ 种组合模式,记为 $M = \{M_0, M_1, \cdots, M_{N_1}\}$. 当传感器分别出现故障 M_i 和 M_j 时,控制律可以表示为:

$$u(t) = -B^{\mathrm{T}}PM_ix(t) + FM_jx(t-\tau) = KM_ix(t) + FM_jx(t-\tau). \tag{13}$$

F 的构造方法同式(2). 于是,对于系统(1),当传感器发生故障时,闭环系统可以描述成

$$\dot{x}(t) = (A_1 + \Delta A_1(\theta(t)) + BKM_i + \Delta B(\theta(t))KM_i)x(t) + (A_2 + \Delta A_2(\theta(t)) + BFM_j + \Delta B(\theta(t))FM_j)x(t-\tau). \tag{14}$$

定理 2 对于系统(1),当采用状态反馈控制律(2)时,闭环系统(13)对传感器失效具有完整性的充分条件是存在矩阵 F,和参数 $e > 0$ 使得

$$\min_{M_i, M_j \in M} \lambda_m(H_2) > 0. \tag{15}$$

其中

$$H_2 = Q + (M_i - I_n)PBB^{\mathrm{T}}P + PBB^{\mathrm{T}}P(M_i - I) - e^{-1}(a_1 + b\|B^{\mathrm{T}}PM_i\|)^2 - 2a^{-1}P(a_2 + b\|FM_j\|)^2P - eP^2 - 2a^{-1}P(A_2 + BFM_j)(A_2 + BFM_j)^{\mathrm{T}}P. \tag{16}$$

证 与定理 1 的证明相似,在此省略.

4 仿真(Simulation results)

为了说明方法的有效性,利用文献[5]的示例系统,将结果进行了仿真对比研究. 由仿真结果可以看出,由于反馈中增加了时滞项,减少了系统时滞对闭环系统的影响,从而取得了更好的控制效果(因篇幅限制,具体结果略).

5 小结(Conclusion)

本文所提出的状态反馈控制方法可以确保一类时滞不确定系统当执行器或者传感器发生故障时,仍然具有渐近稳定性,并且系统在同时发生多个同种故障时,仍然可以保持稳定. 仿真例子验证了所提出的方法的有效性.

参考文献(References):

[1] JIANG Xiefu, FEI Shumin, FENG Chunbo. The H_∞ Control of linear time-delay systems [J]. *Control and Decision*, 1999, 14(6): 712 – 715 (in Chinese).

[2] YUAN Lisong, JIANG Weisun. On the problem of quadratically stability fault-tolerance control for multivariable Systems [J]. *Acta Automatica Sinica*, 1996, 22 (6): 687 – 690 (in Chinese).

[3] WEN Xin, ZHANG Hongyue, ZHOU Lu. *Control Systems' s Fault Diagnosis and Fault Tolerant Control* [M]. Beijing: Mechanical Industry Press, 1998 (in Chinese).

[4] YANG Fuwen. H_∞ state feedback control for time delay systems [J]. *Control and Decision*, 1997, 12 (1): 68 – 72(in Chinese).

[5] SUN Jinsheng, LI Jun, WANG Zhiquan. Robust fault-tolerant control of uncertain time-delay systems [J]. *Control Theory & Applications*, 1998, 15 (2): 267 – 271 (in Chinese).

[6] HAN Qinglong, YU Jinshou. Fault tolerant controller design for linear continuous control systems with a small time-delay [J]. *J of East China University of Science and Technology*, 1995, 21(6): 720 – 724(in Chinese).

[7] LI Zhihu, TONG Tiaosheng, SHAO Huihe. Robust fault tolerant control of uncertain systems with state and control time-delay [J]. *J of Hunan Univeraity (Natural Sciences Edition)*, 2000, 27(5): 60 – 64(in Chinese).

[8] ZHOU Donghua, YE Yinzhong. *Modern Fault Diagnosis and Fault Tolerant Control* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2000 (in Chinese).

[9] ZHOU K, KHARGONEKAR P P. Robust stabilization of linear systems with norm-bounded time-varying uncertainty [J]. *Systems & Control Letters*, 1988, 10(1): 17 – 20.

作者简介:

刘 鹏 (1978 —),男,1999 年在清华大学自动化系获工学学士学位. 现为该系硕士研究生. 研究方向为时滞系统的容错控制. Email: liupeng@mails.tsinghua.edu.cn;

周东华 (1963 —),男,1990 年在上海交通大学获博士学位,目前为清华大学自动化系教授,博士生导师. 研究方向为故障诊断与容错控制等. Email: zdh@mail.au.tsinghua.edu.cn