文章编号：1000 - 8152(2003)01 - 0150 - 03

约束入库问题模型与算法研究

刘志新，李建国，谢金星，邢文训
(清华大学 数学科学系，北京 100084)

摘要：对某冷轧厂冷卷约束入库问题建立数学模型，归结为有约束的装箱问题(binpacking)，设计带匹配权值的 best fit 算法实现优化入库．该算法简便易行，效果良好，是求解一类约束入库问题的有效算法．计算实例说明了模型的合理性与算法的有效性．

关键词：约束入库；装箱问题；best fit 算法

中图分类号：O224　　**文献标识码**：A

Model and algorithm of solving restricted loading problem

LIU Zhi-xin, LI Jian-guo, XIE Jin-xing, XING Wen-xun
(Department of Mathematics, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: With the analysis of loading process and restriction for a steel rolling factory, a model of bin packing is built and a best fit algorithm with matching weight is designed. The algorithm is easy to carry and has fine effect, so it can solve a kind of restricted loading problem. The results of the computational instance show that the model is reasonable and the algorithm is effective.

Key words: restricted loading; bin packing; best fit algorithm

1 引言(Introduction)

现代企业生产中，仓储管理在生产流程中占有重要地位，合理入库是仓储管理的前提．一类入库问题可以归纳为线装箱问题来解决．装箱问题是优化领域的经典 NP 问题，其中的在线问题已有较多研究[1]，也是最近研究的热点[2~4]．本文讨论的某钢铁公司冷轧厂热处理前库冷卷入库问题，与装箱问题存在密切关系，但约束条件众多，规则复杂，难以用已有算法求解．

作者通过对该问题的具体分析，为多种约束规则设置统一的匹配权值，再进一步简化问题为约束的 A 形装箱问题[5]，通过累加权值，采用经典的 best fit 算法为待入库冷卷确定库位，实现优化入库，保证下一步热处理工艺的实现．最后给出的实际数据计算结果，证实了算法的有效性．

2 约束入库问题(Restricted loading problem)

在钢铁企业的生产流程中，冷轧车间轧制的钢卷(简称冷卷)需要到罩式炉中进行热处理．冷卷的轧制速度要比热处理的速度快很多，为了协调生产，冷卷需要存储在热处理前库中等待热处理．某冷轧厂前库采用冷卷叠放的存储方式，为了充分利用前库空间，保证同一库位的冷卷同炉热处理，需要采用优化算法为入库冷卷指定库位．

冷卷以在线方式到达前库入口，在线是指为当前冷卷选择库位时下一个入库冷卷的数据未知，且冷卷一旦入库即不再移动．不同冷卷有不同的规格，由众多参数确定，如品种、品名、钢种、退火曲线号、板宽、板厚、卷重、卷径等，不同库位按照可以容纳冷卷的卷径大小有不同的规格，同一库位的冷卷规格可以不同，但必须满足热处理工艺的约束条件．冷卷参数中，有些具有硬性约束，不同冷卷参数不同就不能堆放同一库位，如退火曲线号；另一些具有柔性约束，不同冷卷参数差异在一定范围内仍可以堆放于同一库位，如板厚、板宽、卷径等，使得同一库位不同冷卷柔性约束参数尽可能的接近，是优化目标之一．但柔性约束参数之间存在制约关系，如寻求板厚接近可能会使得板宽差异增大．此外，还要考虑减少各冷卷从入口到库位的平均移动距离．

硬性约束参数则可以统一看作是 A 形装箱问题(A-shaped bin packing)中的物品截面直径[5,6]，待

收稿日期：2000 - 11 - 28；收修改稿日期：2001 - 10 - 12．
基金项目：国家自然科学基金(G69904007)资助项目．

入库冷卷与库位已有冷卷约束参数相同相当于待装箱物品截面直径不超过箱内已有物品截面直径，不同则相当于超过。

本文为不同冷卷间的各种柔性约束参数差异值和各库位到入口的距离设置匹配权值．这样，各柔性约束参数与库位到入口的距离约束统一归结为综合匹配权值约束，从而使得约束入库问题得到简化．

经过以上处理，约束入库问题的对应离线形式可以简单描述为：如何用不同规格的库位容纳给定数目的不同规格且彼此之间有制约关系的冷卷，使得非空库位的平均利用率最高．下面给出数学模型

$$\begin{cases}\max \dfrac{1}{M}\sum_{j=1}^{m}\dfrac{1}{v_j}\sum_{i=1}^{n}x_{ij}a_i,\ M = \sum_{j=1}^{m}\mathrm{sgn}\left(\sum_{i=1}^{n}x_{ij}\right),\\ \mathrm{sgn}x = \begin{cases}0,\ x = 0,\\ 1,\ x > 0,\end{cases}\end{cases} \tag{2.1}$$

$$\text{s.t.}\ \sum_{i=1}^{n}x_{ij}a_i \leqslant v_j,\ j = 1,2,\cdots,m, \tag{2.2}$$

$$\begin{cases}|b_{i_1}-b_{i_2}|x_{i_1j}x_{i_2j} \leqslant \delta,\ j = 1,2,\cdots,m,\\ \forall 1 \leqslant i_1,i_2 \leqslant n,\end{cases} \tag{2.3}$$

$$\sum_{j=1}^{m}x_{ij} = 1,\ i = 1,2,\cdots,m, \tag{2.4}$$

$$x_{ij} \in \{0,1\},\ i=1,2,\cdots,n,\ j=1,2,\cdots,m. \tag{2.5}$$

式(2.1)是目标函数，意义是使非空库位的平均空间利用率最高；式(2.2)要求同库位各冷卷高度之和不超过库位最大容纳高度；式(2.3)要求同一库位各冷卷约束参数的差异在一定范围之内；式(2.4)要求每个冷卷必须且只能入一个库位．

各参数定义：m 为库位数目；n 为冷卷数目；x_{ij} 为决策变量；$x_{ij} = 1$ 表示第 i 个冷卷入第 j 个库位；$x_{ij} = 0$ 表示第 i 个冷卷未入第 j 个库位；M 为入库完成时非空库位的数目；a_i 为编号 i 冷卷的高度；b_i 为编号 i 冷卷的约束参数；v_j 为编号 j 库位的最大容纳高度．

易知，如果约束入库问题模型中库位最大容纳高度均为 1，冷卷约束参数均为 0，则问题等价于装箱问题，即约束入库问题难度不低于装箱问题，因此它是 NP 难问题．显然，约束入库问题的在线形式求解难度不低于对应离线问题，因此本文所讨论的问题属于 NP 难问题．

3　算法(Algorithm)

由于约束入库问题属于 NP 难问题且与 A-形装箱问题关系密切，我们考虑采用经典的启发式装箱算法[1]作为优化算法设计的基础算法．由文[5,6]的结果，best fit 算法对于该类问题具有相对良好效果．此外，考虑到降低同库位不同冷卷之间规格参数差异的生产工艺要求，bast fit 算法尤其适用于约束入库问题．

针对经典装箱问题，best fit 算法可以简单描述如下：

对于到来的物品，总是常试用剩余高度最小的箱子去装它，如果找不到非空箱子，就把它装进新的空箱．

约束入库问题要比装箱问题复杂，无法直接应用该算法，结合前面的处理方案，我们设计了带匹配权值的 best fit 算法．

设库位数目为 m，冷卷数目为 n．

1) 令 $i = 1, j = 1$，为匹配权值上界 W 设置一个充分大的初值．

2) 令 $W_{\text{best}} = W$，$J_{\text{best}} = 0$．

3) 对库位 K_j，计算 L_i 与 K_j 的综合匹配权值 W_j：

① 如果 K_j 规格与 L_i 卷径规格不一致，令 $W_j = W$，转 ⑤；

② 如果 K_j 上没有冷卷，令 $W_j = W - 1$，转 ⑤；

③ 设 K_j 最上层冷卷为 L，如果 L_i 与 L 硬性约束参数不一致，令 $W_j = W$，转 ⑤；

④ L_i 与 L 各参数差异值乘以对应的匹配权值，累加到一起，加上 K_j 与入口的距离乘以对应匹配权值的积，再加上 L_i 放入 K_j 后 K_j 上所有冷卷高度的和与对应匹配权值的积，即为 L_i 与 K_j 的综合匹配权值 W_j，转 ⑤；

⑤ 如果 $W_{\text{best}} > W_j$，令 $W_{\text{best}} = W_j$，$J_{\text{best}} = j$；

⑥ $j = j + 1$，如果 $j < m$，转 ①．

4) 如果 $J_{\text{best}} \neq 0$，L_i 放入 $K_{J_{\text{best}}}$，否则提示没有库位能容纳该冷卷．

5) $i = i + 1$，如果 $i < n$，转 2)，否则算法终止．

由算法过程可知，对每个待入库冷卷，需要搜索全部的库位，以寻找相对最优库位．对任一冷卷与任一库位的综合匹配权值计算，计算量均不超过某一常数，因此，该算法的算法复杂度为 $O(mn)$．

4　计算实例(Instance for computation)

本文采用工厂实际数据做模拟计算．前库库位数目为 152 个，注意到实际中每个库位最多容纳 3 或 4 个冷卷，计算实例中每组待入库冷卷最多取 600 个，对不同数目的待入库冷卷，各计算 10 组实例取平均值．

表 1 是实例的计算结果，可以看出，非空库位平

均空间利用率大致在0.84~0.87之间,随冷卷数目的增加而略有提高.实际生产中前库容纳冷卷数一般不超过500,前库通常保持70%左右库存,即冷卷数目在300~400之间,表1显示非空库位平均空间利用率可达到86%,这比厂方原库位空间利用率80%有较大提高.算法还减小了各库位不同冷卷之间规格参数的差异,使得后续热处理工艺更容易进行.此外,算法的计算效率很高,由PIII550芯片IBM300GL微机运算,可以无延迟为在线冷卷依次得到优化库位.

表1 实例计算结果

Table 1 Results of computational instance

待入库冷卷数	实际入库冷卷数	非空库位平均空间利用率
100	100	0.840
200	200	0.858
300	300	0.865
400	400	0.861
500	481	0.870
600	483	0.873

5 结论(Conclusion)

本文首先结合实际问题研究了一类多条件约束的冷卷入库问题,建立了简化的数学模型,证明该问题属于NP难问题,然后分析了该问题与A-形装箱问题的密切关系,以经典的best fit算法为基础,设计了带匹配权值的best fit算法,分析了算法的计算复杂度,最后用实际数据验证了算法的有效性.本文提出的算法简便易行,并具有广阔的应用前景.

参考文献(References):

[1] GALAMBOS G, WOEGINGER G J. On-line bin packing: a restricted survey [J]. *Mathematical Methods of Operations Research*, 1995, 42(1):25-45.

[2] EIDEN S S. An optimal online algorithm for bounded space variable-sized bin packing [J]. *Automata Languages and Programming*, 2000, 1853:283-295.

[3] CSIRIK J, WOEGINGER G J. Resource augmentation for online bounded space bin packing [J]. *Automata Languages and Programming*, 2000, 1853:296-304.

[4] ZHANG G C, CAI X Q, WONG C K. Linear time-approximation algorithms for bin packing [J]. *Operations Research Letters*, 2000, 26(5):217-222.

[5] CHEN Feng, XING Wenxun. Towered-shaped bin packing problem [A]. *Proceedings of the National Conference of Operations Research Society of China* [C]. [s.l.]:[s.n], 2000.

[6] LU Yijiang, XING Wenxun. On-line A-shaped bin packing problem: models and analysis of heuristics [J]. *J of Tsinghua University*, 2001, 12(1):1-4(in Chinese).

作者简介:

刘志新 (1976—),男,1999年于南开大学获得理学学士学位,清华大学数学系在读硕士研究生.研究领域:组合优化,优化计算方法. Email: birbird@263.net;

李建国 (1964—),男,1988年于清华大学获得理学博士学位,副教授.研究领域:计算机安全,网络应用系统,计算机辅助教学,网络教学系统,复杂系统的计算;

谢金星 (1965—),男,1995年于清华大学获得理学博士学位,副教授.研究领域:组合优化,智能计算,生产与运作管理;

邢文训 (1965—),男,1997年于清华大学获得理学博士学位,副教授.研究领域:运筹学,生产计划与排序,优化计算方法.