

文章编号: 1000-8152(2003)03-0382-05

一种离散型非线性自适应反馈控制器的设计与实现

丛爽¹, 叶海洋¹, 谢亮亮²

(1. 中国科学技术大学 自动化系, 安徽 合肥 230027; 2. 中国科学院 系统科学研究所, 北京 100080)

摘要: 针对运动控制低速跟踪系统中存在的非线性摩擦力影响的实际问题, 采用结构和参数完全未知的离散时间不确定非线性系统的反馈控制策略, 具体地进行了控制器的设计, 并利用 MATLAB 环境下的 SIMULINK 仿真来检验其控制效果, 进而运用到实际的电机控制系统中, 分析其控制性能, 并将其控制效果与 PID 控制相比较, 最后得出结论.

关键词: 自适应控制; 非线性不确定系统; 运动控制

中图分类号: TP271+.72 **文献标识码:** A

Design and implementation of discrete non-linear adaptive feed-back controller

CONG Shuang¹, YE Hai-yang¹, XIE Liang-liang²

(1. Department of Automation, University of Science and Technology of China, Anhui Hefei 230026, China;

2. Institute of Systems Science, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

Abstract: The feedback control strategy, which is used to deal with discrete-time uncertain system with unknown nonlinear structure, is proposed to solve the actual problem of nonlinear friction force effect existing in the low speed tracking system of motion control. Then the controller is designed. The control effect is simulated and tested by using SIMULINK under MATLAB. The controller is applied to actual motor control system, and a comparison is made between the actual control and PID controller. Finally, the conclusion is reached.

Key words: self-adaptive control; nonlinear uncertain system; motion control

1 引言 (Introduction)

反馈是自动控制理论中最基本的概念之一. 它的主要作用是减少对象的不确定因素对于整个控制特性的影响. 通常, 对象的不确定性主要来自两个方面: 外部结构的不确定因素和内部参数的不确定因素, 而前者比后者更难处理. 解决系统结构的不确定因素和反馈之间的关系是自动控制界的一个长期的基本课题.

自适应控制是处理不确定系统的强有力的工具, 自 20 世纪 70 年代至今已取得了许多成果. 对于线性未知参数系统已存在一套非常完善的自适应控制理论^[1]. 这套理论也可推广到具有线性未知参数的非线性系统和具有线性变化的非线性系统. 然而已有的关于自适应非线性控制的结果多是针对连续控制系统, 这些结果一般不适用于采样数字控制系统.

本文利用对结构和参数完全未知的离散时间不确定非线性系统的反馈控制策略^[2], 并针对运动控制中实际受非线性摩擦力影响的低速跟踪系统进行具体的控制器的设计、仿真以及实际计算机控制系统的实验. 将其控制效果与 PID 控制相比较, 最后得出结论.

2 问题的提出 (The proposal of the problem)

考虑下述离散时间非线性动力学控制系统

$$y_{t+1} = f(y_t) + u_t + \omega_{t+1}, \quad t \geq 0, \quad y_0 \in \mathbb{R}^1. \quad (1)$$

其中, $\{y_t\}$ 和 $\{u_t\}$ 分别是系统的输出和输入信号, 非线性函数 $f(\cdot): \mathbb{R}^1 \rightarrow \mathbb{R}^1$ 完全未知, $\{\omega_t\}$ 是数值未知但具有 $\omega > 0$ 的有界噪声序列, 即

$$|\omega_t| \leq \omega, \quad \forall t \geq 0. \quad (2)$$

此系统中的未知函数 $f(\cdot)$ 满足下列泛化 Lipschitz 连续条件 C1):

收稿日期: 2001-09-19; 收修改稿日期: 2002-11-05.

基金项目: 安徽省自然科学基金(03042301); 中国科技大学高等教育和教学研究计划(2002-2003)资助项目.

$$|f(x) - f(y)| \leq L|x - y| + c,$$

$$L \geq 0, c \geq 0, \forall (x, y) \in \mathbb{R}^2.$$

当 $c = 0$ 时, 上式即变为标准的 lipschitz 条件, 所以 c 是反映函数 $f(\cdot)$ 的可能不连续的一个量. 指定

$$F(L, c) \triangleq \{f \in F: f \text{ 满足条件 C1}\}.$$

很明显, $F(L, c)$ 相对于 L 和 c 是非递减的, 即有

$$F(L_1, c_1) \subseteq F(L_2, c_2), \forall L_1 \leq L_2, c_1 \leq c_2.$$

既然 $f(\cdot)$ 是完全未知的, 唯一可利用的是观测到的系统输出信号. 所以本文的目的是: 基于对到 t 时刻为止所观测的输出数据 $\{y_i, i \leq t\}$, 设计出使系统稳定的, 并能够跟踪参考信号 $\{y_i^*\}$ 的控制输入 $u_i, t \geq 0$.

3 控制策略的介绍 (The introduction of the control strategy)

本文的作者之一已提出了解决上述问题的反馈控制策略. 下面将结果简述如下. 为了得到所需控制律, 首先给出两个定理.

定理 1^[2] 对于如式(1)所述系统存在一个稳定的反馈控制律的充要条件是对于任意 $f \in F(L)$, 总有 $L < 3/2 + \sqrt{2}$ (证明参见文献[2]).

在此基础上设计一个具体的反馈控制律, 使得系统在满足 $f \in F(L), L < 3/2 + \sqrt{2}$ 的条件下输出 $\{y_i\}$ 能稳定的跟踪参考序列 $\{y_i^*\}$, 其中要求 $\{y_i^*\}$ 有界, 即

$$|y_i^*| \leq S \leq \infty, t \geq 0.$$

首先引入一些记号

$$\bar{b}_t \triangleq \max_{0 \leq i \leq t} y_i, \underline{b}_t \triangleq \min_{0 \leq i \leq t} y_i, t \geq 0,$$

$$i_t \triangleq \arg \min_{0 \leq i \leq t-1} |y_t - y_i|,$$

即

$$|y_t - y_{i_t}| = \min_{0 \leq i \leq t-1} |y_t - y_i|, t \geq 0. \quad (3)$$

在任一采样时间 $t \geq 1, f(y_t)$ 的估值被定义为

$$\hat{f}_t(y_t) \triangleq y_{i_t+1} - u_{i_t}. \quad (4)$$

通过式(1), 上式可被改写成如下形式

$$\hat{f}_t(y_t) = f(y_{i_t}) + \omega_{i_t+1}, \quad (5)$$

则反馈控制律可定义为 $u_0 = 0$,

$$u_t = \begin{cases} u_t' \triangleq -\hat{f}_t(y_t) + \frac{1}{2}(\bar{b}_t + \underline{b}_t), \\ \text{当 } |y_t - y_{i_t}| > \epsilon \text{ 时;} \\ u_t'' \triangleq -\hat{f}_t(y_t) + y_{i_t+1}^*, \\ \text{当 } |y_t - y_{i_t}| \leq \epsilon \text{ 时,} \end{cases} \quad t \geq 1. \quad (6)$$

其中 ϵ 可任意选择 ($\epsilon > 0$), 上式中 u_t' 的主要作用是用于使系统稳定, 当满足 $|y_t - y_{i_t}| \leq \epsilon$ 时, u_t'' 的作用是使系统的输出 $\{y_i\}$ 能跟踪 $\{y_i^*\}$.

定理 2 对于任意具有的函数 $L < 3/2 + \sqrt{2}$ 的函数 $f \in F(L)$, 反馈控制(3)~(6)以下列的跟踪性能来稳定相应的系统(1):

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} |y_t - y_t^*| \leq c + 2\omega.$$

其中 $c \geq 0, \omega$ 定义如式(2).

当扰动是白噪声序列时, 跟踪误差的大小可以得到进一步改善.

假定 $\{\omega - t, t \geq 0\}$ 满足下列统计特性

$$E\{\omega_{t+1} | B_t\} = 0, t \geq 0, \quad (7)$$

其中 $B_t \triangleq \delta\{\omega_0, \dots, \omega_t\}$ 是由 $\{\omega_0, \dots, \omega_t\}$ 产生的 δ 代数, 由此当 $|y_t - y_{i_t}| \leq \epsilon$ 时, 可以重新用求平均数的方式来估计未知函数 $f(y_t)$ 如下:

$$\bar{f}_t(y_t) \triangleq \frac{\sum_{i=0}^{t-1} (y_{i+1} - u_i) I_{\Delta y(t)}(y_i)}{\sum_{i=0}^{t-1} I_{\Delta y(t)}(y_i)}. \quad (8)$$

其中, 对任意 $A \subset \mathbb{R}^1, I_A(\cdot)$ 定义为

$$I_A(x) \triangleq \begin{cases} 1, & x \in A, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$$

$$\Delta(y) = \delta_{j-1} \cup \delta_j \cup \delta_{j+1}, y \in \delta_j, \delta \in \{\text{所有整数}\}.$$

证明参见文献[2].

直观上讲, 式(8)所求的是所有落在 $|y_t - y_{i_t}| \leq \epsilon$ 内的 $f(\cdot)$ 值的平均数, 相应的控制律变为

$$u_t = -\bar{f}_t(y_t) + y_{i_t+1}^*, t \geq 1. \quad (9)$$

由此将观测到的输出值 y_t 作为未知函数 $f(y_t)$ 的自变量, 直接求 $f(y_t)$ 的值, 其精度由 ϵ 的大小来保证. 首先根据 y_t 可能达到的最大值 \bar{b} 和 ϵ , 计算 \bar{b}/ϵ 而将 $f(y_t)$ 的自变量 y_t 分成若干个小区间, 这样一来, 对于每个 t 时刻观测到的输出值必将落入某个满足 $|y_t - y_{i_t}| \leq \epsilon$ 的区间中, 则均可由式(8)求出该区间内未知函数的平均值并作为 t 时刻的函数 $f(y_t)$ 的估计值, 第一次落在某区间的 y_t 值则使 $f_t(y_t) = y_{i_t+1} - u_{i_t} (i = 1)$, 并使落入该区间的观测数值数目 $N_i = 1$. 每当有新的观测数值 y_t 落入该区间时, 则使落入该区间观测数值数目总和增加一次, 此时未知函数 $f(y_t)$ 的估计值为所有落入该区间内的 $f(y_t)$ 的平均数

$$\begin{cases} \hat{f}(y_t) = \bar{f}(y_t) \cdot N + (y_{i+1} - u_i)/(N_i + 1), \\ i \triangleq \max \{k: k < t, y_k \text{ 与 } y_t \text{ 落入同一区间}\}. \end{cases} \quad (10)$$

4 实际系统的控制器的设计(The design of the actual system controller)

考虑下列具有未建模动态特性的机电系统

$$J \frac{d\omega}{dt} = -F\omega + i \cdot K_i - T_f(\omega). \quad (11)$$

其中, ω 和 i 分别为系统的输出角速度和输入电流信号; F 为粘摩擦系数; J 为总惯量; K_i 为电流系数; T_f 为结构和参数均未知的非线性静、动摩擦力函数.

实际控制系统是由一台 Pentium 200 微机、一块内置于计算机的 12 位 A/D, D/A 转换板、PWM 功率放大电路、直流力矩电动机以及用于速度反馈的直流测速发电机组组成. 系统采样周期为 10 ms. 该被控系统在数字幅值为 ± 300 的输入信号的响应范围内的开环输入/输出特性中, 由非线性摩擦力所造成的死区占整个行程的 50%. 仿真实验系统是令 $u = i, y = \omega$, 并在系统运动的线性区域, 对实际系统输入伪随机二进制序列 (PRBS), 记录其输出, 采用标准的参数辨识公式, 辨识出系统线性部分模型的基本形式是

$$y_t = \frac{B}{A} z^{-d} u_t^l + \frac{C}{A} \omega_t. \quad (12)$$

其中

$$A = 1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_n z^{-n_a},$$

$$B = b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_n z^{-n_b},$$

$$C = 1 + c_1 z^{-1} + \dots + b_n z^{-n_c},$$

z^{-1} : 后向延迟因子; d : 延迟周期数.

利用 MATLAB 环境下的系统辨识工具箱 (SIT), 首先通过阶次辨识函数 order.m 辨识出系统的延迟阶数为 $d = 3$. 由于系统的正向响应与负向响应不对称, 因此要分别加以考虑, 利用 MATLAB 工具箱中针对通用 ARMAX 模型的函数 armax.m, 得到系统的正向响应的线性模型为^[3]

$$y_t = \frac{0.0102z^{-3}}{1 - 0.9931z^{-1}} u_t^l + \frac{1 - 0.9700z^{-1}}{1 - 0.9931z^{-1}} \omega_t. \quad (13)$$

负向响应的线性模型为

$$y_t = \frac{0.0143z^{-3}}{1 - 0.9910z^{-1}} u_t^l + \frac{1 - 0.9198z^{-1}}{1 - 0.9910z^{-1}} \omega_t. \quad (14)$$

反馈系统结构方框图如图 1 所示.

由方程(11)以及结构图 1 可得

$$u_t^l = u_t + u_t^f, \quad u_t^f = T_f(y_t).$$

代入式(12), 并分别将 A, B, C 值代入, 同时在等式两边同乘以 z^d 得

$$y_{t+d} + \sum_{i=1}^{n_a} a_i y_{t+d-i} = B(u_t + u_t^f) + C\omega_t + d,$$

或

$$\begin{aligned} y_{t+d} = & \sum_{i=1}^{n_a} -a_i y_{t+d-i} + BT_f(y_t) + \sum_{j=0}^{n_b} b_j u_{t-j} + C\omega_{t+d} = \\ & f(y_t) + \sum_{i=1}^{n_a} -a_i y_{t+d-i} + \sum_{j=0}^{n_b} b_j u_{t-j} + C\omega_{t+d}. \end{aligned} \quad (15)$$

由式(4)令

$$\begin{aligned} \hat{f}(y_t) = & y_{t+d} + \sum_{i=1}^{n_a} a_i y_{t+d-i} - \sum_{j=0}^{n_b} b_j u_{t-j} = \\ & y_{t+d} - u_t, \end{aligned} \quad (16)$$

得
$$u_t = \sum_{i=1}^{n_a} \tau a_i \hat{f}_{t+d-i} + \sum_{j=0}^{n_b} b_j u_{t-j}.$$

结合式(15), 则对于任意 $i_t < t - d$, 有下式成立:

$$y_{i+d} = f(y_{i_t}) + \sum_{i=1}^{n_a} -a_i \hat{f}_{t+d-i} + \sum_{j=0}^{n_b} b_j u_{i-j} + C\omega_{i+d}. \quad (17)$$

将式(1)代入式(16)可得

$$\hat{f}(y_t) = f(y_t) + C\omega_{t+d}.$$

因此可以利用定理 1 得到控制律

$$\begin{aligned} u_t'' = & -\hat{f}(y_t) + y_{t+d}^* = u_t + \frac{1}{b_0} \sum_{j=1}^{n_b} b_j u_{t-j} + \\ & \frac{1}{b_0} \left(\sum_{i=1}^{n_a} -a_i \hat{f}_{t+d-j} + y_{t+d}^* - y_{i+d} \right). \end{aligned} \quad (18)$$

结合所应用系统的线性模型参数 $d = 3$,

$$A_+ = 1 - 0.9931z^{-1}, \quad B_+ = 0.0102,$$

$$A_- = 1 - 0.9910z^{-1}, \quad B_- = 0.0143.$$

因此系统稳定时的控制律为

$$u_t'' = u_t + \frac{1}{b_0} (y_{t+3}^* - y_{t+3}) + C. \quad (19)$$

其中 C 为常数.

此公式是通过令 $t + 3$ 时刻的输出值等于期望

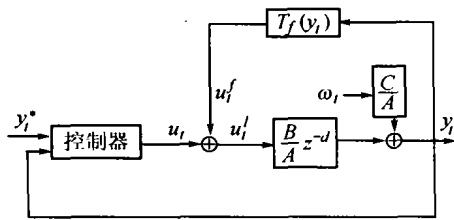


图1 反馈系统结构图
Fig. 1 The structure of the feedback control system

输出,而前 $t + 2$ 的输出不再起作用而获得的. 之所以取 u_i'' 而不取 u_i' 是因为本实验的主要目的是使 y_t 跟踪 y_i^* , 且系统稳定, 满足 $|y_t - y_i| \leq \epsilon$.

由此可得根据定理1所提出的离散型自适应反馈控制器的设计步骤为

- 1) 取初值 $u_0 = 0, y_{i+d}, y_i$;
- 2) 读取 $y_t, t \geq d$;
- 3) 寻找 i_t , 使 $|y_t - y_{i_t}| = \min_{0 \leq i \leq t-d} |y_t - y_i|$;
- 4) 根据式(19) 求出控制律.

因为系统存在三阶延迟, 所以在每个 t 时刻所获得的参考输入值为 y_{i+3}^* , 所以测得的系统输出为 y_t , 控制律的计算在 $t \leq 3$ 时, 为

$$u_i'' = u_i + (y_{i+3}^* - y_i)/b_0 + 150. \quad (20)$$

其它情况下则采用统一的控制律公式

$$u_i'' = \text{sgn}(y_{i+3}^*)u_i + [y_{i+3}^* - \text{sgn}(y_{i+3}^*)y_i + 3]/b_0 + C.$$

定理2的实质是对定理1的改进, 采用平均值消去误差得

$$\bar{f}(y_t) = [(y_{t+3} + a_1 y_{t+2})/b_0 - u_t + \bar{f}'(y_t) * N_k]/(N_k + 1). \quad (21)$$

其中 $\bar{f}(y_t)$ 表示当前 $f(y_t)$ 的均值, $\bar{f}'(y_t)$ 表示以前的 $\bar{f}(y_t)$, 而 N_k 则表示了 y_t 值出现的次数. 由此按定理2设计的控制器为

$$u_t = -\bar{f}(y_{i_t}) + (y_{i_t+3} + a_1^3 y_{i_t})/b_0 + a_1[\bar{f}(y_{i_t-1}) + u_{t-1}] - a_1^2[\bar{f}(y_{i_t-2}) + u_{t-2}]. \quad (22)$$

根据定理2所提出的离散型自适应反馈控制器的设计步骤为

- 1) 取初值 $u_0 = 0, y_{i+d}, y_t$, 以及 $N[k] = f[k] = 0, k = 0, 1, 2, \dots$;
- 2) 读取 $y_t, t \geq d$;
- 3) 计算 y_t 所处的位置, 即计算出 k 的值;
- 4) 根据式(21)和式(22)求出控制量.

由于本系统存在三阶延迟, 因此在每一个 t 时刻所获得的参考输入值为 y_{i+3}^* , 所测得的系统输出则为 y_t , 控制律计算在 $t \leq 3$ 时为

$$u_i'' = -f(k) + y_{i+3}^*/b_0.$$

其中 $f(k) = y_t/b_n - 200$.

其它情况采用统一的控制律公式

$$u_i'' = -f(k) + \text{sgn}(y_{i+3}^*)(a_1^3 y_t + y_{i+3}^*)/b_n - a_1[f(k-2) + \text{sgn}(y_{i+3}^*)u_{t-2}].$$

5 实际系统的实验与分析 (Implementation and analysis of the actual system)

为了验证第4节中所提出的未知函数 $f(y_t)$ 的估计算法的正确性及其控制算法的优越性, 作者在一个实际存在的具有非线性影响的直流电机慢速控制系统的精确模型上进行了控制系统的实验. 实验系统的参考输入序列由计算机产生, 其输入是一个采样周期是 10 ms, 幅值为 300, 周期为 2000 个采样次数的正弦信号, 如图2所示.

由于在整个输入信号的 2000 个采样中, 只有第 1 个 1/4 周期内的 500 个采样点是单值的, 其他 3 个 1/4 周期均是第 1 个 1/4 周期信号的对称点, 所以 i_t 的选择可以始终在前 500 个观测点中按照公式 $i_t = \arg \min_{0 \leq i \leq t-1} |y_t - y_i|$ 进行选择. 由定理2产生的反馈控制算法是对定理1产生的反馈控制算法的改进, 其实质是采用了反馈参考量求均值的方法来减少误差提高精度. 由于在第 1 个 1/4 周期内输出与输入值一一对应, 因此无须求均值, 只要以简单的单值处理算法即可, 因此, 在实际控制中的第 1 个 1/4 周期内采用与定理1反馈控制相同的控制算法.

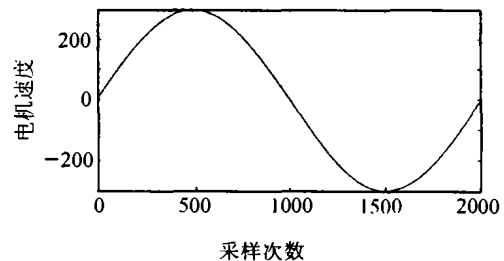


图2 实验用输入信号
Fig. 2 Input signal in actual implementation

图3和图4分别为采用由定理1和定理2求得的控制律所得的实际控制系统的输出响应, 同样, 横轴单位为采样次数, 纵轴单位为计算机响应的数字量. 从中可以看出虽然两种控制律都能较好地跟踪系统的输入信号, 不过图3中含有明显的系统响应

噪声,而图4中由于采用了求平均值的运算,相比之下输出响应曲线中的噪声得到了很好地滤波效果.另外,两曲线在对系统非线性摩擦力影响的慢速和变速部分具有很好跟踪响应,这一点可以通过与PID控制器的响应对比(见图5)中得到进一步的证实.

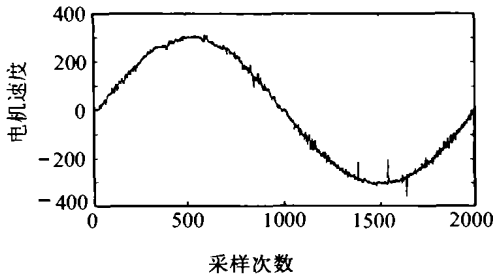


图3 由定理1求得的实际控制系统的输出响应
Fig. 3 Output response of actual control system according to Theorem 1

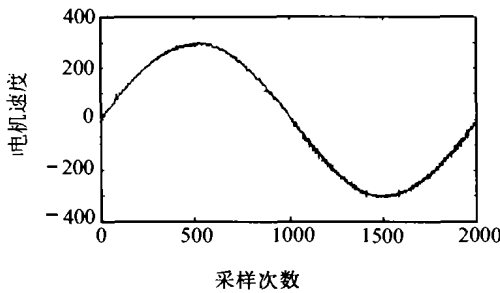


图4 由定理2求得的实际控制系统的输出响应
Fig. 4 Output response of actual control system according to Theorem 2

图5为采用PID控制器对系统进行控制,在相同的输入信号下获得的系统输出响应.从中可以看出,在系统的线性段系统具有很好的输出响应,但是,在速度为零附近的响应,由于非线性摩擦力所产生的死区的影响,输出响应产生较大的误差.与此相比,本文所提出的离散型非线性反馈自适应控制律很好地解决了这个问题.解决了非线性控制中存在的稳定抖动问题,从整体上来看,它是一种比PID控制更好的非线性控制策略.

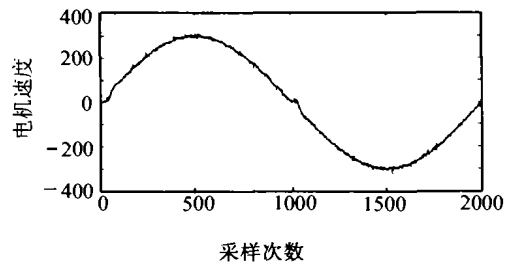


图5 PID控制器控制下的系统响应曲线
Fig. 5 System response curve with PID controller

6 结论(Conclusion)

本文提出了仅基于观测输出设计的自适应输出反馈控制策略,为解决结构与参数完全未知的非线性系统提供了新的思路,从实际非线性系统的实验控制效果中已证实了其控制的有效性,并且其控制效果优于常规控制器.

参考文献(References):

- [1] GUO Lei. On critical stability of discrete-time adaptive nonlinear control [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1997, 42(11): 1488 - 1499.
- [2] XIE Liangliang, GUO Lei. How much uncertainty can be dealt with by feedback [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2000, 45(12): 2203 - 2217.
- [3] 丛爽,高雪鹏,魏衡华.非线性直流电机仿真模型系统的建立[J].系统仿真学报, 2001, 13(1):25 - 27, 113.
(CONG Shuang, GAO Xuepeng, WEI Henghua. Establishment of simulation model system for nonlinear D. C. motor [J]. *J of System Simulation*, 2001, 13(1):25 - 27, 113.)

作者简介:

丛爽 (1961—),女,教授,博士,博士生导师.从事人工神经网络和智能控制研究. E-mail: scong@ustc.edu.cn;
叶海洋 (1977—),男,学士,从事非线性反馈控制研究;
谢亮亮 (1974—),男,博士,从事自适应控制的理论研究.