

切换对称组合系统的稳定性

孙洪飞¹, 赵军²

(1. 厦门大学自动化系, 福建 厦门 361005; 2. 东北大学信息工程学院, 辽宁 沈阳 110006)

摘要: 首次提出了切换对称组合系统的概念, 研究了此类系统在任意切换下渐近稳定的条件, 同时分别利用多李雅普诺夫函数方法和单李雅普诺夫函数方法, 给出使切换对称组合系统渐近稳定的切换律. 利用切换对称组合系统的结构特点, 使其切换律的设计条件得到简化.

关键词: 切换系统; 对称组合系统; 稳定性

中图分类号: TP13 **文献标识码:** A

Stability of a class of switched symmetric composite systems

SUN Hong-fei¹, ZHAO Jun²

(1. Department of Automation, Xiamen University, Fujian Xiamen 301005, China;

2. School of Information Science and Engineering, Northeastern University, Liaoning Shenyang 110006, China)

Abstract: A new class of symmetric composite systems is proposed. These systems are composed of linear switched sub-systems with similar dynamics interconnected in a symmetrical fashion. A sufficient condition of the stability of this system for arbitrary switching is obtained. Two kinds of constructive switching laws under which the switched symmetric composite systems are stable are also provided. All the conclusions are simplified by using the structural properties.

Key words: switched systems; symmetric composite systems; stability

1 引言 (Introduction)

复杂性科学正在受到国内外学者的重视, 于景元教授在文献[1]中对复杂系统做了介绍, 并且指出复杂巨系统是一个正在发展中的新领域. 在控制领域有两类系统, 一类是混杂动态系统, 一类是组合大系统, 它们都可看作复杂系统.

混杂动态系统(hybrid dynamical systems)同时描述连续动态和离散动态, 较为科学合理地刻画了众多的实际问题, 因而受到人们的普遍重视. 切换系统是混杂动态系统中一类有影响的重要类型. 系统的连续动态可由有限个子系统描述, 系统的离散动态是一个切换规律, 它指挥和协调系统的连续动态. 汽车转向系统、计算机磁盘系统、机器人控制系统、飞机的多工作点控制系统等都是切换系统的具体实例. 再比如多控制器切换系统是一类非常重要的切换系统[2].

对称组合系统就是由若干个相同的子系统通过对称的方式组合而成的大系统. 许多自然发展和形成的系统(如社会系统、管理系统、生物系统等)以及实际的工程系统(如电力系统、计算机网络等)都可

近似看成对称组合系统.

本文考虑一类特殊的对称组合系统, 它是由若干个相同的线性切换子系统通过对称的方式组合而成的系统. 本文称这类系统为切换对称组合系统. 多架同一型号的飞机在空中做同步飞行表演, 那么由这多架飞机组成的多工作点控制系统就是一个切换对称组合系统.

2 系统的描述和问题的提出 (System description and problem statement)

切换对称组合系统可描述为

$$\dot{x}(t) = \bar{A}_\sigma x(t). \quad (1)$$

其中 $x(t) = [x_1^T(t), x_2^T(t), \dots, x_N^T(t)]^T$ 为状态, $x_i(t) \in \mathbb{R}^n, i = 1, 2, \dots, N; \sigma: [0, +\infty) \rightarrow \underline{l} = \{1, 2, \dots, l\}$ 为切换函数, 它是一个依赖于时间 t 或状态 $x(t)$ 的分段常值函数; 对于确定的 $\sigma(t) = i,$

$$\bar{A}_i = \begin{bmatrix} A_i & H & \cdots & H \\ H & A_i & \cdots & H \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H & H & \cdots & A_i \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{nN \times nN}.$$

系统(1)实质上就是由以下 l 个系统按照切换规律 $\sigma(t)$ 而构成的切换大系统

$$\dot{x}(t) = \bar{A}_i x(t), \quad i = 1, 2, \dots, l. \quad (2)$$

本文要解决以下两个问题:

问题 1 利用系统(1)的结构特点,找到使系统(1)在任意切换下均渐近稳定的简化条件.

问题 2 利用系统(1)的结构特点,构造较简单的切换律 $\sigma(t)$,使系统(1)渐近稳定.

3 主要结果(Main results)

由文献[3]知道,系统(1)在任意切换 $\sigma(t)$ 下均渐近稳定的充分且必要条件是系统(2)存在公共的本身正定而其导数负定的李雅普诺夫函数.如果要寻找系统(2)的公共的二次型李雅普诺夫函数,则要解下面 l 个李雅普诺夫方程:

$$\bar{A}_i^T P + P \bar{A}_i + Q = 0, \quad i = 1, 2, \dots, l. \quad (3)$$

其中 P, Q , 为 $n \cdot N$ 阶正定矩阵.

由于方程(3)中 \bar{A}_i 是个阶数非常高的矩阵,因此要解这个方程工作量非常大.但是文献[4]给出了求解方程(3)的简单办法.

引理 1^[4] 对固定的 $i \in \underline{l}$, 令 $\text{spec}(A_i^p \subset LHP, \text{spec}(A_i^m) \subset LHP$; 对任意取定的对称正定矩阵 $Q_i \in \mathbb{R}^{n \times n}, P_i^p, P_i^m \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 分别为下面两个李雅普诺夫方程的对称正定解:

$$(A_i^p)^T P_i^p + P_i^p (A_i^p) + Q_i = 0, \quad (4)$$

$$(A_i^m)^T P_i^m + P_i^m (A_i^m) + Q_i = 0. \quad (5)$$

其中 $A_i^p = A_i + (N-1)H, A_i^m = A_i - H, \text{spec}(A)$ 表示矩阵 A 的所有特征值的集合, LHP 表示左半复平面, $\text{spec}(A) \subset LHP$ 表示矩阵 A 的所有特征值均位于左半复平面,则下面的矩阵李雅普诺夫方程一定存在对称正定解 $\bar{P}_i \in \mathbb{R}^{n \cdot N \times n \cdot N}$,

$$\bar{A}_i^T \bar{P}_i + \bar{P}_i \bar{A}_i + \bar{Q}_i = 0. \quad (6)$$

其中

$$\bar{Q}_i = \text{diag} \{Q_i\}, \bar{P}_i = \begin{bmatrix} \bar{P}_i^1 & \bar{P}_i^2 & \dots & \bar{P}_i^2 \\ \bar{P}_i^2 & \bar{P}_i^1 & \dots & \bar{P}_i^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{P}_i^2 & \bar{P}_i^2 & \dots & \bar{P}_i^1 \end{bmatrix}.$$

这里, $\bar{P}_i^1 = \frac{1}{N}(P_i^p + (N-1)P_i^m), \bar{P}_i^2 = \frac{1}{N}(P_i^p - P_i^m)$.

因此,容易得出下面定理 1.

定理 1 设 $Q \in \mathbb{R}^n$ 为对称正定阵,若对任意的 $i \in \underline{l}$, 方程(4),(5)分别存在公共的对称正定解 P^p 及 P^m , 即

$$(A_i^p)^T P^p + P^p (A_i^p) + Q = 0, \quad (7)$$

$$(A_i^m)^T P^m + P^m (A_i^m) + Q = 0, \quad (8)$$

则系统(2)存在公共的李雅普诺夫函数,进而系统(1)在任意切换下均渐近稳定.

注 1 定理 1 给出了系统(1)在任意切换下渐近稳定的一个充分条件.该充分条件是考察低维方程(7),(8)是否存在公共对称正定解 P^p, P^m , 从而一个复杂的问题得到了较简单的处理.

下面本文分别采用多李雅普诺夫函数方法和单李雅普诺夫函数方法来解决 问题 2.

方法 1 多李雅普诺夫函数方法.

这里仅考虑 $\underline{l} = \underline{2} = \{1, 2\}$ 的情形,即系统(1)实质上就是由下面两个对称组合系统按照法则 $\sigma: [0, +\infty) \rightarrow \underline{2} = \{1, 2\}$ 而构成的切换对称组合系统:

$$\dot{x}(t) = \bar{A}_1 x(t), \quad (9)$$

$$\dot{x}(t) = \bar{A}_2 x(t). \quad (10)$$

本文先给出下面的定理 2, 定理 2 的证明过程给出了切换律的设计.

定理 2 若存在同号的实数 β_1, β_2 及 n 维对称正定阵 $P_1^p, P_1^m, P_2^p, P_2^m$, 使得下面 4 个不等式同时成立, 则一定存在一个切换律 $\sigma: [0, +\infty) \rightarrow \underline{l} = \{1, 2\}$, 使得由式(9),(10)构成的切换对称组合系统

$$\dot{x}(t) = \bar{A}_\sigma x(t) \quad (11)$$

渐近稳定.

$$P_1^p A_1^p + (A_1^p)^T P_1^p + \beta_1 (P_1^p - P_2^p) < 0, \quad (12)$$

$$P_1^m A_1^m + (A_1^m)^T P_1^m + \beta_1 (P_1^m - P_2^m) < 0, \quad (13)$$

$$P_2^p A_2^p + (A_2^p)^T P_2^p + \beta_2 (P_2^p - P_1^p) < 0, \quad (14)$$

$$P_2^m A_2^m + (A_2^m)^T P_2^m + \beta_2 (P_2^m - P_1^m) < 0. \quad (15)$$

为了证明定理 2, 先给出一个引理.

引理 2^[4] 令矩阵 \bar{A}, T 分别为

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A & H & \dots & H \\ H & A & \dots & H \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H & H & \dots & A \end{bmatrix}, \quad T = \begin{bmatrix} I & 0 & \dots & 0 \\ -I & I & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -I & 0 & \dots & I \end{bmatrix}.$$

其中 $A, H \in \mathbb{R}^{n \times n}, I$ 为 n 阶单位阵, 则有

$$T \bar{A} T^{-1} = \begin{bmatrix} A^p & H & \dots & H \\ 0 & A^m & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & A^m \end{bmatrix}.$$

其中 $A^p = A + (N-1)H, A^m = A - H$. 从而有 $\text{spec}(\bar{A}) = \text{spec}(A^p) \cup \text{spec}(A^m)$.

定理 2 的证明 下面不妨假设 $\beta_1, \beta_2 > 0$, 由式(12)~式(15)的解 $P_1^p, P_1^m, P_2^p, P_2^m$ 可构造如下两个

正定矩阵

$$\bar{P}_1 = \begin{bmatrix} \bar{P}_1^1 & \bar{P}_1^2 & \cdots & \bar{P}_1^N \\ \bar{P}_1^2 & \bar{P}_1^1 & \cdots & \bar{P}_1^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{P}_1^2 & \bar{P}_1^2 & \cdots & \bar{P}_1^1 \end{bmatrix}, \bar{P}_2 = \begin{bmatrix} \bar{P}_2^1 & \bar{P}_2^2 & \cdots & \bar{P}_2^2 \\ \bar{P}_2^2 & \bar{P}_2^1 & \cdots & \bar{P}_2^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{P}_2^2 & \bar{P}_2^2 & \cdots & \bar{P}_2^1 \end{bmatrix}.$$

其中

$$\bar{P}_i^1 = \frac{1}{N} [P_i^1 + (N-1)P_i^m],$$

$$\bar{P}_i^2 = \frac{1}{N} [P_i^1 - P_i^m], i = 1, 2.$$

(\bar{P}_1, \bar{P}_2 的正定性可由引理 2 及式(12)~式(15)直接得出)显然有

$$P_i^1 = \bar{P}_i^1 + (N-1)\bar{P}_i^2, P_i^m = \bar{P}_i^1 - \bar{P}_i^2, i = 1, 2.$$

于是得到下面两个正定函数

$$V_i(x(t)) = x^T(t)\bar{P}_i x(t), i = 1, 2.$$

其中 $x(t) \in \mathbb{R}^{n \cdot N}$. 令

$$\sigma(t) = \arg \max \{V_i(x(t)), i = 1, 2\}. \quad (16)$$

即在 t 时刻, $\sigma(t)$ 取 $V_1(x(t))$ 和 $V_2(x(t))$ 较大者对应的下标. 考虑如下两个表达式

$$\pi_1 = \bar{P}_1 \bar{A}_1 + \bar{A}_1^T \bar{P}_1 + \beta_1 (\bar{P}_1 - \bar{P}_2), \quad (17)$$

$$\pi_2 = \bar{P}_2 \bar{A}_2 + \bar{A}_2^T \bar{P}_2 + \beta_2 (\bar{P}_2 - \bar{P}_1). \quad (18)$$

由于 $A_i^1 = A_i + (N-1)H, A_i^m = A_i - H$ 及 $P_i^1 = \bar{P}_i^1 + (N-1)\bar{P}_i^2, P_i^m = \bar{P}_i^1 - \bar{P}_i^2, i = 1, 2$, 所以不难得到

$$\pi_1 = \begin{bmatrix} L_1^1 & L_1^2 & \cdots & L_1^2 \\ L_1^2 & L_1^1 & \cdots & L_1^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ L_1^2 & L_1^2 & \cdots & L_1^1 \end{bmatrix}, \pi_2 = \begin{bmatrix} L_2^1 & L_2^2 & \cdots & L_2^2 \\ L_2^2 & L_2^1 & \cdots & L_2^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ L_2^2 & L_2^2 & \cdots & L_2^1 \end{bmatrix}.$$

其中

$$L_1^1 = P_1^m A_1 + A_1^T P_1^m + \bar{P}_1^2 A_1^1 + (A_1^1)^T \bar{P}_1^2 + \beta_1 (\bar{P}_1^1 - \bar{P}_1^2),$$

$$L_2^1 = P_2^m A_2 + A_2^T P_2^m + \bar{P}_2^2 A_2^2 + (A_2^2)^T \bar{P}_2^2 + \beta_2 (\bar{P}_2^1 - \bar{P}_2^1),$$

$$L_1^2 = P_1^m H + H^T P_1^m + \bar{P}_1^2 A_1^1 + (A_1^1)^T \bar{P}_1^2 + \beta_1 (\bar{P}_1^2 - \bar{P}_2^2),$$

$$L_2^2 = P_2^m H + H^T P_2^m + \bar{P}_2^2 A_2^2 + (A_2^2)^T \bar{P}_2^2 + \beta_2 (\bar{P}_2^2 - \bar{P}_1^2).$$

再由引理 2 知

$$\text{spec}(\pi_1) = \text{spec}(L_1^1) \cup \text{spec}(L_1^2).$$

其中 $L_1^1 = L_1^1 + (N-1)L_1^2, L_1^2 = L_1^1 - L_1^2$, 而

$$L_1^1 = L_1^1 + (N-1)L_1^2 =$$

$$P_1^1 A_1^1 + (A_1^1)^T P_1^1 + \beta_1 (P_1^1 - P_2^1),$$

$$L_1^2 = L_1^1 - L_1^2 =$$

$$P_1^m A_1^m + (A_1^m)^T P_1^m + \beta_1 (P_1^m - P_2^m).$$

这样由式(12), (13)知 $\pi_1 < 0$, 即

$$\bar{P}_1 \bar{A}_1 + (\bar{A}_1)^T \bar{P}_1 + \beta_1 (\bar{P}_1 - \bar{P}_2) < 0. \quad (19)$$

同样道理可知 $\pi_2 < 0$, 即

$$\bar{P}_2 \bar{A}_2 + (\bar{A}_2)^T \bar{P}_2 + \beta_2 (\bar{P}_2 - \bar{P}_1) < 0. \quad (20)$$

由文献[5]的 S-procedure 知式(19), (20)同时成立等价于下面结论成立.

结论 当 $x^T(t)(\bar{P}_1 - \bar{P}_2)x(t) \geq 0$ 且 $x \neq 0$ 时, 有 $x^T(t)[\bar{A}_1^T \bar{P}_1 + \bar{P}_1 \bar{A}_1]x(t) < 0$;

当 $x^T(t)(\bar{P}_2 - \bar{P}_1)x(t) \geq 0$ 且 $x \neq 0$ 时, 有 $x^T(t)[\bar{A}_2^T \bar{P}_2 + \bar{P}_2 \bar{A}_2]x(t) < 0$.

令

$$\Omega_1 = \{x \in \mathbb{R}^{n \cdot N} \mid x^T(\bar{P}_1 - \bar{P}_2)x \geq 0\},$$

$$\Omega_2 = \{x \in \mathbb{R}^{n \cdot N} \mid x^T(\bar{P}_2 - \bar{P}_1)x \geq 0\},$$

则 $\Omega_1 \cup \Omega_2 = \mathbb{R}^{n \cdot N} \setminus \{0\}$.

考虑系统(11), 当 $x \in \Omega_1$ 时, 由式(16)知 $\sigma(x(t)) = 1$. 此时, $V_1(x(t))$ 沿系统(11)的导数为

$$\dot{V}_1(x(t)) = x^T(t)[\bar{P}_1 \bar{A}_1 + \bar{A}_1^T \bar{P}_1]x(t) < 0.$$

同样当 $x \in \Omega_2 - \Omega_1$ 时,

$$\dot{V}_2(x(t)) = x^T(t)[\bar{P}_2 \bar{A}_2 + \bar{A}_2^T \bar{P}_2]x(t) < 0.$$

这样定理 2 成立. 同样道理可讨论 $\beta_1, \beta_2 < 0$ 的情形.

方法 2 单李雅普诺夫函数方法.

定理 3 考虑切换组合系统(1), 设 $Q \in \mathbb{R}^n$ 为对称正定阵, 若存在矩阵 $A_1^m, A_2^m, \dots, A_l^m$ 的某个凸组合 $A^m = \sum_{i=1}^l \alpha_i A_i^m$ 及矩阵 $A_1^1, A_2^1, \dots, A_l^1$ 的同一系数的

凸组合 $A^p = \sum_{i=1}^l \alpha_i A_i^p (\alpha_i \in [0, 1] \text{ 且 } \sum_{i=1}^l \alpha_i = 1)$, 使得

下面两个 n 阶李雅普诺夫方程分别有对称正定解 P^m 和 P^p ,

$$(A^m)^T P^m + P^m A^m + Q = 0, \quad (21)$$

$$(A^p)^T P^p + P^p A^p + Q = 0, \quad (22)$$

则一定存在一个切换律 $\sigma: [0, +\infty) \rightarrow \underline{l} = \{1, 2, \dots, l\}$, 使得切换系统(1)在此切换律下渐近稳定.

证 令 $\bar{A} = \sum_{i=1}^l \alpha_i \bar{A}_i$, 则

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^l \alpha_i A_i & H & \cdots & H \\ H & \sum_{i=1}^l \alpha_i A_i & \cdots & H \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H & H & \cdots & \sum_{i=1}^l \alpha_i A_i \end{bmatrix}.$$

考虑到 $\sum_{i=1}^l \alpha_i A_i - H = \sum_{i=1}^l \alpha_i A_i^m$ 及 $\sum_{i=1}^l \alpha_i A_i + (N - 1)H = \sum_{i=1}^l \alpha_i A_i^p$, 由引理 1 可知, 下面的 $n \cdot N$ 阶李雅普诺夫方程存在对称正定解 \bar{P} ,

$$\bar{A}^T \bar{P} + \bar{P} \bar{A} + \bar{Q} = 0. \quad (23)$$

其中, $\bar{Q} = \text{diag}\{Q, Q, \dots, Q\}$. 因此,

$$\bar{A}^T \bar{P} + \bar{P} \bar{A} < 0. \quad (24)$$

将式(24)改写为

$$\sum_{i=1}^l \alpha_i (\bar{A}_i^T \bar{P} + \bar{P} \bar{A}_i) < 0,$$

故有

$$\sum_{i=1}^l \alpha_i x^T (\bar{A}_i^T \bar{P} + \bar{P} \bar{A}_i) x < 0. \quad (25)$$

令

$$\Omega_i = \{x \in \mathbb{R}^{n \cdot N} \mid x(\bar{A}_i^T \bar{P} + \bar{P} \bar{A}_i)x < 0\}, \\ i = 1, 2, \dots, l,$$

由式(25)可知 $\Omega_1 \cup \Omega_2 \cup \dots \cup \Omega_l = \mathbb{R}^{n \cdot N} \setminus \{0\}$.

再令

$$\tilde{\Omega}_1 = \Omega_1, \tilde{\Omega}_2 = \Omega_2 - \tilde{\Omega}_1,$$

$$\tilde{\Omega}_3 = \Omega_3 - \tilde{\Omega}_2 \cup \tilde{\Omega}_1, \dots, \tilde{\Omega}_l = \Omega_l - \bigcup_{i=1}^{l-1} \tilde{\Omega}_i,$$

则有 $\tilde{\Omega}_1 \cup \tilde{\Omega}_2 \cup \dots \cup \tilde{\Omega}_l = \mathbb{R}^{n \cdot N} \setminus \{0\}$, 且 $\tilde{\Omega}_i \cap \tilde{\Omega}_j = \Phi, i, j \in \underline{l}, i \neq j$.

构造切换律: 当 $x(t) \in \tilde{\Omega}_i$ 时, $\sigma(x(t)) = i \in \underline{l}$. 取李雅普诺夫函数为 $V(x(t)) = x^T(t) \bar{P} x(t)$, 则在上面的切换律下, $V(x(t))$ 沿着系统(1)的导数为

$$\dot{V}(x(t)) = x^T(t) [\bar{A}_\sigma^T \bar{P} + \bar{P} \bar{A}_\sigma] x(t) < 0.$$

定理 3 得证.

注 2 定理 2 和定理 3 分别从不同的角度利用切换对称组合系统的特有的结构, 通过解若干个低阶的矩阵不等式, 得出了使切换对称组合系统渐近稳定的切换律. 因此和通常的对称组合系统一样, 利用系统的对称结构可以简化切换对称组合系统的设计. 另外, 定理 2 和定理 3 都是通过矩阵不等式的形式给出的, 因此利用仿真工具 Matlab 软件, 它们的检验不是很困难.

定理 2 和定理 3 都通过矩阵不等式给出了使系统(1)渐近稳定的切换律的存在条件及切换律的设计. 但定理 3 不限

制子系统的个数, 而定理 2 要求子系统的个数 $l = 2$, 原因是在定理 2 的证明过程中主要应用 S-procedure 方法, 当 $l > 2$ 时, S-procedure 方法失效. 另外, 从检验的角度来看, 由于定理 2 需要检验 4 个不等式而定理 3 只需检验 2 个不等式, 因此定理 3 较定理 2 易于检验. 但是, 单李雅普诺夫函数方法和多李雅普诺夫函数方法在讨论切换系统的稳定性方面是两个独立的方法, 它们互不包含对方. 文献[3, 6]指出, 有些切换系统即使它的子系统的任何一个凸组合均不稳定, 但可利用多李雅普诺夫函数方法构造出使其渐近稳定的切换律. 因此, 从这个意义上来说, 定理 2 尽管只是针对子系统的个数 $l = 2$ 的情形, 但它确实不能蕴涵在定理 3 中.

参考文献(References):

- [1] 于景元, 龚志刚. 一个正在发展的新领域——开放的复杂巨系统[J]. 控制理论与应用, 1999, 16(增刊): 37-43. (YU Jingyuan, GONG Zhigang. A new developing science field - open complex giant systems [J]. *Control Theory & Applications*, 1999, 16(Suppl.): 37-43.)
- [2] SKAFIDAS E, PETERSSEN I R, EVANS R J, et al. Stability results for switched controller systems [J]. *Automatica*, 1999, 35(4): 553-564.
- [3] LIBERZON D, MORSE A S. Basic problems in stability and design of switched systems [J]. *IEEE Control Systems Magazine*, 1999, 19(5): 59-70.
- [4] SUNDARESHAN M K, ELBANNA R M. Qualitative analysis and decentralized controller synthesis for a class of large-scale systems with symmetrically interconnected subsystems [J]. *Automatica*, 1999, 27(2): 383-388.
- [5] BOYD S, GHAOUI L E, FERON E, et al. *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory* [M]. Philadelphia, PA: SIAM, 1994.
- [6] PELETIES P, DECARLO R A. Asymptotic stability of m -switched systems using Lyapunov-like functions [A]. *Proc of American Control Conference* [C]. Boston: IEEE Press, 1991: 1679-1684.

作者简介:

孙洪飞 (1970—), 男, 厦门大学自动化系副教授, 博士. 研究方向: 复杂大系统的理论研究, 切换系统的稳定性研究. E-mail: zequn_sun@sina.com;

赵军 (1957—), 男, 东北大学信息科学与工程学院教授, 博士生导师, 现为中国自动化学会控制理论委员会委员. 主要研究方向为复杂非线性系统的结构研究, 混杂系统, 切换系统稳定性研究.