

文章编号: 1000-8152(2004)01-0011-06

## 多变量线性模型不确定系统终端滑模分解控制方法

冯 勇, 郑雪梅, 鲍 晟

(哈尔滨工业大学 电气工程系, 黑龙江 哈尔滨 150001)

**摘要:** 针对线性多变量模型不确定系统, 提出了一种终端滑模分解控制方法. 通过状态变换和去耦合处理将系统转换为块能控标准型, 它由值域空间子系统和稳定的零空间子系统组成. 提出了特殊的终端滑模超曲面, 采用滑模控制策略, 使值域空间子系统的状态在有限时间内收敛至平衡点, 随后稳定的零空间子系统渐近收敛至平衡点. 所提出的方法对于维数较高系统的控制具有较大意义, 可简化设计, 实现递阶控制. 仿真验证了该方法的有效性.

**关键词:** 多变量系统; 标准型分解; 终端滑模控制; 变结构系统

**中图分类号:** TP273 **文献标识码:** A

## Terminal sliding mode decomposed control of multivariable linear uncertain systems

FENG Yong, ZHENG Xue-mei, BAO Sheng

(Department of Electrical Engineering, Harbin Institute of Technology, Helongjiang Harbin 150001, China)

**Abstract:** A terminal sliding mode decomposed control method for a linear multivariable system with parameter uncertainties and external disturbances was proposed. The system was converted to the block controllable form consisting of two parts, one was the range space subsystem and the other was the stable null space subsystem. The special terminal sliding mode was proposed for the range space subsystem, and the control law was designed to drive the state variables of the range space subsystem to the equilibrium points within a finite time. Then, the state variables of the stable null space subsystem converged to the equilibrium points asymptotically. The method proposed is significant for linear multivariable systems with high dimensions, which can simplify the design of controller and realize hierarchical control. Simulation results are presented to validate the design.

**Key words:** multivariable system; canonical decomposition; terminal sliding mode control; variable structure systems

### 1 引言 (Introduction)

对于存在参数不确定和外部扰动的线性多变量系统的研究, 既有理论研究价值又有实际应用意义. 国内外已发表了大量的对此系统进行研究的文献. 这类系统常用的控制方法有两种: 状态反馈控制方法和最优控制方法. 但是, 如果线性多变量系统的维数较高, 采用上述的两种方法进行实际控制或计算机仿真时, 计算会耗费较长的时间, 并且在计算过程中容易出现病态. 文献[1]提出化线性多变量系统为块能控标准型, 然后对块能控标准型进行控制. 这种方法能有效的缓解上述方法存在的问题, 但仅采用状态反馈对系统进行控制, 系统对参数摄动和外部扰动不具有鲁棒性.

本文利用文献[1]的模型变换的思想, 在将线性

多变量系统转换为块能控标准型的基础上, 提出了一种终端滑模分解控制方法. 首先确定线性多变量系统的能控指数和参数  $r$ , 然后通过状态变换将其转化为块能控标准型(BC形式), 再对其进行一次状态变换以去掉系统中的耦合项. 本文分析了块能控标准型到递阶块能控标准型的变换过程, 并推导出了变换矩阵中待定系数的递推公式. 这样, 系统转换为具有  $r$  个块的递阶的块能控标准型, 它由一个值域空间子系统和  $r-1$  个稳定的零空间子系统组成. 针对值域空间子系统, 利用终端滑模的思想<sup>[2~6]</sup>, 本文提出了特殊的终端滑模超曲面, 并采用滑模控制策略, 使值域空间子系统的状态在有限时间内收敛至平衡点. 随后,  $r-1$  个稳定的零空间子系统渐近收敛至平衡点. 以往的研究一般采用线性滑模, 值域

空间子系统只能保证渐近收敛至平衡点,这样就会对零空间子系统渐近收敛至平衡点产生影响,造成稳态误差.本文所提出的方法对于维数较高的多变量系统的控制具有较大的意义,可简化设计,实现递阶控制.仿真实例表明了该方法的有效性.

## 2 多变量模型不确定系统的模型分解(Model decomposition of multivariable uncertain system)

考虑如下的线性多变量模型不确定系统

$$\dot{x}(t) = (A + A_{\text{per}}(t))x(t) + Bu(t). \quad (1)$$

式中:  $x(t) \in \mathbb{R}^n$ ,  $u(t) \in \mathbb{R}^m$ ,  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$ ;  $A_{\text{per}}(t) \in \mathbb{R}^{n \times n}$  表示系统的不确定项或非线性项.本文对矩阵  $A, B, A_{\text{per}}(t)$  作如下假设:

- 1)  $A, B$  为已知常数矩阵;
- 2)  $A, B$  可控;
- 3)  $A_{\text{per}}(t)$  满足如下所示的匹配条件:

$$A_{\text{per}}(t) = B\Delta(t). \quad (2)$$

式中:  $\Delta(t)$  为某个有界的时变函数,  $\|\Delta(t)\| \leq \gamma$ .

控制目的:在系统存在不确定项  $A_{\text{per}}(t)$  的情况下,选择合适的控制策略,使得系统由初始状态  $x(0) \neq 0$  收敛至平衡点.

### 2.1 块能控标准型(Block controllable form)

为了将线性多变量系统(1)变换为块能控标准型,作非奇异状态变换

$$x' = Fx. \quad (3)$$

状态变换矩阵  $F$  为

$$F = F_1 F_2 \cdots F_{r-1}. \quad (4)$$

式中,  $F_1, F_2, \dots, F_{r-1}$  分别为下述转化为块能控标准型时每步的变换矩阵.

经状态变换(3)将原系统(1)变换成如下所示的块能控标准型:

$$\dot{x}'(t) = A'x'(t) + B'\Delta(t)x(t) + B'u(t). \quad (5)$$

式中:  $A' = FAF^{-1}$ ;  $B' = FB = [0 \quad B_{1,0}^T]^T$ ,  $B_{1,0}$  为  $n_1 \times m$  的矩阵,  $\text{rank } B_{1,0} = n_1$ .

将上述变换后的系统(5)写成分块的形式如下:

$$\begin{cases} \dot{x}'_r(t) = A_{r,r}x'_r(t) + B_{r,r-1}x'_{r-1}(t), \\ \dot{x}'_i(t) = \sum_{j=i}^r A_{ij}x'_j(t) + B_{i,i-1}x'_{i-1}(t), \\ \quad i = 2, \dots, r-1, \\ \dot{x}'_1(t) = \sum_{j=1}^r A_{1j}x'_j(t) + \\ \quad B_{1,0}\Delta(t)x(t) + B_{1,0}u(t), \end{cases} \quad (6)$$

式中:  $x'^T = [x'^T_1 \quad \cdots \quad x'^T_r]$ ,  $x'_i \in \mathbb{R}^{n_i}$ ,  $i = 1, \dots, r$ ;

矩阵  $B_{i,i-1}$ ,  $i = 1, \dots, r$ , 行满秩,  $\sum_{i=1}^r n_i = n$ ;  $(n_1, \dots, n_r)$  为系统(1)的  $r$  个块的能控指数.

从块能控标准型的分块形式(6)可看出块能控标准型的控制规律,即控制仅在块能控标准型的最后一层出现,而其余各层的控制均可将  $x'_{i-1}$  看成第  $i$  个块状态方程的虚拟控制量.这样整个大系统就分解为一个个的子系统,对这些子系统可单独控制,大大的简化了设计过程.

为了将原系统(1)转化为块能控标准型(6)并求取变换矩阵  $F$ ,需按下列步骤做  $r-1$  步<sup>[1]</sup>:

第1步 设  $\text{rank } B = n_1$ ,  $n_1 \leq m$ .将  $B$  中  $n_1$  个线性无关的行组成子矩阵  $B_{1,0}$ , 有

$$\text{rank}(B_{1,0}) = \text{rank}(B) = n_1.$$

$B$  可写成

$$B = \begin{bmatrix} \tilde{B}_{1,1} \\ B_{1,0} \end{bmatrix}. \quad (7)$$

式中:  $\tilde{B}_{1,1} \in \mathbb{R}^{(n-n_1) \times m}$ ,  $B_{1,0} \in \mathbb{R}^{n_1 \times m}$ .

对系统(1)做下面的非奇异线性变换:

$$\tilde{x} = \begin{bmatrix} \tilde{x}_2 \\ \tilde{x}_1 \end{bmatrix} = F_1 x = \begin{bmatrix} I_{n-n_1} & -\tilde{B}_{1,1}B_{1,0}^+ \\ 0 & I_{n_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2 \\ x_1 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

上述变换式(8)中,  $\tilde{x}_1 = x_1$ ,  $\tilde{x}_1 \in \mathbb{R}^{n_1}$ ;  $\tilde{x}_2 \in \mathbb{R}^{n-n_1}$  为中间过渡变量.令  $x'_1 = x_1$ ,  $\tilde{x}'_1 \in \mathbb{R}^{n_1}$ , 则系统(1)被化简为

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}_2(t) = \tilde{A}_{2,2}\tilde{x}_2(t) + \tilde{B}_{2,1}x'_1(t), \\ \dot{x}'_1(t) = A_{1,2}\tilde{x}_2(t) + A_{1,1}x'_1(t) + B_{1,0}\Delta(t)x(t) + B_{1,0}u(t). \end{cases} \quad (9)$$

式中

$$B_{1,0}^+ = B_{1,0}^T [B_{1,0} \quad B_{1,0}^T]^{-1}, \quad \begin{bmatrix} \tilde{A}_{2,2} & \tilde{B}_{2,1} \\ A_{1,2} & A_{1,1} \end{bmatrix} = F_1 A F_1^{-1}.$$

第2步 设  $\text{rank}(\tilde{B}_{2,1}) = n_2$ , 若  $n_2 = n - n_1$ , 则式(9)和(10)已是块能控标准型,变换结束.若  $n_2 < n - n_1$ , 执行第2步.即将  $x'_1$  看成式(9)的虚拟控制量,仿照第1步对式(9)进行变换,方法与第1步相似.直到化成块能控标准型的分块形式(6).

同理可算出

$$F_{r-1} = \begin{bmatrix} I_{n_r} & -\tilde{B}_{r,r-1}B_{r-1,r-2}^+ & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & I_{n_{r-1}} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & I_{n_2} & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & I_{n_1} \end{bmatrix}. \quad (11)$$

## 2.2 递阶块能控标准型(Hierarchical block controllable form)

块能控标准型(6)的每个子系统的状态方程存在着耦合.为方便设计,可将其进一步化简成递阶的块能控标准型.为此,再作一次非奇异变换:

$$x' = F'z. \quad (12)$$

状态变换阵  $F'$  为

$$F' = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -K_{r-1,r} & I & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -K_{r-2,r} & -K_{r-2,r-1} & I & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ -K_{2,r} & -K_{2,r-1} & -K_{2,r-2} & \cdots & I & 0 \\ -K_{1,r} & -K_{1,r-1} & -K_{1,r-2} & \cdots & -K_{1,2} & I \end{bmatrix}. \quad (13)$$

非奇异变换(12)可写成分块的形式:

$$x'_r = z_r, \quad (14)$$

$$x'_i = -\sum_{\alpha=i+1}^r K_{i,\alpha} z_\alpha + z_i, \quad i = 1, \dots, r-1. \quad (15)$$

对块能控标准型系统(5)进行式(12)的变换,得

$$\dot{z}(t) = A''z(t) + B''\Delta(t)x(t) + B''u(t). \quad (16)$$

式中

$$A'' = (F')^{-1}A'F', \quad B'' = (F')^{-1}B' = [0 \quad B''_{10}]^T.$$

把系统(16)写成分块的形式:

$$\begin{cases} \dot{z}_i(t) = N_i z_i(t) + B_{i,i-1} z_{i-1}(t), \quad i = 2, \dots, r, \\ \dot{z}_1(t) = \sum_{\alpha=1}^r \bar{A}_{1,\alpha} z_\alpha(t) + B_{1,0} \Delta(t)x(t) + B_{1,0} u(t). \end{cases} \quad (17)$$

式中:  $z = [z_1^T \quad \cdots \quad z_r^T]^T$ ,  $z_i \in \mathbb{R}^{n_i}$ ;  $N_i (i = 2, \dots, r)$  为设计常数矩阵,根据对系统性能的要求来确定.  $N_i$  确定后,  $F'$  和  $\bar{A}_{1,\alpha} (\alpha = 1, \dots, r)$  可同时确定下来.对系统(17),  $z_{i-1}$  看作  $\dot{z}_i(t) = N_i z_i(t) + B_{i,i-1} z_{i-1}(t) (i = 2, \dots, r)$  的虚拟控制输入,由于  $B_{i,i-1}$  满秩,且  $N_i$  为设计常数矩阵,因此适当地设计  $N_i$ ,可以保证  $\dot{z}_i(t) = N_i z_i(t) + B_{i,i-1} z_{i-1}(t) (i = 2, \dots, r)$  的能控性.

## 3 终端滑模控制(Terminal sliding mode control)

对于线性多变量模型不确定系统(1),经过状态变换(3)和(12),变换成递阶的块能控标准型系统(17).本文采用终端滑模控制方法对系统(17)进行设计,设计步骤主要为:

1) 设计终端滑模超曲面,保证系统状态在滑模超曲面上到达平衡点的时间是有限的.

2) 设计系统的鲁棒控制,使系统对参数摄动和外部扰动具有鲁棒性.

为了提出线性多变量模型不确定系统的终端滑模变结构控制,首先给出下列引理.

**引理 1** 对于递阶的块能控系统(17),若将  $N_i (i = 1, 2, \dots, r)$  设计成  $N_i = -\lambda_i I_{n_i}, i = 1, 2, \dots, r, -\lambda_2 < -\lambda_3 < \cdots < -\lambda_r < 0$ ,则在状态  $z_1$  到达平衡点后,系统的其余状态  $z_2, \dots, z_r$  将渐近趋于平衡点.

**证** 假设  $t = t_r$  时,状态  $z_1$  到达平衡点,即  $t \geq t_r$  时,  $z_1(t) = 0$ ;则当  $t \geq t_r$  时,递阶的块能控系统(17)变成如下形式:

$$\dot{z}_i = N_i z_i + B_{i,i-1} z_{i-1}, \quad i = 2, \dots, r. \quad (18)$$

从系统(18)可看出,由于子系统的特征根是依次增大的,因此,各子系统  $i, i = 1, 2, \dots, r$ , 将依次渐近趋于平衡点.

针对递阶的块能控系统(17),本文提出如下所示的终端滑模超曲面结构:

$$s(t) = z_1 + \beta \left( \int_0^t z_1 dt \right)^{q/p}. \quad (19)$$

式中:  $s \in \mathbb{R}^{n_1}$ ;  $z_1 \in \mathbb{R}^{n_1}$ ;  $\beta = \text{diag}(\beta_1, \dots, \beta_{n_1}), \beta_i > 0$ ;

$p, q$  为奇数,且  $p > q > 0$ ;  $(\int_0^t z_1 dt)^{q/p}$  表示为

$$\left( \int_0^t z_1 dt \right)^{q/p} = \left[ \left( \int_0^t z_{11} dt \right)^{q/p}, \dots, \left( \int_0^t z_{1n_1} dt \right)^{q/p} \right]^T.$$

令  $y = \int_0^t z_1 dt$ , 则式(19)变为

$$s(t) = \dot{y} + \beta y^{q/p}. \quad (20)$$

式(19)的积分项初值的选择是为了保证  $s(0) = 0$ ,在这种情况下,可确定  $y(0)$  为

$$y(0) = [y_1(0), \dots, y_{n_1}(0)]^T = -[\beta^{-1} z_1(0)]^{p/q}.$$

对于  $s(0) = 0$ ,如果控制保证系统处于滑模上,求解式(20),可得  $y(t)$  由  $y(0) \neq 0$  到达平衡点的时间为

$$t_s = \frac{p}{\min_{i=1, \dots, n_1} \beta_i (p-q)} \max_{i=1, \dots, n_1} (y_i(0)^{p-q}). \quad (21)$$

由于  $y(t)$  在有限时间  $t_s$  到零,  $z_1$  在有限时间  $t_s$  也到达零.在终端滑模状态  $s = 0$ ,系统的动态特性完全由设计参数  $\beta, p, q$  决定而与系统模型参数无关,从而使系统在滑模超曲面上具有鲁棒性.与此相关的控制由下述定理给出.

**定理 1** 对于线性多变量不确定系统(1),采用状态变换(3)及式(12)变换成递阶的块能控标准型

系统(17),选取终端滑模超曲面(19),如果采取如下控制律,则系统是稳定的.

$$u = u_0 + u_1. \quad (22)$$

式中

$$u_0 = -B_{10}^+ \left( \sum_{\alpha=2}^r \bar{A}_{1,\alpha} z_\alpha \right) + Kz_1, \quad (23)$$

$$u_1 = -B_{10}^+ (\bar{A}_{11} z_1 + B_{10} Kz_1 + (q/p)(\beta) \text{diag} \left( \int_0^t z_1 dt \right)^{q-p/p} z_1 + \frac{s}{\|s\|} (\gamma \|B_{10}\| \|x\| + \delta)). \quad (24)$$

式中:  $\delta > 0$  为设计参数,  $\|\Delta(t)\| \leq \gamma$ .

证 取 Lyapunov 函数

$$V(t) = \frac{1}{2} s^T(t) s(t),$$

$V(t)$  对时间的一阶导数为

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s^T \dot{s} = \\ & s^T \left[ z_1 + (q/p)(\beta) \text{diag} \left( \int_0^t z_1 dt \right)^{q-p/p} z_1 \right] = \\ & s^T \left( \sum_{\alpha=1}^r \bar{A}_{1,\alpha} z_\alpha + B_{10}(u_0 + u_1) + \right. \\ & \left. (q/p)(\beta) \text{diag} \left( \int_0^t z_1 dt \right)^{q-p/p} z_1 \right) + B_{10} \Delta(t)x = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & s^T \left( -B_{10} B_{10}^+ \frac{s}{\|s\|} (\gamma \|B_{10}\| \|x\| + \delta) \right) + s^T B_{10} \Delta(t)x = \\ & -\gamma \|s\| \|B_{10}\| \|x\| - \delta \|s\| + s^T B_{10} \Delta(t)x \leq \\ & -\gamma \|s\| \|B_{10}\| \|x\| - \delta \|s\| + \\ & \|s^T\| \|B_{10}\| \|\Delta(t)\| \|x\| \leq -\delta \|s\|, \end{aligned}$$

即

$$\dot{V} \leq -\delta \|s\| < 0, \text{ 对于 } \|s\| \neq 0.$$

根据 Lyapunov 稳定性理论,如果  $\|s\| \neq 0$ ,则  $s$  总能在有限时间内到达  $s = 0$ . 而系统在滑模上  $s = 0$ , 则  $y$  和  $\dot{y}$  将在有限时间  $t_s$  到达零点, 由于  $y = \int_0^t z_1 dt$ , 则当  $y = \dot{y} = 0$  时,  $z_1$  也为零. 而当  $z_1 = 0$  时, 根据引理 1, 在状态  $z_1$  到达平衡点后, 系统的其余状态  $z_2, \dots, z_r$  将以递阶的方式渐近趋于平衡点. 因此, 所设计的系统是稳定的.

#### 4 仿真实例 (Simulations)

对于下述系统进行仿真研究:

$$\dot{x} = Ax + B(\Delta(t)x + u). \quad (25)$$

式中

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\Delta(t) = 0.1 \sin 2t.$$

假设只知道系统的不确定项  $\Delta(t)$  的上界  $\gamma = 0.1 \geq \|\Delta(t)\|$ , 采用本文提出的方法设计控制器, 使得存在不确定项的系统(25), 对于任意的初始状态  $x(0) \neq 0$ , 系统是渐近稳定的.

首先, 经状态变换式(3)及式(12)将上述系统化为下述递阶的块能控标准型:

$$\begin{cases} \dot{z}_3 = N_3 z_3 + [1 \ 0 \ 0] z_2, \\ \dot{z}_2 = N_2 z_2 + \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} z_1, \\ \dot{z}_1 = \bar{A}_{1,1} z_1 + \bar{A}_{1,2} z_2 + \bar{A}_{1,3} z_3 + \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} (\Delta(t)x + u). \end{cases} \quad (26)$$

$N_2, N_3$  设计为

$$N_2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, N_3 = -0.6.$$

由状态  $z$  到  $x$  的变换阵为

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ x_2 \\ x_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2.6 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 6.76 & -5.6 & 0.5 & 1.5 & 1 & 0 & 0 \\ -13.52 & 11.2 & 1.5 & -4.5 & 0 & 1 & 0 \\ 6.76 & -5.6 & -0.5 & 1.5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_3 \\ z_2 \\ z_1 \end{bmatrix}. \quad (27)$$

选择 3 个终端滑模超平面如下:

$$s_1 = z_{11} + \left( \int_0^t z_{11} dt \right)^{3/5}, \quad s_2 = z_{12} + \left( \int_0^t z_{12} dt \right)^{3/5},$$

$$s_3 = z_{13} + \left( \int_0^t z_{13} dt \right)^{3/5}.$$

根据定理 1, 设计控制器为式(22). 式中:

$$\beta = I_{3 \times 3}, \quad q/p = 3/5, \quad \gamma = 0.1, \quad \delta = 0.01,$$

$$B_{10} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_{10}^+ = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix},$$

$$K = \begin{bmatrix} 6.2 & 2.6 & 10.6 \\ 19.6 & -1.2 & 9.8 \\ -13.6 & 1.2 & -18.8 \end{bmatrix}$$

系统初始状态为  $x_3(0) = 1, x_{21}(0) = -1.6, x_{22}(0) = 1, x_{23}(0) = 1, x_{11}(0) = 2.36, x_{12}(0) = -5.32, x_{13}(0) = 2.16$ .

计算机仿真结果如图 1~6 所示.图 1~3 为块

能控标准型系统值域空间子系统的相轨迹图,可见系统实现了终端滑模控制.图 4 为系统的控制,可见存在抖振现象.图 5 为系统块能控标准型状态  $z$  的轨迹,可见值域空间子系统的状态  $z_1(z_{11}, z_{12}, z_{13})$  是在有限时间到零,而零空间子系统的状态  $z_2, z_3$  是渐近趋于零,这达到了本文预期的设计目的.图 6 为原系统状态  $x$  的轨迹图,可见系统状态收敛.

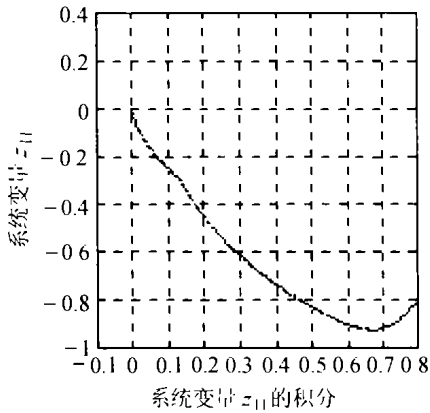


图 1  $z_{11}$  与其积分的相平面图

Fig. 1 Phase plot of  $z_{11}$  and its integral

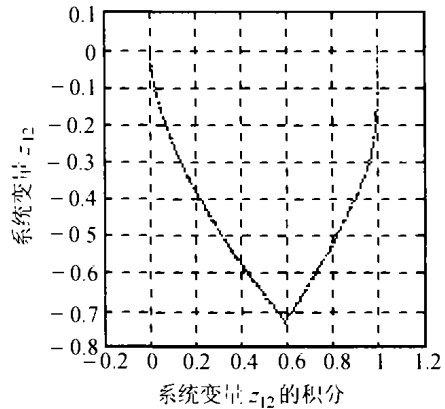


图 2  $z_{12}$  与其积分的相平面图

Fig. 2 Phase plot of  $z_{12}$  and its integral

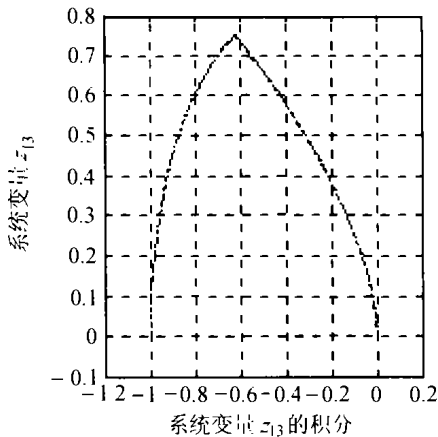


图 3  $z_{13}$  与其积分的相平面图

Fig. 3 Phase plot of  $z_{13}$  and its integral

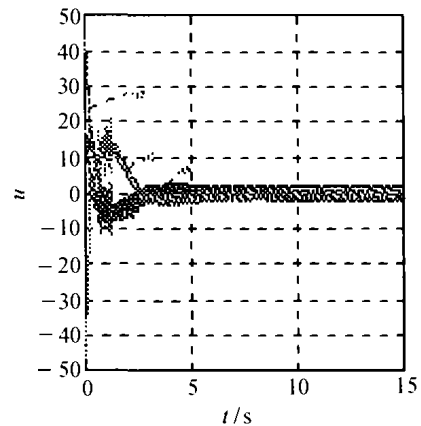


图 4 控制信号  $u$

Fig. 4 Control signals  $u$

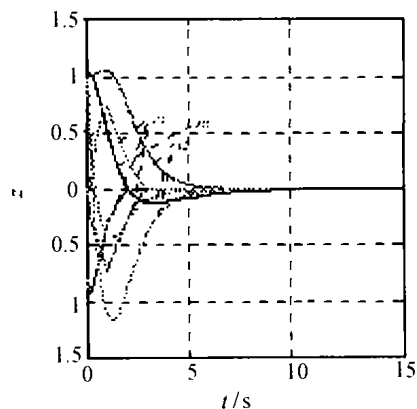


图 5 系统状态  $z$

Fig. 5 System states of  $z$

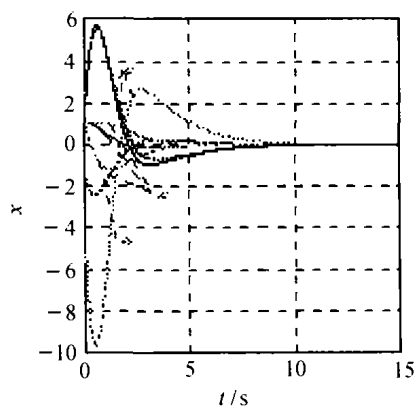


图 6 系统状态  $x$

Fig. 6 System states of  $x$

### 5 结论(Conclusions)

本文针对多变量模型不确定系统提出了一种特殊的终端滑模分解控制方法.通过状态变换和去耦合处理将系统转换为块能控标准型,它由一个值域空间子系统和  $r - 1$  个稳定的零空间子系统组成.为了使系统对于参数摄动和外部干扰具有鲁棒性和实现递阶控制,提出了特殊的终端滑模超曲面,并采用滑模控制策略,使值域空间子系统的状态在有限时间内收敛至平衡点,随后稳定的  $r - 1$  个零空间子系统渐近收敛至平衡点.本文所提出的方法对于维数较高的系统的控制具有较大的意义,可简化设计,实现递阶控制.最后,仿真了一个 7 阶多变量模型不确定系统.仿真结果表明了本文提出的方法的有效性.

### 参考文献(References):

[1] LUKYANOV A G, UTKIN V I. Time-varying linear system decomposed control [C]. *Proc of American Control Conference*, Pennsylvania: [s. n.], 1998:2884 - 2888.  
 [2] MAN Z, YU X H. Terminal sliding mode control of MIMO linear

systems [J]. *IEEE Trans on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, 1997, 44 (11): 1065 - 1070.  
 [3] WU Y, YU X, MAN X. Terminal sliding mode control design for uncertain dynamic systems [J]. *Systems & Control Letters*, 1998, 34 (5):281 - 288.  
 [4] YU T. Terminal sliding mode control for rigid robots [J]. *Automatica*, 1998, 34(1): 51 - 56.  
 [5] FENG Y, YU X, MAN Z. Nonsingular terminal sliding mode control and its applications to robot manipulators [C]. *Proc of 2001 IEEE Int Symposium on Circuits and Systems, III*. Sydney: [s. n.], 2001:545 - 548.  
 [6] BHAT S P, BERNSTEIN D S. Finite-time stability of homogeneous systems [C]. *Proc of the American Control Conference*. Albuquerque, New Mexico: [s. n.], 1997:2513 - 2514.

### 作者简介:

冯 勇 (1962 —),男,教授,博士生导师.主要研究方向为滑模与非线性控制,数码相机电子学与仿真,混沌与混沌控制等. E-mail: yfeng@hope.hit.edu.cn;  
 郑雪梅 (1969 —),女,讲师,博士研究生.主要研究方向为变结构控制,鲁棒控制等;  
 鲍 晟 (1975 —),女,博士研究生.主要研究方向为变结构控制,鲁棒控制等研究.

## 下 期 要 目

混沌 Lorenz 系统延迟反馈控制的机理分析 .....	闵富红,王执铨,须文波,徐振源
人工免疫算法及其应用研究 .....	李茂军,童调生
不确定性奇异时滞系统的鲁棒 $H_\infty$ 控制 .....	冯俊娥,程兆林
输出反馈实现一类带不确定输入动态非线性系统的鲁棒几乎干扰解耦 .....	王兴平,程兆林
一类线性切换系统具有 $H_\infty$ 性能指标的二次稳定 .....	聂 宏,赵 军
非结构化不确定性矩阵的极点鲁棒集聚于优良飞行性能区域的分析 .....	袁宝国,王胜国
不确定非线性系统的神经网络智能重构控制 .....	周 川,陈庆伟,吴晓蓓,胡维礼
带前置滤波器的 MRAC 系统的变结构控制 .....	武玉强,余星火,冯纯伯
基于进化策略的多传感器雷达辐射源目标识别方法 .....	方 敏,王宝树
脉频调制 VLSI 神经网络的噪声故障诊断应用 .....	吕 琛,王桂增
粗糙集理论的分层递阶约简算法及其信息理论基础 .....	乔 斌,李玉榕,蒋静坪
基于降阶模型的斜拉索振动的半主动神经网络控制 .....	陈 勇,孙炳楠,楼文娟
关于上海市人口合理规模的多目标预测研究 .....	陈成群,王浣尘
一维模糊 PID 结构分析 .....	杜 欣,谭 民
自主飞艇俯仰角姿态动力学建模及控制 .....	方存光,王 伟
高速公路交通的神经网络自适应控制 .....	李宝家,黄小原