文章编号：1000-8152(2004)01-0115-05

特殊的分散控制问题

段志生，黄 琳，王金枝
（北京大学 力学与工程科学系，北京 100871）

摘要：主要研究一类特殊的分散控制问题，给出其可静态分散镇定的条件，并指出在一些情形下，不可能分散镇定整个系统的同时使各子系统也都稳定，也就是说，整个系统要达到分散镇定的结果，必须把部分子系统配置到不稳定状态．结果表明关联系统的稳定性有时主要依赖于子系统的协调性，不一定依赖于子系统的稳定性强度．

关键词：关联系统；分散控制；协调稳定
中图分类号：TP273　　**文献标识码**：A

Special kinds of decentralized control problems

DUAN Zhi-sheng, HUANG Lin, WANG Jin-zhi
(Department of Mechanics and Engineering Science, Peking University, Beijing 100871, China)

Abstract: A special kind of decentralized control problems was studied, and the decentralized stabilizable conditions were established. In some cases, it is impossible to stabilize all subsystems and the whole system simultaneously by using decentralized controllers. In order to stabilize the whole system, some subsystems should be assigned to be unstable. The results showed that the stability of interconnected systems is dependent on the harmony of subsystems sometimes, rather than on the stability degree of subsystems. Finally the example of decentralized control was presented.

Key words: interconnected systems; decentralized control; harmonica stability

1 引言(Introduction)

自20世纪60年代中期开始研究大系统以来，已经取得了丰硕的成果，特别是在大系统分散控制方面[1~11]．但是对于一个一般的大系统很难给出静态分散可镇定的充分必要条件，不得不分别研究这一问题的必要条件和充分条件．多年来必要条件的研究主要集中在固定模方面[1~3]；充分条件的研究主要集中在特殊大系统方面，文献[4]首先研究了具有特定结构的非线性时变单输入单输出子系统构成的输入输出关联系统的分散镇定问题，得到了与关联项无关的镇定结果，这方面的结果很快得到了推广[5~7]．文献[6~9]分别研究了结构分散镇定问题．此外一类特殊的大系统、具有对称结构的系统也得到了广泛的关注[10~12]．近年来分散 H_∞ 控制问题[13]也得到了广泛研究．传统研究大系统分散控制的方法一般都是在子系统可控的条件下忽略或尽量压低关联项的影响以达到大系统稳定，这时系统一般是联接稳定的[5,6]．这样的系统达到分散镇定后，其稳定性不受关联作用的影响，可以认为在稳定性方面是令人满意的，但是这样的研究不利于发挥关联的作用．

当人们最初研究分散控制问题时，文献[14]认为只要系统整体可控且各子系统均可控，则可以通过局部状态反馈任意增大子系统的稳定性强度，而关联项在局部反馈下保持不变，这样系统就可以被分散镇定，但文献[15]举例说明了这样的想法是错误的．本文将指出在一些情形下要达到大系统整体稳定，必须有部分子系统是不稳定的，这样的结果说明：关联系统的稳定性有时主要依赖于子系统间的协调性，而不一定靠子系统本身的稳定性强度．

2 简单回顾与推广(Simple retrospect and generalization)

本文主要研究由两个子系统经关联后形成的关联系统

$$\begin{cases}\dot{x}_1 = A_1x_1 + A_{12}x_2 + B_1u_1,\\ \dot{x}_2 = A_2x_2 + A_{21}x_1 + B_2u_2\end{cases}\tag{1}$$

的分散镇定问题，$u_1 = K_1x_1, u_2 = K_2x_2$，也即确定

收稿日期：2001-06-18；收修改稿日期：2003-03-25．
基金项目：国家自然科学基金项目(60204007，10272001)；国家重点基础研究专项经费项目(G1998020302)．

矩阵 K_1、K_2 使得系统矩阵

$$A=\begin{bmatrix}A_1+B_1K_1 & A_{12}\\ A_{21} & A_2+B_2K_2\end{bmatrix} \tag{2}$$

Hurwitz 稳定.

继文献[4]之后,文献[5]研究了一类特殊的关联系统,例如

$$\begin{cases}\dot x_1=A_1x_1+B_1H_{12}C_2x_2+B_1u_1,\\ \dot x_2=A_2x_2+B_2H_{21}C_1x_1+B_2u_2.\end{cases} \tag{3}$$

其中:H_{12}, H_{21} 是给定的关联矩阵,$u_1=K_1x_1, u_2=K_2x_2$,实际上系统(3)是两个子系统经输入输出关系形成的关联系统,在(A_1,B_1),(A_2,B_2)可控的条件下存在 K_1,K_2 使得系统(3)稳定. 文献[5]使用的一个主要引理是

引理 1 令 $a(s)$,$p(s)$ 均为首一多项式,且 $p(s)$ 为稳定多项式,若多项式 $q(s)$ 满足

$$\deg\{a(s)\}+\deg\{p(s)\}>\deg\{q(s)\},$$

其中 deg 表示多项式的次数,则可以适当选择 $a(s)$ 使得

$$h(s)=a(s)p(s)+q(s)$$

是 Hurwitz 稳定的.

为了后面证明问题方便,这里简要给出其证明,记

$$a(s)=s^n+a_{n-1}s^{n-1}+\cdots+a_0=s^n+a_{n-1}\alpha(s),$$

则

$$h(s)=s^np(s)+q(s)+a_{n-1}\alpha(s)p(s),$$

应用根轨迹法则知:当 $a_{n-1}\to\infty$ 时,$h(s)$ 有一个零点趋于 $-\infty$,其余零点趋于 $\alpha(s)p(s)$ 的零点,所以只要选取 $\alpha(s)$ 稳定,a_{n-1} 充分大就可以保证 $h(s)$ 稳定.

对文献[5]稍加研究就可以发现,对于一侧关联项是由输入输出关系形成的关联系统,如

$$\begin{cases}\dot x_1=A_1x_1+A_{12}x_2+B_1u_1,\\ \dot x_2=A_2x_2+B_2H_{21}C_1x_1+B_2u_2,\end{cases}$$

或

$$\begin{cases}\dot x_1=A_1x_1+B_1H_{12}C_2x_2+B_1u_1,\\ \dot x_2=A_2x_2+A_{21}x_1+B_2u_2.\end{cases}$$

其中:A_{12},A_{21} 是给定的关联矩阵,也可以有类似的结果,即在(A_1, B_1)、(A_2, B_2)可控的条件下存在 K_1、K_2 使得关联系统稳定,对这类系统,利用文献[5]的方法很容易将其归结为形如引理 1 中的多项式稳定性问题,不过这时 $q(s)$ 可能是与 $p(s)$ 相关的.类似地,这样的讨论也可以推广到 N 个子系统形成的关联系统.

3 一类新的关联系统(New kind of interconnected systems)

首先看一个例子

$$A=\begin{bmatrix}0&1&0&1&0&1\\0&0&0&0&0&0\\1&0&0&1&0&\alpha\\0&0&0&0&0&0\\0&0&0&\beta&0&1\\0&0&0&0&0&0\end{bmatrix},\quad B=\begin{bmatrix}0&0&0\\1&0&0\\0&0&0\\0&1&0\\0&0&0\\0&0&1\end{bmatrix},$$

$$K=\begin{bmatrix}k_1&k_2&0&0&0&0\\0&0&k_3&k_4&0&0\\0&0&0&0&k_5&k_6\end{bmatrix}.$$

当 $\alpha=\beta=1$ 时,即是文献[15]所给出的例子,该文用这样的例子说明了大系统整体可控且各孤立子系统均可控既不是大系统可分散镇定的充分条件也不是必要条件.实际上,由

$$|sI-(A+BK)|=$$
$$(s^2+k_2s+k_1)((s^2+k_4s+$$
$$k_3)(s^2+k_6s+k_5)-\alpha\beta k_3k_5)$$

可知,当 $\alpha\beta=1$ 时,0是该系统的固定模.

当 $\alpha\beta>1$ 时,对任意大于零的数 $k_1,\cdots,k_6$(此时3个子系统均稳定),都有上面特征多项式中常数项小于零,即此时关联系统不可能稳定. 但这类系统仍然是可分散镇定的.例如对 $\alpha=1,\beta=2$,取 $k_1=1,k_2=2;k_3=2,k_4=3;k_5=-1,k_6=5$,则 $A+BK$ 稳定,明显地第3个子系统不稳定.

进一步可以将上面的例子扩展为下面定理所述的关联系统.

定理 1 如果关联系统(1)(或式(2)中的关联矩阵)满足

1) 存在 A_{12}' 使得 $A_{12}=A_{12}'A_2$,且 $R(A_{12}')\subset R(B_2^{\perp})$;

2) 存在 A_{21}' 使得 $A_{21}=A_{21}'A_1$,且 $R(A_{21}')\subset R(B_1^{\perp})$.

则当 $\det(I-A_{21}'A_{12}')<0$ 时,不存在 K_1,K_2 使得 $A_1+B_1K_1,A_2+B_2K_2,A$ 同时稳定,即要使关联系统(1)稳定,$A_1+B_1K_1,A_2+B_2K_2$ 中至少要有一个不稳定,其中 $R(\cdot)$ 表示矩阵的行空间,上标⊥表示矩阵的垂直补.

证 计算 A 的行列式

$$\det(A)=\det(A_1+B_1K_1)\det(A_2+B_2K_2-A_{21}'A_1(A_1+B_1K_1)^{-1}A_{12}'A_2),$$

注意到条件1)、2),进一步可得

$$\det(A)=\det(A_1+B_1K_1)\det(A_2+B_2K_2-A_{21}'(A_1+B_1K_1)(A_1+B_1K_1)^{-1}A_{12}'(A_2+B_2K_2)),$$

也即

$$\det(A)=\det(A_1+B_1K_1)\det(A_2+B_2K_2)\det(I-A_{21}'A_{12}').$$

由此可知,当 $A_1+B_1K_1$、$A_2+B_2K_2$ 均稳定且 $\det(I-A_{21}'A_{12}')<0$ 时,系统矩阵 A 的特征多项式中常数项小于零,故 A 不可能稳定. 证毕.

注 1 明显地,关联系统(1)满足定理1中条件1)、2)的情况下,当 $\det(I-A_{21}'A_{12}')=0$ 时,系统有零固定模,当 $\det(I-A_{21}'A_{12}')>0$ 时,才有可能存在存在 K_1、K_2 使得 $A_1+B_1K_1$,$A_2+B_2K_2$,A 同时稳定. 但是这类系统在什么条件下可以分散镇定,目前还不清楚,有待于进一步研究.

给定两个孤立子系统

$$\dot{x}_i=A_ix_i+B_iu_i,\ y_i=C_ix_i,\ i=1,2.$$

下面研究一类特殊的关联系统

$$\begin{cases}\dot{x}_1=A_1x_1+A_{12}x_2+B_1u_1\\ \dot{x}_2=A_2x_2+A_{21}x_1+B_2H_{21}C_1x_1+B_2u_2.\end{cases}\tag{4}$$

$u_1=K_1x_1$,$u_2=K_2x_2$,A_{12},A_{21},H_{21} 为给定矩阵. 系统(4)可分散镇定,也就是存在 K_1,K_2 使得系统矩阵

$$A=\begin{bmatrix}A_1+B_1K_1 & A_{12}\\ A_{21}+B_2H_{21}C_1 & A_2+B_2K_2\end{bmatrix}\tag{5}$$

稳定. 根据前面的讨论可得下面结果.

定理 2 设 (A_1,B_1),(A_2,B_2) 可控,且 B_2 为一维向量,如果关联系统(4)满足

1) 存在 A_{12}' 使得 $A_{12}=A_{12}'A_2$,且 $R(A_{12}')\subset R(B_2^{\perp})$;

2) A_{21} 满足 $C(A_2A_{21})\subset C(B_2)$.

则系统(4)可分散镇定当且仅当

$$\det(A)\neq 0,\ \forall K_1,K_2,$$

也就是系统(4)无零固定模,其中 $C(\cdot)$ 表示矩阵的列空间.

证 必要性显然. 下证充分性,设 A_1、A_2 的阶数分别为 n,m,做相似变换将 (A_2,B_2) 变为下面所示的可控标准型,由条件1)、2)知,A_{12},$A_{21}+B_2H_{21}C_1$ 也相应地变为下面的形式.

$$A_2=\begin{bmatrix}0 & 1 & & \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & & & 1\\ * & * & \cdots & *\end{bmatrix},\ A_{12}=\begin{bmatrix}0 & * & \cdots & *\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & * & \cdots & *\end{bmatrix},$$

$$B_2=\begin{bmatrix}0\\ \vdots\\ 0\\ 1\end{bmatrix},\ A_{21}+B_2H_{21}C_1=\begin{bmatrix}* & \cdots & *\\ 0 & \cdots & 0\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ * & \cdots & *\end{bmatrix}.$$

首先确定 K_1 使得 $A_1+B_1K_1$ 稳定,并且令

$$f(s)=|sI_1-(A_1+B_1K_1)|,$$

设

$$|sI_2-(A_2+B_2K_2)|=s^m+\alpha_{m-1}s^{m-1}+\cdots+\alpha_1s+\alpha_0,$$

由

$$|sI-A|=f(s)\,|sI_2-(A_2+B_2K_2)-(A_{21}+B_2H_{21}C_1)(sI_1-A_1+B_1K_1)^{-1}A_{12}|$$

及 A_{12},A_{21} 的结构可得

$$g(s)=|sI-A|=f(s)(s^m+\alpha_{m-1}s^{m-1}+\cdots+\alpha_1s+\alpha_0)+\alpha_0q(s)+p(s),$$

其中 $q(s)$,$p(s)$ 是与 $\alpha_i(i=0,\cdots,m-1)$ 无关的次数低于 $n+m-2$ 的多项式,且 $p(s)$ 的常数项为零. 设 $f(s)+q(s)$ 的常数项为 β_0,令

$$\alpha_{m-1}s^{m-2}+\cdots+\alpha_2s+\alpha_1=\alpha_{m-1}\gamma(s),$$

则将 $g(s)$ 改写为

$$\begin{aligned}g(s)&=s^mf(s)+sf(s)(\alpha_{m-1}s^{m-2}+\cdots+\alpha_2s+\alpha_1)+\alpha_0(f(s)+q(s))+p(s)=\\ &s^mf(s)+\alpha_{m-1}sf(s)\gamma(s)+\alpha_0\beta_0+\alpha_0(f(s)+q(s)-\beta_0)+p(s).\end{aligned}$$

由已知条件可知 $\beta_0\neq 0$,故首先确定 α_0 使得 $\alpha_0\beta_0>0$. 然后容易确定 $\gamma(s)$ 的系数使得 $\gamma(s)$ 稳定,且当 α_{m-1} 充分大时,$\alpha_{m-1}sf(s)\gamma(s)+\alpha_0\beta_0$ 稳定. 再由引理1的证明方法可知通过这样选择 α_{m-1},$\alpha(s)$,α_0 容易使 $g(s)$ 稳定. 证毕.

注 2 由定理证明过程可知当 $\beta_0<0$,需选 $\alpha_0<0$,此时 $A_2+B_2K_2$ 不稳定,当然 β_0 可能受 K_1 的影响. 此外,为了使关联项更具有广泛性,系统(4)中加入了关联项 $B_2H_{21}C_1$,由上面系统的结构可知 $B_2H_{21}C_1$ 只影响系统矩阵特征多项式中的 $p(s)$,对于 $g(s)$ 的稳定性没有多大影响. 结合引理1与定理2的证明方法,可以给出设计控制器的逼近方法.

结合定理2进一步可得下面的结果.

定理 3 设 (A_1,B_1),(A_2,B_2) 可控,且 B_2 为一维向量,如果关联系统(4)满足

1) 存在 A_{12}' 使得 $A_{12}=A_{12}'A_2$,且 $R(A_{12}')\subset R(B_2^{\perp})$;

2) 存在 A_{21}' 使得 $A_{21}=A_{21}'A_1$,$R(A_{21}')\subset R(B_1^{\perp})$,且 A_{21} 满足 $C(A_2A_{21})\subset C(B_2)$.

则有下面结果：

i）当 $\det(I - A_{21}'A_{12}') = 0$ 时，系统(1)有零固定模；

ii）当 $\det(I - A_{21}'A_{12}') < 0$ 时，系统(1)可分散镇定，但要使 A 稳定，$A_1 + B_1K_1$，$A_2 + B_2K_2$ 必须有一个不稳定；

iii）当 $\det(I - A_{21}'A_{12}') > 0$ 时，系统(1)可分散镇定，且 A，$A_1 + B_1K_1$，$A_2 + B_2K_2$ 可同时稳定.

证 首先将 (A_1, B_1) 化为 Luenberger 第二可控规范型.并选 K_1 使得 $A_1 + B_1K_1$ 稳定且为对角块矩阵.进一步结合定理1，定理2容易证明这一结果，此时定理2证明过程中的 β_0 的符号只受 A_{12}，A_{21} 的影响. 证毕.

很容易将上面的结果推广到 B_2 为矩阵的情形，不妨设 B_2 为列满秩矩阵，列秩为 r. 设 (A_1, B_1)，(A_2, B_2) 可控，对于式(5)中所示的系统矩阵，设 A_{12}，A_{21} 满足定理2中条件1)、2). 做相似变换，将 (A_2, B_2) 变为如下所示的 Luenberger 第二可控规范型，则相应地，A_{12}，$A_{21} + B_2H_{21}C_1$ 也变为下面的形式：

$$A_2 = \begin{bmatrix} A_{11}^2 & \cdots & A_{1r}^2 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{r1}^2 & \cdots & A_{rr}^2 \end{bmatrix},\ A_{ii}^2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & & \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & & & 1 \\ * & * & \cdots & * \end{bmatrix},$$

$i = 1, 2, \cdots, r$,

$$A_{ij}^2 = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 \\ * & \cdots & * \end{bmatrix},\ B_2 = \begin{bmatrix} B_1^2 \\ B_2^2 \\ \vdots \\ B_r^2 \end{bmatrix},$$

$$B_i^2 = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 1 & * & \cdots & * \end{bmatrix}_{(\mu_i \times r)},$$

$$A_{12} = [P_{12}^1 \ \cdots \ P_{12}^r],\ A_{21} + B_2H_{21}C_1 = \begin{bmatrix} P_{21}^1 \\ \vdots \\ P_{21}^r \end{bmatrix},$$

$$P_{12}^i = \begin{bmatrix} 0 & * & \cdots & * \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & * & \cdots & * \end{bmatrix},\ P_{21}^i = \begin{bmatrix} * & \cdots & * \\ 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 \\ * & \cdots & * \end{bmatrix}.$$

选择 K_2 使得 $A + B_2K_2 = \mathrm{diag}(\hat{A}_{11}, \cdots, \hat{A}_{rr})$. 那么系统矩阵变为

$$A = \begin{bmatrix} A_1 + B_1K_1 & P_{12}^1 & \cdots & P_{12}^r \\ P_{21}^1 & \hat{A}_{11} & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{21}^r & \cdots & \cdots & \hat{A}_{rr} \end{bmatrix},$$

$$\hat{A}_{ii} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \cdots & \cdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \vdots & \cdots & 1 \\ -k_{i0} & -k_{i1} & \cdots & -k_{i,\mu_i-1} \end{bmatrix}.$$

根据定理2很容易得如下结果

定理 4 如果

$$\begin{vmatrix} A_1 + B_1K_1 & P_{12}^1 & \cdots & P_{12}^q \\ P_{21}^1 & \hat{A}_{11} & & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{21}^q & \cdots & & \hat{A}_{qq} \end{vmatrix} \neq 0,$$

$\forall K_1, k_{ij}, i = 1, \cdots, q, j = 0, \cdots, \mu_i - 1, q = 1, \cdots, r$，那么存在 K_1、K_2 使得 A 稳定.

4 例子(Example)

例 1

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 3 & 1 \end{bmatrix},\ A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix},$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},\ B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix},\ A_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 0 & -3 & 5 \\ 0 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix},$$

$$A_{21} = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},\ B_2H_{21}C_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

明显地，A_{12}，A_{21} 满足定理3的条件，结合引理1的证明方法可设计得

$$\hat{A}_1 = A_1 + B_1K_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -4 & -5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -4 & -6 \end{bmatrix},$$

$$\hat{A}_2 = A_2 + B_2K_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & -26 & -30 \end{bmatrix},$$

则有

$$A = \begin{bmatrix} \hat{A}_1 & A_{12} \\ A_{21} + B_2H_{21}C_1 & \hat{A}_2 \end{bmatrix}$$

稳定 ($A_1 + B_1K_1, A_2 + B_2K_2$ 必须有一个不稳定).

注 3　结合文献[5]与传统的输出反馈镇定方法,可以给出一些关联项具有更广泛形式的相应研究结果[16].另外本文给出的研究结果可以向多个子系统组成的关联系统推广.本文给出的研究结果与现实中的经济系统与生态系统相结合将是有前途的研究方向.

参考文献(References):

[1] WANG S H, DAVISON E J. On the stabilization of decentralized control systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1973, 18 (5):473 - 478.

[2] DAVISON E J, OZGUNER U. Characterization of decentralized fixed modes for interconnected systems [J]. *Automatica*, 1983, 19 (2): 182 - 196.

[3] SEZER M E, SILJAK D D. On structurally fixed modes [C] *Proc of IEEE Int Sympsium on Circuits and Systems*. New York: IEEE Press, 1981:558 - 565.

[4] DAVISON E J. The decentralized stabilization and control of a class of unknown nonlinear time-varying systems [J]. *Automatica*, 1974, 10(3): 309 - 316.

[5] SEZER M E, HUSEYIN O. Stabilization of linear time-invariant interconnected systems using local state feedback [J]. *IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics*, 1978, 8(10): 751 - 756.

[6] IKEDA M, SILJAK D D. On decentrally stabilizable large-scale systems [J]. *Automatica*, 1980, 16(3): 331 - 334.

[7] SEZER M E, SILJAK D D. On decentralized stabilization and structure of linear large scale systems [J]. *Automatica*, 1981, 17(4):641 - 644.

[8] IKEDA M, SILJAK D D, YASUDA K. Optimality of decentralized control for large scale systems [J]. *Automatica*, 1983, 19(3): 309 - 316.

[9] SHI Z C, GAO W B. Stabilization by decentralized control for large scale interconnected systems [J]. *Large Scale Systems*, 1986, 10 (2): 147 - 155.

[10] CASTRO J C, ARAUJO C S. Decentralized control of systems with groups of similar subsystems and symmetrical interconnections [C] // *Proc of IFAC/IFORS/IMACS Sympsium LSS: Theory Applications*. San Antonlo, Texas, USA: World Science Publishing House, 1992, 1:90 - 95.

[11] YANG G H, ZHANG S Y. Decentralized control of a class of large scale systems with symmetrically interconnected subsystems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1996, 41(5):710 - 713.

[12] YANG G H, WANG J L, SOH Y C. Decentralized control symmetric systems [J]. *Systems and Control Letters*, 2001, 42(2):145 - 149.

[13] ZHAI G, IKEDA M, FUJISAKI Y. Decentralized H_∞ controller design: A matrix inequality design using a homotopy method [J]. *Automatica*, 2001, 37(4): 565 - 572.

[14] AOKI M, LI M T. Controllability and stabilizability of decentralized dynamic systems [C] // *Proc of 1973 Joint American Control Conference*. New York: IEEE Press, 1973:278 - 286.

[15] WANG S H. An example in decentralized control systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1978, 23(5):938.

[16] 段志生.关联系统分散与协调控制[D].北京:北京大学,2002. (DUAN Zhisheng. *Decentralized and harmonic control of interconnected systems* [D]. Beijing: Peking University, 2002.)

作者简介

段志生　(1972 —),男,博士. 在北京大学力学与工程科学系工作.研究方向为鲁棒控制,关联系统稳定性. E-mail: dzsheng@mech.pku.edu.cn;

黄　琳　(1935 —),男,北京大学力学与工程科学系教授.研究方向为鲁棒控制,复杂动力系统稳定性;

王金枝　(1963 —),女,博士,北京大学力学与工程科学系副教授. 研究方向为模型降阶,饱和系统稳定性.